ное значение. Тем самым автоматически подразумевается, что ось вращения во всяком случае является осью инерции тела. Последнее обстоятельство, впрочем, заранее очевидно: если тело вращается вокруг оси, не являющейся осью инерции, то, как известно из механики, ось вращения сама будет смещаться (прецессировать) в пространстве, т. е. вращение будет неравномерным, а потому и неравновесным.

§ 27. Термодинамические соотношения в релятивистской области

Релятивистская механика приводит к ряду изменений в обычных термодинамических соотношениях. Мы рассмотрим здесь те из этих изменений, которые представляют наибольший интерес.

Если микроскопическое движение частиц, составляющих тело, становится релятивистским, то общие термодинамические соотношения не изменяются, но возникает важное неравенство между давлением и энергией тела

$$P < \frac{E}{3V}, \tag{27,1}$$

где E—энергия тела, включающая в себя энергию покоя входящих в его состав частиц[1]).

Принципиальный интерес представляют изменения, вносимые общей теорией относительности в условиях теплового равновесия при учете создаваемого самим телом гравитационного поля. Рассмотрим неподвижное макроскопическое тело; его гравитационное поле будет, разумеется, постоянным. В постоянном гравитационном поле надо отличать сохраняющуюся энергию E_0 какой-либо малой части тела от энергии E, измеренной наблюдателем, находящимся в данном месте; эти две величины связаны друг с другом соотношением

$$E_0 = E\sqrt{g_{00}},$$

где g_{00}—временная компонента метрического тензора (см. II, § 88; формула (88,9) с $v=0$, $mc^2=E$). Но по самому смыслу приведенного в § 9 доказательства постоянства температуры вдоль находящегося в равновесии тела ясно, что должна быть постоянна величина, получающаяся дифференцированием энтропии по сохраняющейся энергии E_0. Температура же T, измеренная наблюдателем, находящимся в данной точке пространства, получается дифференцированием энтропии по энергии E и, следовательно, будет различна в разных точках тела.

---

[1]) См. II, § 35. Напомним, однако, что общего доказательства этого неравенства, пригодного для всех существующих в природе (не только электромагнитных) типов взаимодействия между частицами, в настоящее время не существует.

Для вывода количественного соотношения замечаем, что энтропия по существу своего определения зависит исключительно от внутреннего состояния тела и потому не изменяется при появлении гравитационного поля (в той мере, в которой это поле не влияет на внутренние свойства тела, —условие, которое фактически всегда выполнено). Поэтому производная по энтропии от сохраняющейся энергии E_0 будет равна $T\sqrt{g_{00}}$ и, таким образом, одно из условий теплового равновесия требует постоянства вдоль тела величины

$$T\sqrt{g_{00}}=\text{const}. \tag{27,2}$$

Аналогичным образом видоизменяется второе условие равновесия — постоянство химического потенциала. Химический потенциал определяется как производная от энергии по числу частиц. Поскольку число частиц, разумеется, гравитационным полем не меняется, то для химического потенциала, измеренного в каждой данной точке, получаем такое же соотношение, как и для температуры:

$$\mu\sqrt{g_{00}}=\text{const}. \tag{27,3}$$

Заметим, что соотношения (27,2—3) можно написать в виде

$$T=\text{const}\cdot\frac{dx^0}{ds}, \quad \mu=\text{const}\cdot\frac{dx^0}{ds}, \tag{27,4}$$

позволяющем рассматривать тело не только в той системе отсчета, в которой оно неподвижно, но и в таких, в которых оно движется (вращается как целое). При этом производная dx^0/ds должна браться по мировой линии, описываемой данной точкой тела.

В слабом (ньютоновском) гравитационном поле $g_{00}=1+2\varphi/c^2$, где φ — гравитационный потенциал (см. II, § 87). Подставляя это выражение в (27,2) и извлекая корень, найдем в том же приближении

$$T=\text{const}\cdot\left(1-\frac{\varphi}{c^2}\right). \tag{27,5}$$

Имея в виду, что $\varphi<0$, находим, что при равновесии температура выше в тех местах тела, в которых $|\varphi|$ больше, т. е. в глубине тела. При предельном переходе к нерелятивистской механике ($c\to\infty$) (27,5) переходит, как и следовало, в $T=\text{const}$.

Аналогичным образом можно преобразовать условие (27,3), причем надо иметь в виду, что релятивистский химический потенциал при предельном переходе к классической механике переходит не непосредственно в обычное (нерелятивистское) выражение для химического потенциала в отсутствие поля, которое мы обозначим здесь посредством μ_0, а в μ_0+mc^2, где mc^2 — энергия покоя отдельной частицы тела. Поэтому имеем

$$\mu\sqrt{g_{00}} \approx (\mu_0 + mc^2)\left(1 + \frac{\varphi}{c^2}\right) \approx \mu_0 + mc^2 + m\varphi,$$

так что условие (27,3) переходит в

$$\mu_0 + m\varphi = \mathrm{const},$$

что совпадает, как и следовало, с (25,2).

Наконец, укажем полезное соотношение, являющееся непосредственным следствием условий (27,2) и (27,3). Разделив одно на другое, найдем, что $\mu/T = \mathrm{const}$, откуда следует: $d\mu/\mu = dT/T$. С другой стороны, согласно (24,12), при постоянном (равном единице) объеме имеем

$$dP = S\,dT + N\,d\mu,$$

где S, N — энтропия и число частиц единицы объема тела. Подставляя сюда $dT = (T/\mu)\,d\mu$ и замечая, что $\mu N + ST = \Phi + ST = \varepsilon + P$ (ε — энергия, отнесенная к единице объема), найдем искомое соотношение[1]):

$$\frac{d\mu}{\mu} = \frac{dP}{\varepsilon + P}. \tag{27,6}$$

---

[1]) В нерелятивистском случае, положив $\mu \approx mc^2$, $\varepsilon \approx \rho c^2 \gg P$ (ρ — плотность), получим $d\mu = v\,dP$ ($v = m/\rho$ — объем, отнесенный к одной частице), как и должно было быть при $T = \mathrm{const}$.