

(практически тоже близкая к прямой) — турбулентному течению. Переход с первой на вторую происходит по мере увеличения числа Рейнольдса в момент турбулизации течения, который может наступить при различных значениях R в зависимости от конкретных условий течения (от степени «возмущенности» потока); в момент перехода коэффициент сопротивления резко возрастает.

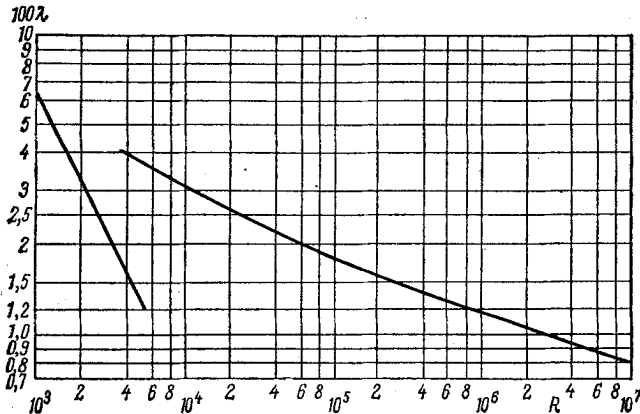


Рис. 32

Написанные выше формулы относятся к трубам с гладкими стенками. Аналогичные формулы для труб с сильно шероховатыми стенками получаются просто заменой ν/v_* на d (ср. (42,13)). Для закона сопротивления получим теперь вместо (43,3) формулу

$$U = \sqrt{\frac{a \Delta p}{2\kappa^2 \rho l}} \ln \frac{a}{d}. \quad (43,7)$$

Под знаком логарифма стоит теперь постоянная величина, не содержащая перепада давления, как это было в (43,3). Мы видим, что средняя скорость течения теперь просто пропорциональна квадратному корню из градиента давления в трубе. Если ввести коэффициент сопротивления, то формула (43,7) примет вид

$$\lambda = \frac{8\kappa^2}{\ln^2(a/d)} = \frac{1,3}{\ln^2(a/d)}, \quad (43,8)$$

т. е. λ — постоянная величина, не зависящая от числа Рейнольдса.

§ 44. Турбулентный пограничный слой

Тот факт, что мы получили для плоско-параллельного турбулентного потока логарифмический закон распределения скоростей формально во всем пространстве, связан с тем, что рас-

сматривалось течение вдоль стенки, площадь которой бесконечна. При течении же вдоль поверхности реальных конечных тел логарифмическим профилем обладает лишь движение на небольших расстояниях от поверхности — в пограничном слое.

Толщина пограничного слоя растет вниз по течению вдоль обтекаемой поверхности (закон этого возрастания будет найден ниже). Это объясняет, почему при течении по трубе логарифмический профиль имеет место вдоль всего сечения трубы. Толщина пограничного слоя у стенки трубы растет, начиная от входа в трубу. Уже на некотором конечном расстоянии от входа пограничный слой как бы заполняет собой все сечение трубы. Поэтому если рассматривать трубу как достаточно длинную и не интересоваться ее начальным участком, то течение во всем ее объеме будет того же типа, как и в турбулентном пограничном слое. Напомним, что аналогичное положение имеет место и для ламинарного течения по трубе. Оно всегда описывается формулой (17,9); роль вязкости в нем проявляется на всех расстояниях от стенки и никогда не бывает ограничена тонким пристеночным слоем жидкости.

Падение средней скорости как в турбулентном, так и в ламинарном пограничном слое, обуславливается в конечном итоге вязкостью жидкости. Однако влияние вязкости проявляется в турбулентном пограничном слое очень своеобразно. Самый ход изменения средней скорости в слое не зависит непосредственно от вязкости; вязкость входит в выражение для градиента скорости только в вязком подслое. Общая же толщина пограничного слоя определяется вязкостью и обращается в нуль вместе с ней (см. ниже). Если бы вязкость была в точности равна нулю, то никакого пограничного слоя вовсе не было бы.

Применим полученные в предыдущем параграфе результаты к турбулентному пограничному слою, образуемому при обтекании тонкой плоской пластинки, — таком же, какое было рассмотрено в § 39 для ламинарного течения. На границе турбулентного слоя скорость жидкости почти равна скорости U основного потока. С другой стороны, для определения этой скорости на границе мы можем (с логарифмической точностью) воспользоваться формулой (42,7), подставив в нее вместо y толщину пограничного слоя δ ¹⁾. Сравнив оба выражения, получим:

$$U = \frac{v_*}{\kappa} \ln \frac{v_* \delta}{\nu}. \quad (44,1)$$

Здесь U играет роль постоянного параметра; толщина же δ меняется вдоль пластинки, а вместе с ней является, следовательно,

¹⁾ Фактически логарифмический профиль наблюдается не на всей толщине пограничного слоя. Последние 20—25 % набора скорости на его наружной стороне происходят быстрее, чем по логарифмическому закону. Эти отклонения связаны, по-видимому, с нерегулярными колебаниями границы слоя (ср. сказанное в конце § 35 о границах турбулентных областей).

медленно меняющейся функцией от x и величина v_* . Для определения этих функций формула (44,1) недостаточна; необходимо получить еще какое-нибудь соотношение, которое бы связывало v_* и δ с x .

Для этого воспользуемся теми же соображениями, с помощью которых была получена формула (37,3) для ширины турбулентного следа. Как и там, производная $d\delta/dx$ должна быть порядка величины отношения скорости вдоль оси y на границе слоя к скорости вдоль оси x на той же границе. Вторая из них — порядка U , что же касается поперечной скорости, то она обязана пульсационному движению и потому — порядка v_* . Таким образом,

$$\frac{d\delta}{dx} \sim \frac{v_*}{U},$$

откуда

$$\delta \sim \frac{v_* x}{U}. \quad (44,2)$$

Формулы (44,1) и (44,2) определяют вместе зависимость v_* и δ от расстояния x ¹⁾. Эта зависимость, однако, не может быть написана в явном виде. Ниже мы выразим δ через некоторую вспомогательную величину. Но поскольку v_* есть медленно меняющаяся функция от x , то уже из (44,2) видно, что толщина слоя меняется в основном пропорционально x . Напомним, что толщина ламинарного пограничного слоя растет как $x^{1/2}$, т. е. медленнее, чем в турбулентном слое.

Определим зависимость от x силы трения σ , действующей на единицу площади поверхности пластинки. Эта зависимость определяется двумя формулами:

$$\sigma = \rho v_*^2, \quad U = \frac{v_*}{\kappa} \ln \frac{v_* x}{U \nu}.$$

Вторая из них получается подстановкой (44,2) в (44,1) и обладает логарифмической точностью. Введем коэффициент сопротивления c (отнесенный к единице площади поверхности пластинки), определяемый как безразмерное отношение

$$c = \frac{2\sigma}{\rho U^2} = 2 \left(\frac{v_*}{U} \right)^2. \quad (44,3)$$

Тогда, исключая v_* из двух написанных уравнений, получим следующее уравнение, определяющее (c логарифмической точностью) в неявном виде зависимость c от x :

$$\sqrt{\frac{2\kappa^2}{c}} = \ln c R_x, \quad R_x = \frac{Ux}{\nu}. \quad (44,4)$$

¹⁾ Строго говоря, расстояние x должно отсчитываться примерно от места перехода ламинарного слоя в турбулентный.

Определяемый этой формулой коэффициент сопротивления c является медленно убывающей функцией расстояния x .

Через эту функцию можно выразить толщину пограничного слоя. Имеем:

$$v_* = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = U \sqrt{\frac{c}{2}}.$$

Подставив это в (44,2), находим:

$$\delta = \text{const} \cdot x \sqrt{c}. \quad (44,5)$$

Эмпирическое значение коэффициента в этой формуле — около 0,3.

Аналогичным образом можно получить формулы для турбулентного пограничного слоя на шероховатой поверхности. Согласно формуле (42,13), имеем теперь вместо (44,1):

$$U = \frac{v_*}{\kappa} \ln \frac{\delta}{d},$$

где d — размеры выступов шероховатости. Подставив сюда δ из (44,2), получим:

$$U = \frac{v_*}{\kappa} \ln \frac{xv_*}{Ud},$$

или, введя сюда коэффициент сопротивления (44,3):

$$\sqrt{\frac{2\kappa^2}{c}} = \ln \frac{x \sqrt{c}}{d}. \quad (44,6)$$

§ 45. Кризис сопротивления

Из полученных в последних параграфах результатов можно сделать существенные заключения о законе сопротивления при больших числах Рейнольдса, т. е. о зависимости действующей на обтекаемое тело силы сопротивления от R при больших значениях последнего.

Картина обтекания при больших R (о которых только и идет речь ниже) выглядит, как уже говорилось, следующим образом. Во всем основном объеме жидкости (т. е. везде, за исключением пограничного слоя, которым мы здесь не интересуемся) жидкость может рассматриваться как идеальная, причем ее движение является потенциальным везде, кроме области турбулентного следа. Размеры — ширина — следа зависят от положения линии отрыва на поверхности обтекаемого тела. При этом существенно, что хотя это положение и определяется свойствами пограничного слоя, но в результате оказывается, как было отмечено в § 40, не зависящим от числа Рейнольдса. Таким образом, мы можем сказать, что вся картина обтекания при больших числах Рейнольдса практически не зависит от вязкости, т. е., другими