

что при больших k член с быстро осциллирующим множителем $\cos kr$ в подынтегральном выражении может быть опущен, находим

$$\chi_{ii}(r) = \frac{T}{\pi} \bar{A}_{ii} \ln(k_{\max} r) \quad (138,6)$$

(черта над A_{ii} означает усреднение по направлениям вектора k в плоскости).

Искомую корреляционную функцию мы получим теперь, подставив (138,6) в (138,3—4) и просуммировав по b ; асимптотический закон убывания этой функции с расстоянием r определяется наименее быстро убывающим членом суммы:

$$\langle \rho(r_1) \rho(r_2) \rangle \sim \bar{\rho}^2 \propto \frac{1}{r^{\alpha_b}} \cos br, \quad \alpha_b = \frac{1}{2\pi} b_i b_i \bar{A}_{ii}, \quad (138,7)$$

где в качестве b надо выбрать тот из основных периодов обратной решетки, для которого величина α_b имеет наименьшее значение.

Таким образом, в двумерной решетке корреляционная функция хотя и стремится к нулю при $r \rightarrow \infty$ (в противоположность трехмерной решетке, где она стремится к конечному пределу), но лишь по степенному закону, причем тем более медленному, чем ниже температура¹⁾.

Аналогичные, хотя и несколько более громоздкие вычисления приводят к закону такого же типа и для корреляционной функции в трехмерной системе с функцией плотности $\rho(x)$.

Напомним для сравнения, что в обычной жидкости корреляционная функция убывает по гораздо более быстрому, экспоненциальному, закону (см. § 116).

§ 139. Симметрия по ориентации молекул

Условие $\rho = \text{const}$ есть необходимое, но отнюдь не достаточное условие изотропности тела. Это ясно видно из следующего примера. Представим себе тело, состоящее из молекул удлиненной формы, причем все положения в пространстве молекулы как целого (ее центра инерции) равновероятны, но оси молекул ориентированы преимущественно в одну сторону. Ясно, что такое тело будет анизотропным, несмотря на то, что для каждого из входящих в состав молекулы атомов будет $\rho = \text{const}$.

Свойство, о симметрии которого при этом идет речь, можно сформулировать как взаимную корреляцию между положениями

¹⁾ Корреляционная функция такого вида была найдена Райсом (Т. М. Rice, 1965) для другого двумерного объекта (двумерного сверхпроводника), а для двумерной решетки — В. Л. Березинским (1971).

различных атомов. Пусть $\rho_{12}dV_2$ есть вероятность нахождения атома 2 в элементе объема dV_2 при заданном положении атома 1 (при этом обычно речь идет об атомах различного сорта); ρ_{12} есть функция от координат \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 двух атомов, и свойства симметрии этой функции определяют симметрию тела (у которого $\rho = \text{const}$).

Постоянство функции плотности ρ означает, что перемещение частей тела друг относительно друга (без изменения их объема) не приводит к какому-либо изменению равновесного состояния тела, т. е. изменению его термодинамических величин. Это есть как раз то свойство, которое характеризует жидкости (как и газы). Поэтому тела с $\rho = \text{const}$ и анизотропной функцией корреляции ρ_{12} представляют собой определенную категорию *жидких кристаллов* — анизотропных текучих тел. С более наглядной точки зрения это тела с анизотропным распределением молекул по их ориентации в пространстве.

В смысле симметрии этого распределения возможны две категории случаев. В одной из них (так называемые *нематические жидкие кристаллы*) корреляционная функция зависит только от разности $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$; при изменении длины вектора \mathbf{r}_{12} и сохранении его направления она не обнаруживает никакой периодичности (хотя и может испытывать колебания, затухающие по мере увеличения r_{12}). Другими словами, такая функция не имеет трансляционной симметрии, и ее группа симметрии может складываться лишь из различных поворотов и отражений, т. е. представляет собой какую-либо из точечных групп. С чисто геометрической точки зрения это может быть любая из точечных групп с осями симметрии произвольного порядка. По-видимому, однако, все известные нематические жидкие кристаллы имеют ось полной аксиальной симметрии, причем оба направления вдоль этой оси эквивалентны. Такими свойствами обладают точечные группы $C_{\infty h}$, D_{∞} , $D_{\infty h}^1$). Мы увидим, однако, в следующем параграфе, что симметрия D_{∞} (не содержащая никаких плоскостей симметрии) приводит к неустойчивости состояния жидкого кристалла, в результате чего автоматически появляется определенная «вторичная» периодическая структура, характерная для жидких кристаллов другой категории — так называемых *холестерических*.

Помимо двух перечисленных категорий, существуют еще и другие анизотропные жидкие вещества разнообразной слоистой структуры, которые принято объединять в группу *сметических жидких кристаллов*. По-видимому, по крайней мере некоторые из них представляют собой тела с функцией плотности $\rho(x)$, периодической лишь в одном направлении. Такие тела можно

¹⁾ В остальных группах аксиальной симметрии (C_{∞} , $C_{\infty v}$) оба направления вдоль оси не эквивалентны. Такие жидкие кристаллы были бы, вообще говоря, пироэлектрическими.

представлять себе как состоящие из свободно смещающихся друг относительно друга плоских слоев, расположенных на одинаковых расстояниях друг от друга. В каждом из слоев молекулы ориентированы упорядоченным образом, но расположение их центров инерции беспорядочно.

В § 137 было показано, что структуры с одномерной периодичностью функции плотности размываются тепловыми флуктуациями. Расходимость этих флуктуаций, однако, лишь логарифмическая. Хотя этим исключается возможность одномерной периодичности, простирающейся на сколь угодно большие расстояния, но не исключается (как уже было отмечено в конце § 137) возможность ее существования в сравнительно небольших, но все же макроскопических участках пространства.

Наконец, упомянем, что у обычных изотропных жидкостей тоже существует два различных типа симметрии. Если жидкость состоит из вещества, не имеющего стереоизомеров, то она полностью симметрична не только по отношению к повороту на любой угол вокруг любой оси, но и по отношению к отражению в любой плоскости; другими словами, ее группа симметрии есть полная группа вращений вокруг точки, дополненная центром симметрии (группа K_h). Если же вещество имеет две стереоизомерные формы, причем жидкость содержит молекулы обоих изомеров в различных количествах, то жидкость не будет обладать центром симметрии (а потому не будет допускать и отражений в плоскостях); ее группа симметрии будет просто полной группой вращений вокруг точки (группа K).

§ 140. Нематические и холестерические жидкие кристаллы

Ориентационная симметрия нематических жидких кристаллов является одноосной: в каждой точке жидкости существуют всего одно выделенное направление ориентации молекул, — направление оси аксиальной симметрии. Поэтому макроскопическое состояние такого тела можно описать заданием в каждой его точке одного единичного вектора $\mathbf{n}(\mathbf{r})$, определяющего указанное направление; этот вектор называют *директором*. В полностью равновесном состоянии тело однородно, т. е. $\mathbf{n} = \text{const}$. Неоднородные же распределения $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ описывают различные деформированные состояния жидкого кристалла.

При макроскопической деформации $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ медленно меняется вдоль тела (характерные размеры деформации велики по сравнению с молекулярными размерами). Поэтому производные функции $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ по координатам являются малыми величинами, тем более высокого порядка малости, чем выше порядок производной. Представив полную свободную энергию деформированного жидкого кристалла (при заданной температуре) в виде интеграла