

Определяемый этой формулой коэффициент сопротивления c является медленно убывающей функцией расстояния x .

Через эту функцию можно выразить толщину пограничного слоя. Имеем:

$$v_* = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = U \sqrt{\frac{c}{2}}.$$

Подставив это в (44,2), находим:

$$\delta = \text{const} \cdot x \sqrt{c}. \quad (44,5)$$

Эмпирическое значение коэффициента в этой формуле — около 0,3.

Аналогичным образом можно получить формулы для турбулентного пограничного слоя на шероховатой поверхности. Согласно формуле (42,13), имеем теперь вместо (44,1):

$$U = \frac{v_*}{\kappa} \ln \frac{\delta}{d},$$

где d — размеры выступов шероховатости. Подставив сюда δ из (44,2), получим:

$$U = \frac{v_*}{\kappa} \ln \frac{xv_*}{Ud},$$

или, введя сюда коэффициент сопротивления (44,3):

$$\sqrt{\frac{2\kappa^2}{c}} = \ln \frac{x \sqrt{c}}{d}. \quad (44,6)$$

§ 45. Кризис сопротивления

Из полученных в последних параграфах результатов можно сделать существенные заключения о законе сопротивления при больших числах Рейнольдса, т. е. о зависимости действующей на обтекаемое тело силы сопротивления от R при больших значениях последнего.

Картина обтекания при больших R (о которых только и идет речь ниже) выглядит, как уже говорилось, следующим образом. Во всем основном объеме жидкости (т. е. везде, за исключением пограничного слоя, которым мы здесь не интересуемся) жидкость может рассматриваться как идеальная, причем ее движение является потенциальным везде, кроме области турбулентного следа. Размеры — ширина — следа зависят от положения линии отрыва на поверхности обтекаемого тела. При этом существенно, что хотя это положение и определяется свойствами пограничного слоя, но в результате оказывается, как было отмечено в § 40, не зависящим от числа Рейнольдса. Таким образом, мы можем сказать, что вся картина обтекания при больших числах Рейнольдса практически не зависит от вязкости, т. е., другими

словами, от R (до тех пор, пока пограничный слой остается ламинарным; см. ниже).

Отсюда следует, что и сила сопротивления не может зависеть от вязкости. В нашем распоряжении остаются только три величины: скорость U натекающего потока, плотность жидкости ρ и размеры тела l . Из них можно составить всего лишь одну величину с размерностью силы; $\rho U^2 l^2$. Вместо квадрата линейных размеров тела введем, как это обычно делают, пропорциональную ему площадь S поперечного (по отношению к направлению обтекания) сечения тела и напомним:

$$F = \text{const} \cdot \rho U^2 S, \quad (45,1)$$

где const — численная постоянная, зависящая только от формы тела. Таким образом, сила сопротивления должна быть (при больших R) пропорциональна площади сечения тела и квадрату скорости обтекания. Напомним для сравнения, что при совсем малых R ($R \ll 1$) сопротивление было пропорционально первой степени линейных размеров тела и первой степени скорости ($F \sim \nu \rho l U$; см. § 20)¹⁾.

Обычно, как уже говорилось, вместо силы сопротивления F рассматривают коэффициент сопротивления C , определяемый как

$$C = \frac{F}{\frac{1}{2} \rho U^2 S}.$$

C является безразмерной величиной и может зависеть только от R . Формула (45,1) напишется в виде

$$C = \text{const}, \quad (45,2)$$

т. е. коэффициент сопротивления зависит только от формы тела.

Такой ход силы сопротивления не может, однако, продолжаться до сколь угодно больших чисел Рейнольдса. Дело в том, что при достаточно больших R ламинарный пограничный слой (на поверхности тела до линии отрыва) делается неустойчивым и турбулизуется. При этом турбулизуется не весь пограничный слой, а лишь некоторая его часть. Вся поверхность тела может быть разделена, таким образом, на три части: на передней имеется ламинарный пограничный слой, затем идет область турбулентного слоя и, наконец, область за линией отрыва.

Турбулизация пограничного слоя существенно сказывается на всей картине течения в основном потоке: она приводит к заметному смещению линии отрыва вниз по течению жидкости, так что турбулентный след за телом сужается (как это изображено

¹⁾ Своеобразный случай, когда сопротивление остается пропорциональным первой степени скорости при больших значениях R , — обтекание пузыря газа; см. задачу к этому параграфу.

схематически на рис. 33; область следа заштрихована)¹⁾. Сужение турбулентного следа приводит к уменьшению силы сопротивления. Таким образом, турбулизация пограничного слоя при больших числах Рейнольдса сопровождается падением коэффициента сопротивления. Коэффициент сопротивления падает в несколько раз в сравнительно узком интервале чисел Рейнольдса (в области R , равных нескольким 10^5). Это явление называется

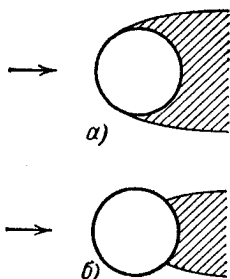


Рис. 33

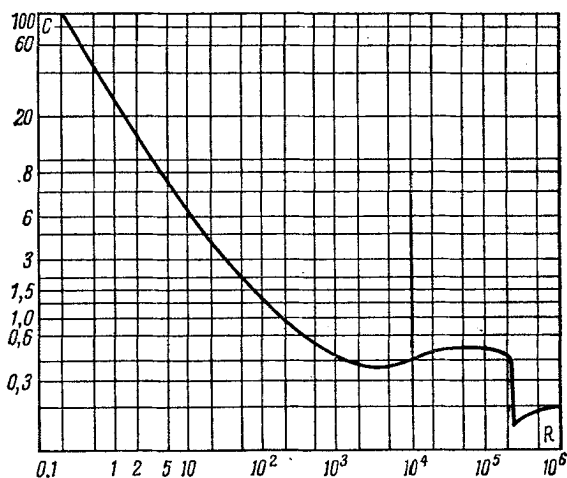


Рис. 34

кризисом сопротивления. Уменьшение коэффициента сопротивления настолько значительно, что само сопротивление, которое при постоянном C должно возрастать пропорционально квадрату скорости, в этой области чисел Рейнольдса даже убывает с возрастанием скорости²⁾.

Можно отметить, что на явление кризиса влияет степень турбулентности набегающего на тело потока. Чем она больше, тем раньше (при меньших R) наступает турбулизация пограничного слоя. В связи с этим и падение коэффициента сопротивления начинается при меньших числах Рейнольдса (и растягивается по более широкому интервалу их значений).

¹⁾ Так, при поперечном обтекании длинного цилиндра турбулизация пограничного слоя сдвигает положение точки отрыва от 95° до 60° (угол на окружности сечения цилиндра отсчитывается от направления обтекания).

²⁾ Отметим, что первое возникновение нестационарности при обтекании шара (при R порядка нескольких десятков) не сопровождается скачкообразным изменением силы сопротивления. Это связано с непрерывностью перехода при мягком самовозбуждении. Изменение характера течения могло бы проявиться лишь в появлении излома на кривой $C(R)$.

На рис. 34 и 35 приведен экспериментально найденный график зависимости коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса $R = Ud/\nu$ для шара диаметра d (на рис. 34 — в логарифмическом, а на рис. 35 — в обыкновенном масштабе). При самых малых R ($R \ll 1$) коэффициент сопротивления падает по закону $C = 24/R$ (формула Стокса). Падение C продолжается затем более медленно вплоть до $R \approx 5 \cdot 10^3$, где C достигает минимума, вслед за чем несколько повышается. В области чисел Рейнольдса $2 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^5$ имеет место закон (45,2), т. е. C практически остается постоянным. При $R \approx 2 \div 3 \cdot 10^5$ наступает кризис сопротивления, причем коэффициент сопротивления падает примерно в 4—5 раз.

Для сравнения приведем пример обтекания, при котором не происходит явления кризиса. Рассмотрим обтекание плоского диска в направлении, перпендикулярном к его плоскости. Место отрыва в этом случае заранее очевидно из чисто геометрических соображений, — ясно, что отрыв произойдет по краю диска и в дальнейшем уже никуда не будет смещаться. Поэтому при увеличении R коэффициент сопротивления диска остается постоянным, не обнаруживая кризиса.

Следует иметь в виду, что при тех больших скоростях, когда наступает кризис сопротивления, может уже стать заметным влияние сжимаемости жидкости. Параметром, характеризующим степень этого влияния, является число $M = U/c$, где c — скорость звука; жидкость можно рассматривать как несжимаемую, если $M \ll 1$ (§ 10). Поскольку из двух чисел M и R лишь одно содержит размеры тела, то эти числа могут меняться независимо друг от друга.

Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что сжимаемость оказывает в общем стабилизирующее влияние на движение в ламинарном пограничном слое. При возрастании числа M увеличивается критическое значение R , при котором происходит турбулизация пограничного слоя. В связи с этим отодвигается также и наступление кризиса сопротивления. Так, для шара при изменении M от 0,3 до 0,7 кризис сопротивления отодвигается примерно от $R \approx 4 \cdot 10^5$ до $8 \cdot 10^5$.

Укажем также, что при увеличении M положение точки отрыва в ламинарном пограничном слое смещается вверх по течению — по направлению к переднему концу тела, что должно приводить к некоторому увеличению сопротивления.

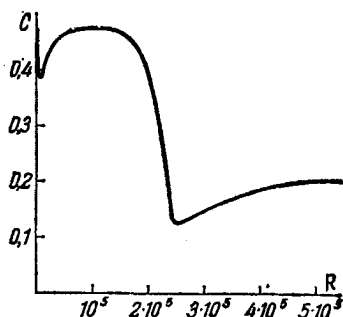


Рис. 35

Задача

Определить силу сопротивления, действующую на движущийся в жидкости газовый пузырек при больших числах Рейнольдса.

Решение. На границе жидкости с газом должна обращаться в нуль не самая касательная составляющая скорости жидкости, а лишь ее нормальная производная (вязкостью газа пренебрегаем.) Поэтому градиент скорости вблизи поверхности не будет аномально велик, пограничный слой (в том виде, о котором шла речь в § 39) будет отсутствовать, а потому будет отсутствовать (почти по всей поверхности пузырька) также и явление отрыва. При вычислении диссипации энергии с помощью объемного интеграла (16,3) можно поэтому во всем пространстве пользоваться распределением скоростей, соответствующим потенциальному обтеканию шара (задача 2 § 10), пренебрегая при этом ролью поверхностного слоя жидкости и очень тонкого турбулентного следа. Производя вычисление по формуле, полученной в задаче к § 16, найдем

$$\dot{E}_{\text{кин}} = -\eta \int \left. \frac{\partial v^2}{\partial r} \right|_{r=R} 2\pi R^2 \sin \theta d\theta = -12\pi\eta R U^2.$$

Отсюда видно, что искомая диссипативная сила сопротивления

$$F = 12\pi\eta R U.$$

Область применимости этой формулы фактически невелика, так как при достаточном увеличении скорости пузырек теряет свою сферическую форму.

§ 46. Хорошо обтекаемые тела

Можно поставить вопрос о том, какова должна быть форма тела (при заданной, например, площади его сечения) для того, чтобы оно испытывало при движении в жидкости по возможности малое сопротивление. Из всего предыдущего ясно, что для этого во всяком случае необходимо достичь по возможности более позднего отрыва: отрыв должен произойти поближе к заднему концу тела так, чтобы турбулентный след был как можно более узким. Мы уже знаем, что возникновение отрыва облегчается наличием быстрого возрастания давления вдоль обтекаемого тела вниз по течению. Поэтому необходимо придать телу такую форму, чтобы изменение давления вдоль него, — в той области, где давление возрастает, происходило по возможности медленно и плавно. Этого можно достичь приданием телу удлиненной (в направлении обтекания) формы, причем оно плавно заостряется в направлении обтекания так, что стекающие с разных сторон поверхности тела потоки как бы плавно смыкаются без того, чтобы им пришлось где-либо обтекать какие-нибудь углы или же сильно поворачивать по отношению к направлению набегающего потока. Спереди же тело должно быть закруглено; при наличии здесь угла скорость жидкости на его краю обратилась бы в бесконечность (см. задачу 6 § 10), вслед за чем произошли бы сильное возрастание давления вниз по течению и неизбежный отрыв.

Всем этим требованиям в высокой степени удовлетворяют формы типа, изображенного на рис. 36. Изображенный на ниж-