Задача

Определить силу сопротивления, действующую на движущийся в жидкости газовый пузырек при больших числах Рейнольдса.

Решение. На границе жидкости с газом должна обращаться в нуль не самая касательная составляющая скорости жидкости, а лишь ее нормальная производная (вязкостью газа пренебрегаем.) Поэтому градиент скорости вблизи поверхности не будет аномально велик, пограничный слой (в том виде, о котором шла речь в § 39) будет отсутствовать, а потому будет отсутствовать (почти по всей поверхности пузырька) также и явление отрыва. При вычислении диссипации энергии с помощью объемного интеграла (16,3) можно поэтому во всем пространстве пользоваться распределением скоростей, соответствующим потенциальному обтеканию шара (задача 2 § 10), пренебрегая при этом ролью поверхностного слоя жидкости и очень тонкого турбулентного следа. Производя вычисление по формуле, полученной в задаче к § 16, найдем

$$\dot{E}_{\text{кин}} = -\eta \int \frac{\partial v^2}{\partial r}\bigg|_{r=R} 2\pi R^2 \sin\theta \, d\theta = -12\pi\eta R U^2.$$

Отсюда видно, что искомая диссипативная сила сопротивления

$$F = 12\pi\eta R U.$$

Область применимости этой формулы фактически невелика, так как при достаточном увеличении скорости пузырек теряет свою сферическую форму.

§ 46. Хорошо обтекаемые тела

Можно поставить вопрос о том, какова должна быть форма тела (при заданной, например, площади его сечения) для того, чтобы оно испытывало при движении в жидкости по возможности малое сопротивление. Из всего предыдущего ясно, что для этого во всяком случае необходимо достичь по возможности более позднего отрыва: отрыв должен произойти поближе к заднему концу тела так, чтобы турбулентный след был как можно более узким. Мы уже знаем, что возникновение отрыва облегчается наличием быстрого возрастания давления вдоль обтекаемого тела вниз по течению. Поэтому необходимо придать телу такую форму, чтобы изменение давления вдоль него, — в той области, где давление возрастает, происходило по возможности медленно и плавно. Этого можно достичь приданием телу удлиненной (в направлении обтекания) формы, причем оно плавно заостряется в направлении обтекания так, что стекающие с разных сторон поверхности тела потоки как бы плавно смыкаются без того, чтобы им пришлось где-либо обтекать какие-нибудь углы или же сильно поворачивать по отношению к направлению набегающего потока. Спереди же тело должно быть закруглено; при наличии здесь угла скорость жидкости на его краю обратилась бы в бесконечность (см. задачу 6 § 10), вслед за чем произошли бы сильное возрастание давления вниз по течению и неизбежный отрыв.

Всем этим требованиям в высокой степени удовлетворяют формы типа, изображенного на рис. 36. Изображенный на нижнем рисунке профиль может представлять собой сечение удлиненного тела вращения, но может быть и сечением тела с большим размахом (о таких телах мы будем условно говорить как о *крыльях*). Профиль сечения крыла может быть и не симметричным, как, например, на верхнем рис. 36. При обтекании тел такой формы отрыв происходит лишь в непосредственной близости острого конца, в результате чего коэффициент сопротивления достигает относительно малых значений. Такие тела называют *хорошо обтекаемыми.*

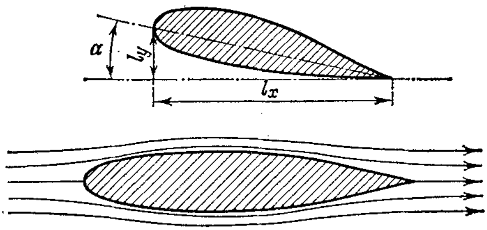

Рис. 36

В сопротивлении хорошо обтекаемых тел заметную роль играет эффект непосредственного трения жидкости о поверхность в пограничном слое. Этот эффект сравнительно очень мал и потому практически совершенно несуществен для плохо обтекаемых тел (о которых шла речь в предыдущем параграфе). В обратном же предельном случае обтекания плоской пластинки (параллельным ей потоком жидкости) он представляет собой единственный источник сопротивления (§ 39).

При обтекании хорошо обтекаемого крыла, наклоненного под малым углом к направлению потока (α на рис. 36, так называемый *угол атаки*), развивается большая подъемная сила F_y, при этом сопротивление F_x остается малым, и в результате отношение F_y/F_x может достичь больших значений (порядка 10—100). Так продолжается, однако, лишь до тех пор, пока угол атаки не сделается слишком большим (обычно $\sim 10°$). После этого сопротивление начинает очень быстро возрастать, а подъемная сила падать. Это явление обусловливается тем, что при больших углах атаки тело перестает удовлетворять условиям хорошей обтекаемости: место отрыва сильно смещается по поверхности тела по направлению к его переднему краю, в результате чего след делается значительно более широким. Надо иметь в виду, что в предельном случае тела очень малой толщины, т. е. плоской пластинки, хорошее обтекание имеет место только при очень малом угле атаки; отрыв происходит на переднем крае пластинки уже при малых углах ее наклона к направлению потока.

Угол атаки α отсчитывается, по определению, от того положения крыла, при котором подъемная сила равна нулю. При малых углах атаки подъемную силу можно разложить в ряд по степеням α. Ограничиваясь первым членом разложения, мы можем считать силу F_y пропорциональной α. Далее, по тем же соображениям размерности, как и для силы сопротивления, подъемная сила должна быть пропорциональна ρU^2. Введя также длину размаха l_z крыла, можно написать:

$$F_y = \mathrm{const} \cdot \rho U^2 \alpha l_x l_z, \tag{46,1}$$

где const — численная постоянная, зависящая только от формы крыла и не зависящая, в частности, от угла атаки. Для крыльев очень большого размаха можно считать подъемную силу пропорциональной размаху; в этом случае const зависит только от формы профиля поперечного сечения крыла.

Вместо подъемной силы крыла часто пользуются так называемым коэффициентом подъемной силы, определяемым как

$$C_y = \frac{F_y}{{}^1/_2 \rho U^2 l_x l_z}. \tag{46,2}$$

Для крыльев очень большого размаха согласно сказанному выше он пропорционален углу атаки и не зависит ни от скорости движения, ни от размаха крыла:

$$C_y = \mathrm{const} \cdot \alpha. \tag{46,3}$$

Для вычисления подъемной силы хорошо обтекаемого крыла с помощью формулы Жуковского необходимо определить циркуляцию скорости Г. Это делается следующим образом. Везде, кроме области следа, движение потенциально. В данном же случае след очень тонок и занимает на поверхности крыла лишь очень небольшую область вблизи его задней заостренной кромки. Поэтому для определения распределения скоростей (а с ним и циркуляции Г) можно решать задачу о потенциальном обтекании крыла идеальной жидкостью. Наличие следа учитывается при этом тем, что от острой задней кромки крыла отходит поверхность касательного разрыва, на которой потенциал испытывает скачок $\varphi_2 - \varphi_1 = \Gamma$. Как было уже показано в § 38, на этой поверхности испытывает скачок также и производная $\partial\varphi/\partial z$, а производные $\partial\varphi/\partial x$ и $\partial\varphi/\partial y$ непрерывны. Для крыла конечного размаха поставленная таким образом задача имеет однозначное решение. Нахождение точного решения, однако, весьма сложно.

Если крыло обладает очень большим размахом (и постоянным вдоль размаха сечением), то, рассматривая его как бесконечно длинное вдоль оси z, можно считать движение жидкости плоским (в плоскости x, y). Из соображений симметрии ясно, что при этом скорость $v_z = \partial\varphi/\partial z$ в направлении размаха будет вообще равной нулю. В этом случае, следовательно, мы должны искать решение, в котором испытывает скачок только сам потенциал при непрерывных его производных; другими словами, поверхность касательного разрыва вообще отсутствует, и мы имеем дело просто с неоднозначной функцией $\varphi(x, y)$, принимающей конечное приращение Г при обходе по замкнутому контуру, охватывающему обтекаемый профиль. В таком виде, однако, задача о плоском обтекании не однозначна, так как допускает решение при произвольном, заранее заданном скачке потенциала. Для получения однозначного ответа необходимо потребовать выполнения дополнительного условия (*С. А. Чаплыгин*, 1909)

Это условие заключается в требовании, чтобы скорость жидкости не обращалась в бесконечность на острой задней кромке крыла; напомним в этой связи, что при огибании угла идеальной жидкостью скорость в вершине угла обращается, вообще говоря, в бесконечность по степенному закону (задача 6 § 10). Можно сказать, что поставленное условие означает, что струи, стекающие с обеих сторон крыла, должны плавно смыкаться без того, чтобы поворачивать вокруг острого угла. Естественно, что при выполнении этого условия решение задачи о потенциальном обтекании приведет к картине, наиболее близкой к истинной, при которой скорость везде конечна, а отрыв происходит лишь у самой задней кромки. Решение становится после этого вполне однозначным и, в частности, определяется и нужная для вычисления подъемной силы циркуляция Г.

§ 47. Индуктивное сопротивление

Существенную часть силы сопротивления, испытываемой хорошо обтекаемым крылом (конечного размаха), составляет сопротивление, связанное с диссипацией энергии в тонком турбулентном следе. Это сопротивление называют индуктивным.

В § 21 было показано, каким образом можно вычислить связанную со следом силу сопротивления, рассматривая движение жидкости вдали от тела. Полученная там формула (21,1), однако, в данном случае неприменима. Согласно этой формуле сопротивление определяется интегралом от v_x по площади сечения следа, т. е. расходом жидкости через сечение следа. Но ввиду тонкости следа за хорошо обтекаемым крылом этот расход в данном случае мал, и в рассматриваемом ниже приближении им можно вовсе пренебречь.

Подобно тому как мы поступали в § 21, пишем силу F_x в виде разности полных потоков x-компоненты импульса через плоскости $x = x_1$ и $x = x_2$, проходящие соответственно значительно позади и значительно впереди тела. Написав три компоненты скорости в виде $U + v_x$, v_y, v_z, будем иметь для компоненты Π_{xx} плотности потока импульса выражение $\Pi_{xx} = p + \varrho(U + v_x)^2$ так что сила сопротивления есть

$$F_x = \left(\iint\limits_{x=x_2} - \iint\limits_{x=x_1}\right)[p + \rho(U + v_x)^2]\,dy\,dz. \qquad (47,1)$$