

§ 106. Уравнение состояния вещества при больших плотностях

Принципиальный интерес представляет исследование свойств вещества при чрезвычайно больших плотностях. Проследим качественно за изменением этих свойств по мере постепенного увеличения плотности.

Когда объем, приходящийся на один атом, становится меньше обычных атомных размеров, атомы теряют свою индивидуальность, так что вещество превращается в сильно сжатую электронно-ядерную плазму. Если температура вещества не слишком высока, то электронная компонента этой плазмы представляет собой вырожденный ферми-газ. В конце § 57 было отмечено своеобразное свойство такого газа: его идеальность возрастает по мере увеличения плотности. Поэтому при достаточном сжатии вещества роль взаимодействия электронов с ядрами (и друг с другом) становится несущественной, так что можно пользоваться формулами идеального ферми-газа. Согласно условию (57,9) это наступает при выполнении неравенства

$$n_e \gg \left(\frac{m_e c^2}{\hbar^2} \right)^3 Z^2,$$

где n_e — плотность числа электронов, m_e — масса электрона, Z — некоторый средний атомный номер вещества. Отсюда получаем для полной плотности массы вещества неравенство

$$\rho \gg \left(\frac{m_e c^2}{\hbar^2} \right)^3 m' Z^2 \sim 20 Z^2 \text{ г/см}^3, \quad (106,1)$$

где m' — масса, приходящаяся на один электрон, так что $\rho = n_e m'$ ¹⁾. Что касается «ядерного газа», то благодаря большой массе ядра он еще может быть далек от вырождения, но его вклад, например,

¹⁾ Во всех численных оценках в этом параграфе принимается, что средний атомный вес вещества вдвое больше его среднего атомного номера, так что m' равно удвоенной массе нуклона.

Укажем, что температура вырождения электронов, соответствующая плотности вещества $\rho \sim 20 Z^2 \text{ г/см}^3$, порядка величины $10^6 Z^{4/3} \text{ град}$.

в давление вещества во всяком случае совершенно несуществен по сравнению с давлением электронного газа.

Таким образом, термодинамические величины вещества в рассматриваемых условиях определяются полученными в § 57 формулами, примененными к электронной компоненте. В частности, для давления имеем¹⁾

$$P = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5} \frac{\hbar^2}{m_e} \left(\frac{\rho}{m'} \right)^{5/3}. \quad (106,2)$$

Условие для плотности (106,1) дает для давления численное неравенство $P \gg 5 \cdot 10^8 Z^{10/3}$ бар.

В написанных формулах электронный газ предполагается нерелятивистским. Это требует малости граничного импульса Ферми p_F по сравнению с mc (см. § 61), что приводит к численным неравенствам

$$\rho \ll 2 \cdot 10^6 \text{ г/см}^3, \quad P \ll 10^{17} \text{ бар.}$$

Когда плотность и давление газа становятся сравнимыми с указанными значениями, электронный газ делается релятивистским, а при выполнении обратных неравенств — ультрарелятивистским. В последнем случае уравнение состояния вещества определяется формулой (61,4), согласно которой²⁾

$$P = \frac{(3\pi^2)^{1/3}}{4} \hbar c \left(\frac{\rho}{m'} \right)^{4/3}. \quad (106,3)$$

Дальнейшее повышение плотности приводит к состояниям, в которых термодинамически выгодными оказываются ядерные реакции, заключающиеся в захвате электронов ядрами (с одновременным испусканием нейтрино). В результате такой реакции уменьшается заряд ядра (при неизменном его весе), что, вообще говоря, приводит к уменьшению энергии связи ядра, т. е. уменьшению его масс-дефекта. Энергетическая невыгодность такого процесса при достаточно больших плотностях вещества с избытком компенсируется уменьшением энергии вырожденного электронного газа вследствие уменьшения числа электронов.

Не представляет труда написать термодинамические условия, определяющие «химическое равновесие» описанной ядерной реакции,

¹⁾ Численно эта формула дает

$$P = 1,0 \cdot 10^{13} (\rho/A')^{5/3} \text{ дин/см}^2 = 1,0 \cdot 10^7 (\rho/A')^{5/3} \text{ бар}, \quad (106,2a)$$

где $A' = m'/m_n$ — атомный вес вещества, приходящийся на один электрон (m_n — масса нуклона); ρ измеряется в г/см^3 .

²⁾ О поправках к формуле (106,2), связанных с кулоновским взаимодействием частиц, шла речь в § 80.

²⁾ С теми же обозначениями, что и в (106,2a),

$$P = 1,2 \cdot 10^9 (\rho/A')^{4/3} \text{ бар.} \quad (106,3a)$$

которую можно записать в виде символического равенства

$$A_Z + e^- = A_{Z-1} + \nu,$$

где A_Z обозначает ядро с весом A и зарядом Z ; e^- — электрон, ν — нейтрино. Нейтрино не задерживаются веществом и покидают тело; такой процесс должен вести к непрерывному охлаждению тела. Поэтому тепловое равновесие в этих условиях имеет смысл рассматривать, только принимая температуру вещества равной нулю. Химический потенциал нейтрино при этом в уравнение равновесия не должен входить. Химический потенциал ядер определяется в основном их внутренней энергией, которую мы обозначим посредством $-\varepsilon_{A,Z}$ (энергией связи обычно называют положительную величину $\varepsilon_{A,Z}$). Наконец, обозначим посредством $\mu_e(n_e)$ химический потенциал электронного газа как функцию плотности n_e числа частиц в нем. Тогда условие химического равновесия напишется в виде $-\varepsilon_{A,Z} + \mu_e(n_e) = -\varepsilon_{A,Z-1}$ или, вводя обозначение $\varepsilon_{A,Z} - \varepsilon_{A,Z-1} = \Delta$:

$$\mu_e(n_e) = \Delta.$$

Воспользовавшись формулой (61,2) для химического потенциала ультрарелятивистского вырожденного газа, получаем отсюда

$$n_e = \frac{\Delta^3}{3\pi^2 (\hbar c)^3}. \quad (106,4)$$

Таким образом, условие равновесия приводит к некоторому постоянному значению электронной плотности. Это значит, что при постепенном увеличении плотности вещества рассматриваемая ядерная реакция начнется, когда электронная плотность достигнет значения (106,4). При дальнейшем сжатии вещества все большее число ядер будет захватывать по электрону, так что общее число электронов будет уменьшаться, но их плотность будет оставаться неизменной. Вместе с электронной плотностью будет постоянным также и давление вещества, которое по-прежнему определяется в основном давлением электронного газа; именно, подстановка (106,4) в (106,3) дает

$$P = \frac{\Delta^4}{12\pi^2 (\hbar c)^3}. \quad (106,5)$$

Так будет продолжаться до тех пор, пока все ядра не захватят по электрону.

При еще больших плотностях и давлениях будет происходить дальнейший захват электронов ядрами, сопровождающийся дальнейшим уменьшением заряда последних. В конце концов ядра, содержащие слишком много нейтронов, станут неустойчивыми и распадутся. При плотности $\rho \sim 3 \cdot 10^{11}$ г/см³ (и давлении $P \sim 10^{24}$ бар) нейтроны начинают преобладать по своему числу над электро-

нами, а уже при $\rho \sim 10^{12}$ г/см³ начинают преобладать и по создаваемому ими давлению (F. Hund, 1936). Здесь начинается область плотностей, в которой вещество можно рассматривать в основном как вырожденный нейтронный ферми-газ с небольшой примесью электронов и различных ядер, концентрации которых определяются условиями равновесия соответствующих ядерных реакций. Уравнение состояния вещества в этой области есть

$$P = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5} \frac{\hbar^2}{m_n^{8/3}} \rho^{5/3} = 5,5 \cdot 10^3 \rho^{5/3} \text{ бар}, \quad (106,6)$$

где m_n — масса нейтрона.

Наконец, при плотностях $\rho \gg 6 \cdot 10^{15}$ г/см³ вырожденный нейтронный газ станет ультрарелятивистским, а уравнение состояния будет определяться формулой

$$P = \frac{(3\pi^2)^{1/3}}{4} \hbar c \left(\frac{\rho}{m_n} \right)^{4/3} = 1,2 \cdot 10^9 \rho^{4/3} \text{ бар}. \quad (106,7)$$

Следует, однако, иметь в виду, что при плотностях порядка плотности вещества ядер становятся существенными специфические ядерные силы (сильное взаимодействие нуклонов). В этой области значений плотности формула (106,7) может иметь лишь качественный смысл. При современном состоянии наших знаний о сильных взаимодействиях нельзя сделать сколько-нибудь определенных заключений и о состоянии вещества при плотностях, значительно превосходящих ядерную. Отметим лишь, что в этой области следует ожидать возникновения, наряду с нейтронами, также и других частиц. Поскольку частицы каждого рода заполняют свой отдельный ряд состояний, то превращение нейтронов в другие частицы может оказаться термодинамически выгодным вследствие уменьшения граничной энергии фермиевского распределения нейтронов.

§ 107. Равновесие тел с большой массой

Рассмотрим тело очень большой массы, части которого удерживаются вместе силами гравитационного притяжения. Реальные тела большой массы известны нам в виде звезд, непрерывно излучающих энергию и отнюдь не находящихся в состоянии теплового равновесия. Представляет, однако, принципиальный интерес рассмотрение равновесного тела большой массы. При этом мы будем пренебрегать влиянием температуры на уравнение состояния, т. е. будем рассматривать тело находящимся при абсолютном нуле («холодное» тело). Поскольку в реальных условиях температура наружной поверхности значительно ниже, чем внутренняя температура, рассмотрение тела с отличной от нуля постоянной температурой во всяком случае лишено физического смысла.