2. Определить отношение p_2/p_1 по заданным температурам T_1, T_2 для ударной волны в термодинамически идеальном газе с непостоянной теплоемкостью.

Решение. Для такого газа можно лишь утверждать, что w (как и ε) есть функция только от температуры и что p, V, T связаны уравнением состояния $pV = RT/\mu$. Решая уравнение (85,9) относительно p_2/p_1, получаем:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\mu}{RT_1}(w_2 - w_1) - \frac{T_2 - T_1}{2T_1} + \sqrt{\left[\frac{\mu}{RT_1}(w_2 - w_1) - \frac{T_2 - T_1}{2T_1}\right]^2 + \frac{T_2}{T_1}},$$

где $w_1 = w(T_1)$, $w_2 = w(T_2)$.

§ 90. Гофрировочная неустойчивость ударных волн

Соблюдение условий эволюционности само по себе необходимо, но еще недостаточно для гарантирования устойчивости ударной волны. Волна может оказаться неустойчивой по отношению к возмущениям, характеризующимся периодичностью вдоль поверхности разрыва и представляющим собой как бы «рябь», или «гофрировку», на этой поверхности (такого рода возмущения рассматривались уже в § 29 для тангенциальных разрывов)[1]. Покажем, каким образом исследуется этот вопрос для ударных волн в произвольной среде (*С. П. Дьяков*, 1954).

Пусть ударная волна покоится, занимая плоскость $x = 0$; жидкость движется сквозь нее слева направо, в положительном направлении оси x. Пусть поверхность разрыва испытывает возмущение, при котором ее точки смещаются вдоль оси x на малую величину

$$\zeta = \zeta_0 e^{i(k_y y - \omega t)}, \tag{90,1}$$

где k_y — волновой вектор «ряби». Эта рябь на поверхности вызывает возмущение течения позади ударной волны, в области $x > 0$ (течение же перед разрывом, $x < 0$, не испытывает возмущения в силу своей сверхзвуковой скорости).

Произвольное возмущение течения складывается из энтропийно-вихревой волны и звуковой волны (см. задачу к § 82). В обоих зависимость величин от времени и координат дается множителем вида $\exp[i(\mathbf{kr} - \omega t)]$ с той же частотой ω, что и в (90,1). Из соображений симметрии очевидно, что волновой вектор $\mathbf{k}$ лежит в плоскости xy; его y-компонента совпадает с k_y в (90,1), а x-компонента различна для возмущений двух типов.

В энтропийно-вихревой волне $\mathbf{k}\mathbf{v}_2 = \omega$, т. е. $k_x = \omega/v_2$ (v_2 — невозмущенная скорость газа за разрывом). В этой волне возмущение давления отсутствует, возмущение удельного объема связано с возмущением энтропии, $\delta V^{(\text{энт})} = (\partial V/\partial s)_p \delta s$, а возму-

---

[1]) Неустойчивость по отношению к таким возмущениям называют гофрировочной (corrugation instability по английской терминологии).

щение скорости подчинено условию

$$\mathbf{k}\,\delta\mathbf{v}^{(\text{энт})}=\frac{\omega}{v_2}\,\delta v_x^{(\text{энт})}+k_y\delta v_y^{(\text{энт})}=0. \qquad (90,2)$$

В звуковой волне в движущемся газе связь между частотой и волновым вектором дается равенством $(\omega-\mathbf{kv})^2=c^2k^2$ (см. (68,1)); поэтому k_x в этой волне определяется уравнением

$$\left(\omega-k_xv_2\right)^2=c_2^2\left(k_x^2+k_y^2\right). \qquad (90,3)$$

Возмущения давления, удельного объема и скорости связаны соотношениями:

$$\delta p^{(\text{зв})}=-(c_2/V_2)^2\,\delta V^{(\text{зв})}, \qquad (90,4)$$

$$(\omega-v_2k_x)\,\delta\mathbf{v}^{(\text{зв})}=V_2\mathbf{k}\delta p^{(\text{зв})}. \qquad (90,5)$$

Возмущение в целом представляется линейной комбинацией возмущений обоих типов:

$$\delta v=\delta v^{(\text{энт})}+\delta v^{(\text{зв})},\quad \delta V=\delta V^{(\text{энт})}+\delta V^{(\text{зв})},\quad \delta p=\delta p^{(\text{зв})}. \qquad (90,6)$$

Оно должно удовлетворять определенным граничным условиям на возмущенной поверхности разрыва.

Прежде всего, на этой поверхности должна быть непрерывна тангенциальная к ней составляющая скорости, а скачок нормальной составляющей должен выражаться через возмущенные давление и плотность равенством (85,7). Эти условия записываются как

$$\mathbf{v}_1\mathbf{t}=(\mathbf{v}_2+\delta\mathbf{v})\,\mathbf{t},$$

$$\mathbf{v}_1\mathbf{n}-(\mathbf{v}_2+\delta\mathbf{v})\,\mathbf{n}=$$

$$=\left[(p_2-p_1+\delta p)\,(V_1-V_2-\delta V)\right]^{1/2},$$

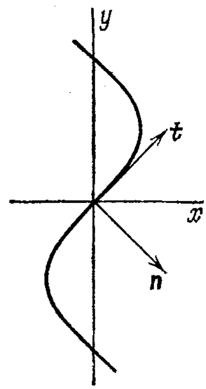

Рис. 59

где $\mathbf{t}$ и $\mathbf{n}$ — единичные векторы касательной и нормали к поверхности разрыва (рис. 59). С точностью до величин первого порядка малости компоненты этих векторов (в плоскости xy) равны $\mathbf{t}(ik\zeta, 1)$ и $\mathbf{n}(1, -ik\zeta)$; выражение $ik\zeta$ возникает как производная $\partial\zeta/\partial y$. С этой же точностью граничные условия для скорости принимают вид

$$\delta v_y=ik\zeta\,(v_1-v_2),\quad \delta v_x=\frac{v_2-v_1}{2}\left[\frac{\delta p}{p_2-p_1}-\frac{\delta V}{V_1-V_2}\right]. \qquad (90,7)$$

Далее, возмущенные значения $p_2+\delta p$ и $V_2+\delta V_2$ должны удовлетворять тому же уравнению адиабаты Гюгонио, что и невозмущенные p_2 и V_2. Отсюда получаем условие, связывающее δp и δV:

$$\delta p=\frac{dp_2}{dV_2}\,\delta V, \qquad (90,8)$$

где производная берется вдоль адиабаты.

Наконец, еще одно соотношение возникает из связи между потоком вещества через поверхность разрыва и скачками давления и плотности на ней. Для невозмущенного разрыва это соотношение выражается формулой (85,6), а для возмущенного аналогичное соотношение есть

$$\frac{1}{V_1^2}(\mathbf{v}_1\mathbf{n}-\mathbf{un})^2=\frac{p_2-p_1+\delta p}{V_1-V_2-\delta V},$$

где $\mathbf{u}$ — скорость точек поверхности разрыва. В первом приближении по малым величинам имеем $\mathbf{un}=-i\omega\zeta$; разлагая написанное равенство также и по степеням δp и δV, получим:

$$\frac{2i\omega}{v_1}\zeta=\frac{\delta p}{p_2-p_1}+\frac{\delta V}{V_1-V_2}. \tag{90,9}$$

Равенства (90,2), (90,4—5), (90,7—9) составляют систему восьми линейных алгебраических уравнений для восьми величин ζ, δp, $\delta V^{(\text{энт})}$, $\delta V^{(\text{зв})}$, $\delta v_{x,\,y}^{(\text{энт})}$, $\delta v_{x,\,y}^{(\text{зв})}$ [1]. Условие совместности этих уравнений (выражаемое равенством нулю определителя их коэффициентов) имеет вид:

$$\frac{2\omega v_2}{v_1}\left(k_y^2+\frac{\omega^2}{v_2^2}\right)-\left(\frac{\omega^2}{v_1v_2}+k_x^2\right)(\omega-v_2k_y)(1+h)=0, \tag{90,10}$$

где для краткости обозначено $h=j^2(dV_2/dp_2)$, а j имеет обычный смысл: $j=v_1/V_1=v_2/V_2$. Величину k_x в (90,10) надо понимать как функцию k_y и ω, определяемую равенством (90,3).

Условие неустойчивости состоит в существовании возмущений, экспоненциально возрастающих со временем, причем они должны экспоненциально убывать с удалением от поверхности разрыва (т. е. при $x\to\infty$); последнее условие означает, что источником возмущения является сама ударная волна, а не какой-то внешний по отношению к ней источник. Другими словами, волна неустойчива, если уравнение (90,10) имеет решения, у которых

$$\operatorname{Im}\omega>0,\quad \operatorname{Im}k_x>0. \tag{90,11}$$

Исследование уравнения (90,10) на предмет выяснения условий существования таких решений довольно громоздко. Мы не будем производить его здесь, ограничившись указанием окончательного результата [2]. Гофрировочная неустойчивость ударной

---

[1]) Все эти равенства берутся при $x=0$, и под перечисленными величинами в них могут подразумеваться постоянные амплитуды, без переменных экспоненциальных множителей.

[2]) Это исследование можно найти в оригинальной статье: *Дьяков С. П.*— ЖЭТФ, 1954, т. 27, с. 288. В следующем параграфе будет приведено еще и менее строгое, но более наглядное обоснование условий (90,12—13).

волны возникает если

$$j^2 \frac{dV_2}{dp_2} < -1, \tag{90,12}$$

или

$$j^2 \frac{dV_2}{dp_2} > 1 + 2\frac{v_2}{c_2}; \tag{90,13}$$

напомним, что производная берется вдоль ударной адиабаты (при заданных p_1, V_1) [1]).

Условия (90,12—13) отвечают наличию у уравнения (90,10) комплексных корней, удовлетворяющих требованиям (90,11). Но в определенных условиях это уравнение может иметь также и корни с вещественными ω и k_x, отвечающие «уходящим» от разрыва реальным незатухающим звуковым и энтропийным волнам, т. е. спонтанному излучению звука поверхностью разрыва. Мы будем говорить о такой ситуации как об особом виде неустойчивости ударной волны, хотя неустойчивости в буквальном смысле здесь нет, — раз созданное на поверхности разрыва возмущение (рябь) неограниченно долго продолжает излучать волны, не затухая и не усиливаясь при этом; энергия, уносимая излучаемыми волнами, черпается из всей движущейся среды [2]).

Для определения условий возникновения этого явления, преобразуем уравнение (90,10), введя угол θ между $\mathbf{k}$ и осью x; тогда

$$c_2 k_x = \omega_0 \cos\theta, \quad c_2 k_y = \omega_0 \sin\theta, \quad \omega = \omega_0\left(1 + \frac{v_2}{c_2}\cos\theta\right), \quad \omega_0^2 = c_2^2\left(k_x^2 + k_y^2\right) \tag{90,14}$$

(ω_0 — частота звука в системе координат, движущейся вместе с газом за ударной волной), и получаем квадратное относительно $\cos\theta$ уравнение:

$$\frac{v_2^2}{c_2^2}\left[\frac{4}{1+h} + \frac{v_1}{v_2} - 1\right]\cos^2\theta + \frac{2v_2}{c_2}\left[\frac{3+(v_2/c_2)^2}{1+h} - 1\right]\cos\theta + \frac{2\left[1+(v_2/c_2)^2\right]}{1+h} - \left(1 + \frac{v_1 v_2}{c_2^2}\right) = 0. \tag{90,15}$$

Скорость распространения звуковой волны в движущемся со скоростью v_2 газе, по отношению к неподвижной поверхности

[1]) Отметим, что при выводе (90,12—13) используется только обязательное условие (88,1), но не используется неравенство $p_2 > p_1$. Поэтому эти условия неустойчивости относятся и к ударным волнам разрежения, которые могли бы существовать при $(\partial^2 V/\partial p^2)_s < 0$.

[2]) Сравните с аналогичной ситуацией для тангенциальных разрывов — задача 2 § 84.

разрыва, есть $v_2 + c_2 \cos\theta$. Звуковая волна будет уходящей, если эта сумма положительна, т. е. если

$$-v_2/c_2 < \cos\theta < 1 \qquad (90,16)$$

(значения $\cos\theta < 0$ отвечают случаям, когда вектор $\mathbf{k}$ направлен в сторону разрыва, но снос звуковой волны движущимся газом делает ее все же «уходящей»). Спонтанное излучение звука ударной волной возникает, если уравнение (90,15) имеет корень, лежащий в этих пределах. Простое исследование приводит к следующим неравенствам, определяющим область этой неустойчивости [1]):

$$\frac{1 - v_2^2/c_2^2 - v_1 v_2/c_2^2}{1 - v_2^2/c_2^2 + v_1 v_2/c_2^2} < j^2 \frac{dV_2}{dp_2} < 1 + 2\frac{v_2}{c_2} \qquad (90,17)$$

(нижний и верхний пределы здесь фактически отвечают нижнему и верхнему пределам в условиях (90,16)). Область (90,17) примыкает к области неустойчивости (90,13), расширяя ее.

К происхождению неустойчивости ударных волн в области (90,17) можно подойти также и с несколько иной точки зрения, рассмотрев отражение от поверхности разрыва звука, падающего на нее со стороны сжатого газа. Поскольку ударная волна движется относительно газа впереди нее со сверхзвуковой скоростью, то в этот газ звук не проникает. В газе же позади волны будем иметь, наряду с падающей звуковой волной, еще и отраженную звуковую и энтропийно-вихревую волны (а на самой поверхности разрыва возникает рябь). Задача об определении коэффициента отражения по своей постановке близка к задаче об исследовании устойчивости. Разница состоит в том, что наряду с подлежащими определению амплитудами исходящих от разрыва (отраженных) волн в граничных условиях фигурирует еще и заданная амплитуда приходящей (падающей) звуковой волны. Вместо системы однородных алгебраических уравнений мы будем иметь теперь систему неоднородных уравнений, в которых роль неоднородности играют члены с амплитудой падающей волны. Решение этой системы дается выражениями, в знаменателях которых стоит определитель однородных уравнений, — как раз тот, приравнивание которого нулю дает дисперсионное уравнение спонтанных возмущений (90,10). Тот факт, что в области (90,17) это уравнение имеет вещественные корни для $\cos\theta$, означает, что существуют определенные значения угла отражения (и тем самым угла падения), при которых коэффициент отражения становится бесконечным. Это — другая фор-

[1]) Эта неустойчивость тоже была указана *С. П. Дьяковым* (1954); правильное значение нижней границы в (90,17) найдено *В. М. Конторовичем* (1957).

мулировка возможности спонтанного излучения звука, т. е. излучения без падающей извне звуковой волны.

То же самое относится и к коэффициенту прохождения звука, падающего на поверхность разрыва спереди, навстречу ей. В этом случае не существует отраженной волны, а позади поверхности разрыва возникают прошедшие звуковая и энтропийно-вихревая волны. В области (90,17) возможно обращение коэффициента прохождения в бесконечность [1]).

Скажем несколько слов о некоторых возможных, в принципе, типах ударных адиабат, содержащих области рассмотренных неустойчивостей [2]).

Условие (90,12) требует отрицательной производной dp_2/dV_2, причем ударная адиабата должна быть наклонена (к оси абсцисс) в точке *2* менее круто, чем проведенная в нее хорда *12* (т. е. обратно тому, что имеет место в обычных случаях — рис. 53). Для этого адиабата должна перегнуться, как показано на рис. 60; условие неустойчивости (90,12) выполняется на участке *ab*.

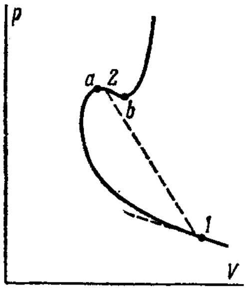

Рис. 60

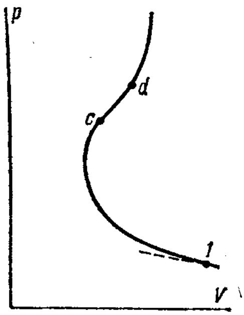

Рис. 61

Условие (90,13) требует положительности производной dp_2/dV_2, причем наклон адиабаты должен быть достаточно мал. На рис. 60 это условие выполняется на определенных отрезках адиабаты, непосредственно примыкающих к точкам *a* и *b* и расширяющих, таким образом, область неустойчивости. Условие (90,13) может оказаться выполненным и на участке (*cd* на рис. 61) адиабаты, не содержащей участка типа *ab*.

[1]) Вычисление коэффициентов отражения и прохождения звука на ударной волне при произвольных направлениях падения в произвольных средах — см. *Дьяков С. П.* — ЖЭТФ, 1957, т. 33, с. 948, 962; *Конторович В. М.*—ЖЭТФ, 1957, т. 33, с. 1527; Акустический журнал, 1959, т. 5, с. 314.

[2]) В политропном газе $h = -(c_1/v_1)^2$, в чем легко убедиться с помощью полученных в § 89 формул. Ни одно из условий (90,12—13) и (90,17) при этом заведомо не выполняется, так что ударная волна устойчива. Устойчивы, конечно, также и ударные волны слабой интенсивности в произвольной среде.

Условие (90,17) еще менее жестко, чем (90,13) и еще дополнительно расширяет область неустойчивости на адиабатах Гюгонио с $dp_2/dV_2 > 0$. Более того, нижний предел в (90,17) может быть отрицательным, так что неустойчивость этого типа может, в принципе, иметь место и в некоторых участках адиабат обычного вида, со всюду отрицательной производной dp_2/dV_2.

Вопрос о судьбе гофрировочно-неустойчивых ударных волн тесно связан со следующим замечательным обстоятельством: при выполнении условий (90,12) или (90,13) решение гидродинамических уравнений оказывается неоднозначным (*C. S. Gardner*, 1963). Для двух состояний среды, *1* и *2*, связанных друг с другом соотношениями (85,1—3), ударная волна является обычно единственным решением задачи (одномерной) о течении, переводящем среду из состояния *1* в *2*. Оказывается, что если в состоянии *2* выполнены условия (90,12) или (90,13), то решение указанной гидродинамической задачи не однозначно: переход из состояния *1* в *2* может быть осуществлен не только в ударной волне, но и через более сложную систему волн. Это второе решение (его можно назвать распадным) состоит из ударной волны меньшей интенсивности, следующего за ней контактного разрыва и из изэнтропической нестационарной волны разрежения (см. ниже § 99), распространяющейся (относительно газа позади ударной волны) в противоположном направлении; в ударной волне энтропия увеличивается от s_1 до некоторого значения $s_3 < s_2$, а дальнейшее увеличение от s_3 до заданного s_2 происходит скачком в контактном разрыве (эта картина относится к типу, изображенному ниже на рис. 78, *б*; предполагается выполненным неравенство (86,2))[1]).

Вопрос о том, чем определяется отбор одного из двух решений в конкретных гидродинамических задачах, не ясен. Если отбирается распадное решение, то это означало бы, что неустойчивость ударной волны с самопроизвольным усилением поверхностной ряби вообще не осуществляется. По-видимому, однако, такой отбор не может быть связан именно с этой неустойчивостью, поскольку неоднозначность решения не ограничена условиями (90,12—13) [2]).

Задачи

1. На ударную волну падает сзади (со стороны сжатого газа) нормально к ней плоская звуковая волна. Определить коэффициент отражения звука.

---

[1]) В статье *Gardner C. S.* — Phys. Fluids, 1963, v. 6, p. 1366 это показано для области (90,13). Более общее рассмотрение, включающее и область (90,12), дано *Кузнецовым Н. М.* — ЖЭТФ, 1985, т. 88, с. 470; там же рассмотрены ударные адиабаты с нарушением условия $(\partial^2 V/\partial p^2)_s > 0$, когда распадные решения складываются из других совокупностей волн.

[2]) По-видимому, область неоднозначности простирается на ударной адиабате несколько за пределы области неустойчивости, определяемой этими условиями. См. об этом указанную выше статью Н. М. Кузнецова.

Решение. Рассматриваем процесс в системе координат, в которой ударная волна покоится, а газ движется через нее в положительном направлении оси x; падающая звуковая волна распространяется в отрицательном направлении оси x. При нормальном падении (а потому и отражении) в отраженной энтропийной волне скорость $\delta v^{(\text{энт})} = 0$. Возмущение давления: $\delta p = \delta p^{(\text{зв})} + \delta p^{(0)}$, где индекс (0) относится к падающей, а индекс (зв) — к отраженной звуковым волнам. Для скорости $\delta v_x \equiv \delta v$ имеем

$$\delta v = \frac{V_2}{c_2}\left(\delta p^{(\text{зв})} - \delta p^{(0)}\right)$$

(разность вместо суммы возникает ввиду противоположных направлений распространения обоих волн). Второе из граничных условий (90,7) имеет прежний вид (но в нем теперь $\delta V = \delta V^{(0)} + \delta V^{(\text{зв})} + \delta V^{(\text{энт})}$); с учетом (90,8) и формулы (85,6) переписываем его как

$$\delta v = -\frac{1-h}{2j}\left(\delta p^{(\text{зв})} + \delta p^{(0)}\right).$$

Приравняв друг другу оба выражения δv, получим для искомого отношения амплитуд давления в отраженной и падающей звуковых волнах:

$$\frac{\delta p^{(\text{зв})}}{\delta p^{(0)}} = -\frac{1 - 2M_2 - h}{1 + 2M_2 - h} \tag{1}$$

(где $M_2 = v_2/c_2$). Оно обращается в бесконечность на верхней границе области (90,17)

Для политропного газа $h = -M_1^{-2}$. При слабой интенсивности ударной волны ($p_2 - p_1 \ll p_1$) отношение (1) стремится к нулю как $(p_2 - p_1)^2$, а в обратном случае большой интенсивности стремится к постоянному пределу

$$\frac{\delta p^{(\text{зв})}}{\delta p^{(0)}} \approx -\frac{\sqrt{\gamma} - \sqrt{2(\gamma-1)}}{\sqrt{\gamma} + \sqrt{2(\gamma-1)}}.$$

2. На ударную волну падает спереди, нормально к ней, плоская звуковая волна. Определить коэффициент прохождения звука[1]).

Решение. Возмущение в газе *1* перед ударной волной

$$\delta p_1 = \delta p^{(0)}, \quad \delta V_1 = \delta V^{(0)} = -\frac{V_1^2}{c_1^2}\delta p_1, \quad \delta v_1 = \frac{V_1}{c_1}\delta p_1,$$

а в газе *2* позади нее:

$$\delta p_2 = \delta p^{(\text{зв})}, \quad \delta V_2 = \delta V^{(\text{зв})} + \delta V^{(\text{энт})}, \quad \delta v_2 = \frac{V_2}{c_2}\delta p_2$$

(индексы (0), (зв), (энт) относятся к падающей звуковой и к прошедшим звуковой и энтропийным волнам). Возмущения δp_2 и δV_2 связаны друг с другом соотношением, следующим из уравнения ударной адиабаты: если последнее выражено в виде $V_2 = V_2(p_2;\ p_1, V_1)$, то

$$\delta V_2 = \left(\frac{\partial V_2}{\partial p_2}\right)_H \delta p_2 + \left(\frac{\partial V_2}{\partial V_1}\right)_H \delta V_1 + \left(\frac{\partial V_2}{\partial p_1}\right)_H \delta p_1 =$$

$$= \left(\frac{\partial V_2}{\partial p_2}\right)_H \delta p_2 + \left[-\frac{V_1^2}{c_1^2}\left(\frac{\partial V_2}{\partial V_1}\right)_H + \left(\frac{\partial V_2}{\partial p_1}\right)_H\right]\delta p_1$$

---

[1]) Для политропного газа эта задача рассматривалась *Д. И. Блохинцевым* (1945) и *Бюргерсом* (*J. M. Burgers*, 1946).

(индекс H у производных указывает, что они берутся вдоль адиабаты Гюгонио [1])). Граничное условие (90,7) заменяется теперь на

$$\delta v_2 - \delta v_1 = -\frac{v_1 - v_2}{2}\left[\frac{\delta p_2 - \delta p_1}{p_2 - p_1} - \frac{\delta V_2 - \delta V_1}{V_1 - V_2}\right] = $$

$$= -\frac{1}{2j}\left[\delta p_2 - \delta p_1 - j^2(\delta V_2 - \delta V_1)\right].$$

Приравняв два выражения для $\delta v_2 - \delta v_1$, получим для искомого отношения амплитуд в прошедшей и падающей звуковых волнах:

$$\frac{\delta p^{(\text{зв})}}{\delta p^{(0)}} = \frac{(1 + M_1)^2 + q}{1 + 2M_2 - h}, \tag{2}$$

где h имеет прежнее значение, а

$$q = j^2\left[-\frac{V_1^2}{c_1^2}\left(\frac{\partial V_2}{\partial V_1}\right)_H + \left(\frac{\partial V_2}{\partial p_1}\right)_H\right].$$

Для политропного газа

$$q = -\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\frac{(M_1^2 - 1)^2}{M_1^2}$$

и коэффициент прохождения:

$$\frac{\delta p^{(\text{зв})}}{\delta p^{(0)}} = \frac{(1 + M_1)^2}{1 + 2M_2 + M_1^{-2}}\left[1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\left(1 - \frac{1}{M_1}\right)^2\right].$$

При слабой интенсивности ударной волны отсюда получается

$$\frac{\delta p^{(\text{зв})}}{\delta p^{(0)}} \approx 1 + \frac{\gamma + 1}{2\gamma}\frac{p_2 - p_1}{p_1},$$

а в обратном случае большой интенсивности:

$$\frac{\delta p^{(\text{зв})}}{\delta p^{(0)}} \approx \frac{1}{\gamma + \sqrt{2\gamma(\gamma - 1)}}\frac{p_2}{p_1}.$$

В обоих случаях амплитуда давления в прошедшей звуковой волне возрастает по сравнению с давлением в падающей волне.

§ 91. Распространение ударной волны по трубе

Рассмотрим распространение ударной волны по среде, заполняющей длинную трубку с переменным сечением. Наша цель состоит при этом в выяснении влияния, оказываемого изменением площади ударной волны на ее скорость (*G. B. Whitham*, 1958).

Будем считать, что площадь $S(x)$ сечения трубки лишь медленно меняется вдоль ее длины (ось x) — мало на расстояниях

[1]) Производная $(\partial V_2/\partial p_2)_H$ есть то, что мы обозначали выше просто как dV_2/dp_2, подразумевая, что производная берется при постоянных p_1, V_1.