

§ 96. Слабые разрывы

Наряду с поверхностями разрывов, на которых испытывают скачок величины ρ , p , v и т. п., могут существовать также и такие поверхности, на которых эти величины как функции координат обладают какими-либо особенностями, оставаясь сами непрерывными. Эти особенности могут быть самого разнообразного характера. Так, на поверхности разрыва могут испытывать скачок первые производные по координатам от величин ρ , p , v , ... или же эти производные могут обращаться в бесконечность. Наконец, то же самое может иметь место для производных не первого, а более высоких порядков. Все такие поверхности мы будем называть *поверхностями слабого разрыва* в противоположность сильным разрывам (ударным волнам и тангенциальным разрывам), в которых испытывают скачок сами указанные величины. Отметим, что ввиду непрерывности самих этих величин на поверхности слабого разрыва, непрерывны также и их тангенциальные производные; разрыв непрерывности испытывают лишь нормальные к поверхности производные.

Легко убедиться простыми рассуждениями, что поверхности слабого разрыва распространяются относительно газа (по обе стороны поверхности) со скоростью, равной скорости звука. Действительно, поскольку функции ρ , p , v , ... сами не испытывают скачка, то их можно сгладить, заменив функциями, совпадающими с ними везде, кроме окрестности поверхности разрыва, а в этой окрестности отличающимися лишь на сколь угодно малые величины, но так, что сглаженные функции не имеют уже никаких особенностей. Истинное распределение, скажем, давления, можно, таким образом, представить в виде наложения совершенно плавного распределения p_0 без всяких особенностей и очень малого нарушения p' этого распределения вблизи поверхности разрыва. Последнее же, как и всякое малое возмущение, распространяется относительно газа со скоростью звука.

Подчеркнем, что в случае ударной волны сглаженные функции отличались бы от истинных на величины, вообще говоря, отнюдь не малые, и предыдущие рассуждения поэтому неприменимы. Однако если скачок величин в ударной волне достаточно мал, то эти рассуждения вновь делаются применимыми, и такие разрывы тоже должны распространяться со скоростью звука, — этот результат был уже получен в § 86 другим способом.

Если движение стационарно относительно данной системы координат, то поверхность разрыва неподвижна относительно этой системы, а газ протекает через нее. При этом нормальная к поверхности разрыва компонента скорости газа должна быть равна скорости звука. Если обозначить посредством α угол между направлением скорости газа и касательной плоскостью

к поверхности, то должно быть $v_n = v \sin \alpha = c$, или

$$\sin \alpha = c/v,$$

т. е. поверхность слабого разрыва пересекает линию тока под углом Маха. Другими словами, поверхность слабого разрыва совпадает с одной из характеристических поверхностей, — результат вполне естественный, если иметь в виду физический смысл последних как поверхностей, вдоль которых распространяются малые возмущения (§ 82). Ясно, что при стационарном движении газа слабые разрывы могут появиться только при скоростях, равных или превышающих скорость звука.

В отношении способов возникновения слабые разрывы существенно отличаются от сильных. Мы увидим, что ударные волны могут образовываться сами по себе, непосредственно в результате движения газа, при непрерывных граничных условиях (например, образование ударных волн в звуковой волне; § 102). В противоположность им слабые разрывы не могут возникать сами по себе; их появление всегда связано с какими-либо особенностями в граничных или начальных условиях движения. Особенности эти могут быть, как и сами слабые разрывы, самого различного характера. Так, причиной образования слабого разрыва может являться наличие углов на поверхности обтекаемого тела; на возникающем в этом случае слабом разрыве испытывают скачок первые производные скорости по координатам. К образованию слабого разрыва приводит также и скачок кривизны поверхности тела без угла на ней (причем испытывают разрыв вторые производные скорости по координатам) и т. п. Наконец, всякая особенность в изменении движения со временем влечет за собой возникновение нестационарного слабого разрыва.

Касательная к поверхности слабого разрыва компонента скорости протекающего через нее газа направлена всегда по направлению от того места (например, угла на поверхности тела), откуда исходят возмущения, вызывающие возникновение этого разрыва; мы будем говорить, что разрыв «исходит» из этого места. Это есть одно из проявлений направленности распространения возмущений вниз по течению в сверхзвуковом потоке.

Наличие вязкости и теплопроводности приводит к возникновению ширины у слабого разрыва, так что слабые разрывы, как и сильные, представляют собой в действительности некоторые переходные слои. Однако в отличие от ударных волн, ширина которых зависит только от их интенсивности и постоянна во времени, ширина слабого разрыва растет со временем, начиная с момента образования разрыва. Закон, по которому происходит это возрастание, легко найти (качественно) исходя из аналогии между перемещением слабого разрыва и распространением малых звуковых возмущений. При наличии вязкости и теплопроводности возмущение, сконцентрированное первоначально

в малом элементе объема (волновой пакет), по мере своего перемещения с течением времени расширяется; закон этого расширения был определен в § 79. Из него можно сразу заключить, что ширина δ слабого разрыва

$$\delta \sim (ac^3t)^{1/2}, \quad (96,1)$$

где t — время, прошедшее с момента его возникновения, а a — коэффициент при квадрате частоты в формуле (79,6) для поглощения звука. Если мы имеем дело со стационарной картиной, в которой разрыв покоится, то вместо времени t надо говорить о расстоянии l от места, из которого исходит разрыв (например, для слабого разрыва, возникающего от угла на поверхности обтекаемого тела, l есть расстояние от вершины угла); тогда $\delta \sim (ac^2l)^{1/2}$.

В заключение этого параграфа необходимо сделать замечание, аналогичное замечанию в конце § 82. Там было отмечено, что среди различных возмущений состояния движущегося газа исключительными по своим свойствам являются возмущения энтропии (при постоянном давлении) и ротора скорости. Эти возмущения покоятся относительно газа, а не распространяются со скоростью звука. Поэтому поверхности, на которых испытывают какой-либо слабый разрыв непрерывности энтропия и ротор скорости²⁾, покоятся относительно газа, а относительно неподвижной системы координат переносятся вместе с самим газом. Такие разрывы мы будем называть *тангенциальными слабыми разрывами*; они проходят через линии тока и в этом отношении вполне аналогичны «сильным» тангенциальным разрывам.

¹⁾ Подчеркнем, однако, что для количественного определения структуры слабого разрыва аналогия со звуком была бы недостаточна. Дело в том, что при определении закона затухания звука его амплитуду можно предполагать сколь угодно малой и соответственно этому исходить из линеаризованных уравнений движения. Для слабых же разрывов (как и для ударных волн слабой интенсивности — § 93) должна учитываться нелинейность уравнений, поскольку без нее отсутствовали бы и самые разрывы. Пример такого исследования дан в задаче 6 к § 99.

²⁾ Слабый разрыв ротора скорости означает слабый разрыв касательной к поверхности компоненты скорости. Например, могут испытывать скачок взятые по направлению к нормали к поверхности производные от тангенциальной скорости.