Подставив в (143,8) выражения (143,10) и (143,13), представим сечение в виде

$$d\sigma = \left(W_2 + 2W_1 \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2}\right) d\varepsilon'_e \, d\sigma_{\text{упр}}, \tag{143,14}$$

где

$$d\sigma_{\text{упр}} = \frac{\alpha^2}{4\varepsilon_e^2} \frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^4(\theta/2)} do'$$

— сечение рассеяния ультрарелятивистского электрона в кулоновом поле (ср. (80,7)).

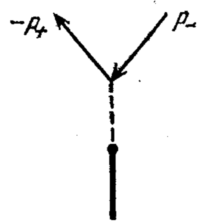
Мы видим, что сечение определяется двумя структурными функциями, зависящими от двух инвариантов t и ν. Если при больших энергиях физика адронов не содержит характерных величин размерности массы (*гипотеза масштабной инвариантности*), то можно ожидать, что структурные функции будут зависеть при больших энергиях от единственного безразмерного параметра t/ν. Тогда функции W_1, W_2 должны иметь вид функций одной переменной:

$$W_1 = \frac{M}{\nu} F_1\left(\frac{t}{\nu}\right), \quad W_2 = \frac{M}{\nu} F_2\left(\frac{t}{\nu}\right) \tag{143,15}$$

(заметим, что отношение M/ν не зависит от M).

§ 144. Превращение электрон-позитронной пары в адроны

Рассмотрим теперь процесс превращения электрон-позитронной пары в адроны. Обозначим 4-импульсы электрона и позитрона p_- и p_+, а 4-импульс (суммарный) совокупности образующихся адронов p_h; при этом $p_- + p_+ = p_h$. Процесс изображается диаграммой



(144,1)

Нижней вершине этой диаграммы отвечает ток перехода из вакуума в некоторое адронное состояние $|n\rangle$, который обозначим, как это делалось в § 104, $\langle n|J|0\rangle$.

Диаграмме (144,1) соответствует амлитуда рассеяния

$$M_n = -\frac{4\pi\alpha}{q^2} \bar{u}(-p_+) \gamma_\mu u(p_-) \langle n | J^\mu | 0\rangle. \tag{144,2}$$

Мы будем интересоваться полным сечением аннигиляции в адроны σ_h, т. е. просуммируем по всем конечным состояниям $|n\rangle$.

Тогда, в соответствии с (64,18),

$$\sigma_h = \frac{1}{4I} \sum_n |M_n|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)} (p_h - q), \tag{144,3}$$

где $q = p_- + p_+$. В дальнейшем будем пренебрегать массой электрона; тогда $q^2 = 2(p_-p_+)$, $I = q^2/2$.

Аналогично тому, как мы поступали в § 143, запишем сечение в виде

$$\sigma_h = \frac{(4\pi)^2}{2t^3} w^{\mu\nu} W_{\mu\nu}, \tag{144,4}$$

где

$$w^{\mu\nu} = \alpha \left(p_-^\mu q^\nu + p_-^\nu q^\mu - 2p_-^\mu p_-^\nu - {}^1/_2 q^2 g^{\mu\nu}\right), \tag{144,5}$$

$$W_{\mu\nu} = \alpha \sum_n (2\pi)^4 \delta^{(4)} (p_h - q) \langle 0 | J_\nu | n \rangle \langle n | J_\mu | 0 \rangle \tag{144,6}$$

и $t = q^2 > 0$.

Заметим, что t является единственным кинематическим инвариантом рассматриваемой задачи («трехвостой» диаграммы (144,1)) и q — единственным 4-вектором, от которого может зависеть $W_{\mu\nu}$. Поэтому с учетом требования сохранения тока тензор $W_{\mu\nu}$ можно представить в виде

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \rho_h(t) \left(\frac{q_\mu q_\nu}{q^2} - g_{\mu\nu}\right), \tag{144,7}$$

где $\rho_h(t)$ — единственная инвариантная функция, зависящая от свойств адронного тока и определяющая сечение аннигиляции. Подставив (144,5—7) в (144,4), получим

$$\sigma_h = \frac{4\pi^2\alpha}{t^2} \rho_h(t). \tag{144,8}$$

Обратим внимание на то, что функция $\rho_h(t) = -2W_\mu^\mu/3$ в точности совпадает с определенной в (104,9) функцией $\rho(t)$, если в последней формуле понимать под токами адронные токи. Напомним также, что $\rho(t)$ является спектральной плотностью фотонной собственно-энергетической функции $\Pi(t)$: $\operatorname{Im}\Pi(t) = -\pi\rho(t)$. В рассматриваемом низшем приближении по α функция Π совпадает с поляризационным оператором $\mathscr{P}$. В этом приближении, следовательно, $\rho_h(t)$ является также и спектральной плотностью адронного вклада в поляризационный оператор:

$$\operatorname{Im} \mathscr{P}_h(t) = -\pi\rho_h(t). \tag{144,9}$$

Использовав дисперсионное соотношение (111,13) и выразив ρ_h через σ_h согласно (144,8), получим формулу

$$\mathscr{P}_h(t) = -\frac{t^2}{4\pi^2\alpha} \int_0^\infty \frac{\sigma_h(t')\,dt'}{t' - t - i0}, \tag{144,10}$$

выражающую адронный вклад в поляризацию вакуума через измеряемое на опыте сечение аннигиляции в адроны.

Заметим, что таким же точно способом можно было бы решить задачу об аннигиляции электрон-позитронной пары в мюонную пару (в первом приближении по α может образоваться только одна такая пара). Аналогично результату (144,8) мы получили бы

$$\sigma_\mu = \frac{4\pi^2\alpha}{t^2} \rho_\mu(t), \qquad (144,11)$$

где $\rho_\mu(t)$ — спектральная плотность мюонной поляризации вакуума. Она отличается от электронной поляризации лишь заменой массы электрона m массой мюона μ и согласно (113,8) дается выражением

$$\rho_\mu(t) = \frac{\alpha}{3\pi}(t + 2\mu^2)\sqrt{1 - \frac{4\mu^2}{t}}.$$

Подставив его в (144,11), мы воспроизведем результат, полученный уже в задаче 8 к § 81.