

При $\alpha_1 > \alpha_{1k}$ правильное отражение невозможно и падающая ударная волна должна разветвиться на некотором расстоянии от поверхности тела, так что возникает картина изображенного на рис. 107 типа с тройной конфигурацией ударных волн и отходящим от точки разветвления тангенциальным разрывом (такую конфигурацию называют *маховским отражением*).

§ 112. Сверхзвуковое обтекание угла

При исследовании движения вблизи края угла на поверхности обтекаемого тела снова достаточно рассматривать лишь небольшие участки вдоль края угла и потому можно считать этот край прямым, а самый угол образованным двумя пересекающимися плоскостями.

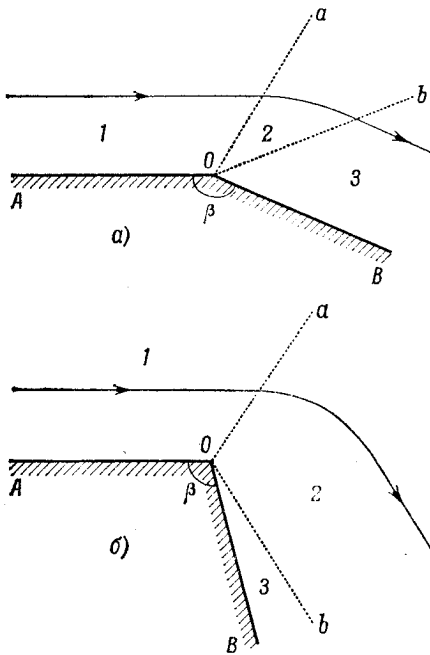


Рис. 108

Мы будем говорить об обтекании выпуклого угла, если течение происходит в угле, большем чем π , и об обтекании вогнутого угла, если газ движется внутри угла, меньшего чем π .

Дозвуковое обтекание угла по своему характеру ничем не отличается от обтекания несжимаемой жидкостью. Сверхзвуковое же обтекание обладает совершенно иным характером; существенной его особенностью является возникновение отходящих от края угла разрывов.

Рассмотрим сначала возможные режимы обтекания, когда сверхзвуковой поток газа подходит к краю угла, двигаясь вдоль одной из его сторон. В соответствии с общими свойствами сверхзву-

кового течения поток остается однородным вплоть до самого края угла. Поворот течения, переводящий его в направлении, параллельное другой стороне угла, осуществляется в отходящей от края угла волне разрежения, и вся картина движения складывается из трех областей, отделенных друг от друга слабыми разрывами (Oa и Ob на рис. 108): однородный поток газа 1, движущийся вдоль стороны угла AO , поворачивает в волне разрежения 2, после чего снова движется с постоянной скоростью

вдоль другой стороны угла. Обратим внимание на то, что при таком обтекании не образуется никаких турбулентных областей; при аналогичном же обтекании несжимаемой жидкостью непременно возникает турбулентная область с линией отрыва по краю угла (рис. 24).

Пусть v_1 — скорость натекающего потока (1 на рис. 108), а c_1 — скорость звука в нем. Положение слабого разрыва Oa определяется непосредственно по числу $M_1 = v_1/c_1$ условием, чтобы он пересекал линии тока под углом, равным углу Маха. Изменение скорости и давления в волне разрежения определяется формулами (109,12—15), причем надо только установить направление, от которого должен производиться отсчет угла φ в этих формулах. Прямому лучу $\varphi = 0$ соответствует $v = c = c_*$; при $M_1 > 1$ такой линии фактически нет, так как везде $v/c > 1$. Представляя себе, однако, волну разрежения формально продленной в область левее Oa и воспользовавшись формулой (109,12), найдем, что разрыву Oa надо приписать значение угла φ , равное

$$\varphi_1 = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arccos \frac{c_1}{c_*},$$

и затем увеличивать φ в направлении от Oa к Ob . Положение разрыва Ob определяется моментом, когда направление скорости станет параллельным стороне угла OB .

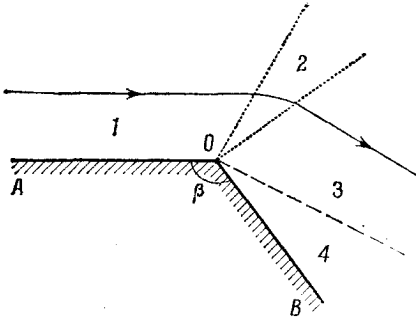


Рис. 109

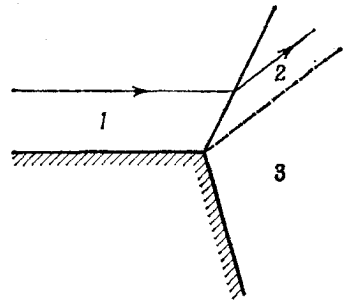


Рис. 110

Угол поворота течения в волне разрежения не может превышать значение χ_{\max} , вычисленное в задаче 2 § 109. Если величина обтекаемого угла $\beta < \pi - \chi_{\max}$, то волна разрежения не может повернуть поток на требуемый угол и возникает картина, изображенная на рис. 108, б. Разрежение в волне 2 происходит тогда вплоть до равного нулю давления (достигаемого на линии Ob), так что волна разрежения отделена от стенки областью вакуума 3.

Описанный режим обтекания, однако, не является единственным возможным. На рис. 109 и 110 изображены режимы, при ко-

торых ко второй стороне угла прилегают область неподвижного газа, отделенная от движущегося тангенциальным разрывом; как всегда, тангенциальный разрыв размывается в турбулентную область, так что этот случай соответствует наличию отрыва¹⁾. Поворот течения на некоторый угол происходит в волне разрежения (рис. 109) или в ударной волне (рис. 110). Последний случай, однако, возможен лишь при не слишком большой интенсивности ударной волны (согласно общим соображениям, изложенным в предыдущем параграфе).

Какой из описанных режимов осуществляется в том или ином конкретном случае, зависит, вообще говоря, от условий течения вдали от края угла. Так, при вытекании газа из сопла (краем угла является при этом край отверстия сопла) существенно взаимоотношение между выходным давлением газа p_1 и давлением во внешней среде p_e . Если $p_e < p_1$, то обтекание происходит по типу рис. 109; положение и угол раствора волны разрежения определяются при этом условием, чтобы давление в областях 3—4 совпадало с p_e ; чем меньше p_e , тем на больший угол должно повернуться течение. Однако, если обтекаемый угол β на рис. 109 слишком велик, то давление газа может не успеть достичь до требуемого значения p_e — направление скорости станет параллельным стороне OB угла раньше, чем давление упадет до этого значения. Движение вблизи края сопла будет тогда происходить по типу рис. 107. Давление вблизи внешней стороны OB отверстия целиком определяется при этом углом β и не зависит от значения p_e ; окончательное же падение давления до p_e произойдет лишь на некотором расстоянии от отверстия.

Если же $p_e > p_1$, то обтекание края отверстия сопла происходит по типу рис. 110 с образованием отходящей от края отверстия ударной волны, повышающей давление от p_1 до p_e . Это возможно, однако, лишь при не слишком больших превышениях p_e над p_1 ; когда интенсивность ударной волны не слишком велика; в противном случае отрыв возникает на внутренней поверхности сопла и ударная волна перемещается вместе с ним внутрь сопла, о чем уже шла речь в § 97.

Далее, рассмотрим обтекание вогнутого угла. В дозвуковом случае такое обтекание сопровождается возникновением отрыва на некотором расстоянии, не доходя до края угла (см. конец § 40). При натекании же сверхзвукового потока изменение его направления может осуществиться в отходящей от края угла ударной волне (рис. 111). Здесь снова необходимо оговорить, что фактически такой простой безотрывный режим возможен лишь при не слишком сильной ударной волне. Интенсивность ударной

¹⁾ Согласно экспериментальным данным сжимаемость газа несколько уменьшает угол раствора турбулентной области, в которую размывается тангенциальный разрыв.

волны возрастает по мере увеличения угла χ осуществляемого ею поворота течения; поэтому можно сказать, что безотрывное обтекание возможно лишь при не слишком больших значениях χ .

Обратимся теперь к картине движения, возникающей, когда на край угла натекает свободный сверхзвуковой поток (рис. 112). Поворот течения в направлении, параллельное сторонам угла, происходит в отходящих от края угла ударных волнах. Как уже было объяснено в предыдущем параграфе, это есть как раз тот исключительный случай, когда от поверхности твердого тела может отойти ударная волна произвольной интенсивности.

Зная скорости v_1 и c_1 в натекающем потоке I , можно

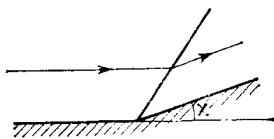


Рис. 111

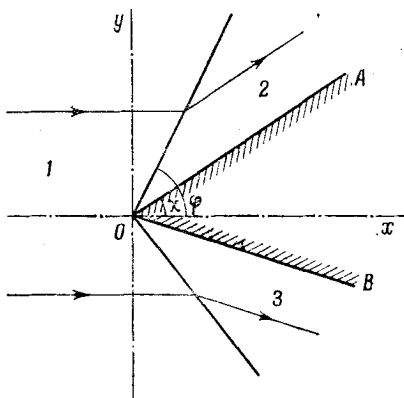


Рис. 112

определить положение ударных волн и движение газа в областях, расположенных за ними. Направление скорости v_2 должно быть параллельно стороне OB угла:

$$v_{2y}/v_{2x} = \operatorname{tg} \chi.$$

Поэтому определение v_2 и угла ϕ ударной волны производится непосредственно по диаграмме ударной поляры с помощью луча, проведенного из начала координат под заданным углом χ к оси абсцисс (см. рис. 64), как это было подробно объяснено в § 92. Мы видели, что при заданном угле χ ударная поляра определяет две различные ударные волны с различными углами ϕ . Одна из них (соответствующая точке B на рис. 64), более слабая, оставляет течение, вообще говоря, сверхзвуковым; другая же, более сильная, превращает его в дозвуковое. В данном случае для обтекания углов на поверхности конечных тел следует всегда выбирать первую из них, волну «слабого» семейства. Необходимо иметь в виду, что в действительности этот выбор определяется условиями обтекания вдали от угла. При обтекании очень острого угла (малое χ) образующаяся ударная волна должна, очевидно, обладать очень малой интенсивностью. Естественно считать, что по мере увеличения этого угла интенсивность волны будет расти монотонно; этому соответствует как раз

перемещение по участку QC кривой ударной поляры (рис. 64) от точки Q к точке C^1).

Мы видели также в § 92, что угол поворота вектора скорости в ударной волне не может превосходить некоторого определенного (зависящего от M_1) значения χ_{\max} . Поэтому описанная картина обтекания невозможна, если какая-либо из сторон обтекаемого угла наклонена к направлению натекающего потока под углом, превышающим χ_{\max} (в таком случае движение газа в области вблизи угла должно быть дозвуковым, что фактически

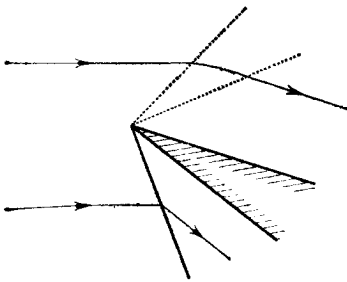


Рис. 113

осуществляется путем возникновения ударной волны где-либо впереди тела; см. § 122). Поскольку χ_{\max} — монотонно возрастающая функция M_1 , то можно также сказать, что при заданном значении угла χ число M_1 натекающего потока должно превышать определенное значение $M_{1\min}$.

Наконец, укажем, что если стороны угла расположены по отношению к натекающему потоку как показано на рис. 113, то ударная волна возникает, разумеется, лишь по одну сторону угла; поворот же потока по другую сторону осуществляется в волне разрежения.

Задачи

1. Определить положение и интенсивность ударной волны при обтекании очень малого угла ($\chi \ll 1$) при не слишком больших значениях числа Маха: $M_1 \chi \ll 1$.

Решение. При $\chi \ll 1$ ударная поляра определяет два значения: близкое к $\pi/2$ (близость к точке P на рис. 64) и близкое к углу Маха α_1 (близость к точке Q). Интересующей нас волне слабого семейства отвечает вторая из них. Из (92,11) имеем при $\chi \ll 1$:

$$M_1^2 \sin^2 \varphi - 1 \approx \chi \frac{\gamma + 1}{2} M_1^2 \operatorname{tg} \alpha_1 = \chi \frac{\gamma + 1}{2} \frac{M_1^2}{\sqrt{M_1^2 - 1}}.$$

Подставив это выражение в (92,9), найдем:

$$\frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{\gamma M_1^2}{\sqrt{M_1^2 - 1}} \chi.$$

¹⁾ Ср., однако, примечание на стр. 594. Что касается формального вопроса об обтекании клина, образованного двумя бесконечными плоскостями, то он не представляет физического интереса.

Угол φ ищем в виде $\varphi = \alpha_1 + \epsilon$, $\epsilon \ll \alpha_1$ и из того же выражения находим

$$\varphi - \alpha_1 = \frac{\gamma + 1}{4} \frac{M_1^2}{M_1^2 - 1} \chi.$$

При $M_1 \gg 1$ угол $\alpha_1 \approx 1/M_1$ и для справедливости полученных формул должно быть $\chi M_1 \ll 1$.

2. То же если число M_1 настолько велико, что $M_1 \chi \gg 1$.

Решение. В этом случае углы φ и χ одинакового порядка малости. Из (92,11) находим

$$\varphi = \frac{\gamma + 1}{2} \chi.$$

Для отношения давлений имеем согласно (92,9)

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma}{\gamma + 1} M_1^2 \varphi^2 = \frac{\gamma(\gamma + 1)}{2} M_1^2 \chi^2.$$

Значение M_2 позади волны (из 92,12):

$$M_2 = \frac{1}{\chi} \sqrt{\frac{2}{\gamma(\gamma - 1)}},$$

т.е. остается большим по сравнению с 1, но не по сравнению с $1/\chi$. В том же приближении

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}, \quad \frac{t_2}{\sigma_1} = 1$$

(разность $v_1 - v_2 \sim v_1 \chi^2$). Поэтому уменьшение числа Маха фактически связано лишь с увеличением скорости звука: $M_2/M_1 = c_1/c_2$.

§ 113. Обтекание конического острия

Исследование сверхзвукового стационарного течения вблизи острия на поверхности обтекаемого тела представляет собой трехмерную задачу, и потому несравненно сложнее исследования обтекания угла с линейным краем. Полностью может быть решена задача об осесимметричном обтекании острия, которое мы здесь и рассмотрим.

Вблизи своего конца осесимметрическое острие можно рассматривать как прямой конус кругового сечения, и таким образом, задача состоит в исследовании обтекания конуса однородным потоком, натекающим в направлении оси конуса. С качественной стороны картина выглядит следующим образом.

Как и при аналогичном обтекании плоского угла, должна возникнуть ударная волна (A. Busemann, 1929); из соображений симметрии очевидно, что эта волна будет представлять собой коническую поверхность, коаксиальную с обтекаемым конусом и имеющую общую с ним вершину (на рис. 114 изображен разрез конуса плоскостью, проходящей через его ось). Однако в отличие от плоского случая ударная волна не осуществляет здесь поворота скорости газа на полный угол χ , необходимый для те-