

где  $F'_x$  — сопротивление крыла  $C'$  в несжимаемой жидкости. При увеличении длины размаха индуктивное сопротивление стремится к постоянному пределу (§ 47). Поэтому для достаточно длинных крыльев можно заменить  $F'_x$  на  $F_x^{(0)}$  (сопротивление в несжимаемой жидкости того же крыла  $C$ , к которому относится  $F_x$ ). Тогда для коэффициента сопротивления имеем:

$$C_x = \frac{C_x^{(0)}}{1 - M_1^2}. \quad (124,14)$$

Сравнив с (124,12), мы видим, что при переходе от несжимаемой жидкости к сжимаемой остается неизменным отношение  $C_y^2/C_x$ .

Все изложенные здесь результаты, разумеется, неприменимы при слишком близких к единице значениях  $M_1$ , когда вообще становится неприменимой линейризованная теория.

### § 125. Сверхзвуковое обтекание крыла

Для того чтобы быть хорошо обтекаемым в сверхзвуковом потоке, крыло должно иметь заостренными как заднюю, так и переднюю кромки, подобно тому как должны быть заострены тонкие тела, рассматривавшиеся в § 123.

Здесь мы ограничимся изучением обтекания тонкого крыла с очень большим размахом, с постоянным вдоль размаха профилем сечения. Рассматривая длину размаха как бесконечную, мы будем иметь дело с плоским (в плоскости  $x, y$ ) течением газа. Вместо уравнения (123,1) будем иметь теперь для потенциала уравнение

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \beta^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0 \quad (125,1)$$

с граничным условием

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_{y \rightarrow \pm 0} = \mp v_1 n_x \quad (125,2)$$

(знаки  $\mp$  в правой стороне равенства имеют место соответственно для верхней и нижней поверхностей крыла). Уравнение (125,1) есть уравнение типа одномерного волнового уравнения, и его общее решение имеет вид

$$\varphi = f_1(x - \beta y) + f_2(x + \beta y).$$

Тот факт, что влияющие на движение жидкости возмущения исходят от тела, означает, что в пространстве над крылом ( $y > 0$ ) должно быть  $f_2 \equiv 0$ , так что  $\varphi = f_1(x - \beta y)$ , а в пространстве под крылом ( $y < 0$ ):  $\varphi = f_2(x + \beta y)$ . Будем для определенности

рассматривать пространство над крылом, где

$$\varphi = f(x - \beta y).$$

Функцию  $f$  определим из граничного условия (125,2), написав в нем  $n_x \approx -\zeta_2'(x)$ , где  $y = \zeta_2(x)$  есть уравнение верхней части линии профиля крыла (рис. 129, а). Имеем:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_{y \rightarrow +0} = -\beta f'(x) = v_1 \zeta_2'(x), \quad f(x) = -\frac{v_1}{\beta} \zeta_2(x).$$

Таким образом, распределение скоростей определяется (при  $y > 0$ ) потенциалом

$$\varphi(x, y) = -\frac{v_1}{\beta} \zeta_2(x - \beta y). \quad (125,3)$$

Аналогично при  $y < 0$  мы получили бы

$$\varphi = \frac{v_1}{\beta} \zeta_1(x + \beta y),$$

где  $y = \zeta_1(x)$  — уравнение нижней части профиля. Отметим, что потенциал, а с ним и остальные величины постоянны вдоль прямых  $x \pm \beta y = \text{const.}$  (характеристик) в соответствии с результатами § 115, частным случаем которых является и полученное здесь решение.

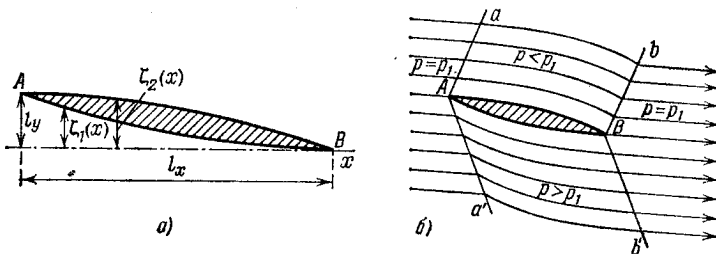


Рис. 129

Качественно картина течения выглядит следующим образом. От задней и передней заостренных кромок отходят слабые разрывы ( $aAa'$  и  $bBb'$  на рис. 129, б)<sup>1)</sup>. В пространстве впереди разрыва  $aAa'$  и позади  $bBb'$  поток однороден, а в области между ними поток поворачивает, огибая поверхность крыла; это есть

<sup>1)</sup> Это справедливо лишь в принятом здесь приближении. В действительности это — не слабые разрывы, а ударные волны слабой интенсивности или узкие центрированные волны разрежения, смотря по тому, в какую сторону поворачивает в них направление скорости. Так, для изображенного на рис. 129, б профиля  $Aa$  и  $Bb'$  будут волнами разрежения, а  $Aa'$  и  $Bb$  — ударными волнами.

Линия же тока, исходящая от задней кромки (точка  $B$  на рис. 129, б), представляет собой в действительности тангенциальный разрыв скорости (фактически размывающийся в тонкий турбулентный след).

простая волна, причем в рассматриваемом линеаризованном приближении все характеристики в ней имеют одинаковый наклон, равный углу Маха натекающего потока.

Распределение давления получается по формуле

$$p - p_1 = -\rho_1 v_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

(в общей формуле (114,5) членом с  $v_y^2$  можно в данном случае пренебречь, так как  $v_x$  и  $v_y$  — одинакового порядка величины). Подставив сюда (125,3) и вводя так называемый коэффициент давления  $C_p$ , получим в верхней полуплоскости

$$C_p = \frac{p - p_1}{\frac{1}{2}\rho_1 v_1^2} = \frac{2}{\beta} \zeta_2'(x - \beta y).$$

В частности, коэффициент давления, действующего на верхнюю поверхность крыла, есть

$$C_{p2} = \frac{2}{\beta} \zeta_2'(x). \quad (125,4)$$

Аналогично найдем для нижней поверхности

$$C_{p1} = -\frac{2}{\beta} \zeta_1'(x). \quad (125,5)$$

Отметим, что давление в каждой точке профиля сечения крыла оказывается зависящим только от наклона его контура в этой же точке.

Поскольку угол наклона линии контура профиля к оси  $x$  везде мал, то вертикальная проекция сил давления равна с достаточной точностью самому давлению. Результирующая действующая на крыло подъемная сила равна разности сил давления, действующих на ее нижнюю и верхнюю поверхности. Поэтому коэффициент подъемной силы

$$C_y = \frac{1}{l_x} \int_0^{l_x} (C_{p1} - C_{p2}) dx = \frac{4l_y}{\beta l_x}$$

(определение длин  $l_x$ ,  $l_y$  см. рис. 129, а). Определим угол атаки  $\alpha$  как угол наклона к оси  $x$  хорды  $AB$ , проведенной через вершины острых кромок (рис. 129, а):  $\alpha \approx l_y/l_x$ ; тогда получим окончательно простую формулу:

$$C_y = \frac{4\alpha}{\sqrt{M_1^2 - 1}} \quad (125,6)$$

(*J. Ackeret*, 1925). Мы видим, что подъемная сила определяется одним только углом атаки и не зависит от формы сечения кры-

ла в отличие от того, что имеет место при дозвуковом обтекании (см. § 48, формулу (48,7)).

Определим, далее, действующую на крыло силу сопротивления (это есть волновое сопротивление, имеющее такую же природу, как и волновое сопротивление тонких тел; см. § 123). Для этого надо спроектировать силы давления на направление оси  $x$  и проинтегрировать эту проекцию по всему контуру профиля. Для коэффициента силы сопротивления получим тогда:

$$C_x = \frac{2}{\beta l x} \int_0^{l_x} (\zeta_1'^2 + \zeta_2'^2) dx. \quad (125,7)$$

Введем углы наклона  $\theta_1(x)$  и  $\theta_2(x)$  верхней и нижней частей контура к его хорде  $AB$ ; тогда  $\zeta_1' = \theta_1 - \alpha$ ,  $\zeta_2' = \theta_2 - \alpha$ . Интегралы от  $\theta_1$  и  $\theta_2$  обращаются, очевидно, в нуль, так что окончательно получим следующую формулу:

$$C_x = \frac{4\alpha^2 + 2(\overline{\theta_1^2} + \overline{\theta_2^2})}{\sqrt{M_1^2 - 1}} \quad (125,8)$$

(черта обозначает усреднение по  $x$ ). При заданном угле атаки коэффициент сопротивления, очевидно, минимален для крыла, представляющего собой плоскую пластинку (так что  $\theta_1 = \theta_2 = 0$ ). В этом случае  $C_x = \alpha C_y$ . Если применить формулу (125,8) к шероховатой поверхности, то мы найдем, что шероховатость может привести к значительному увеличению сопротивления, даже если высота отдельных неровностей мала<sup>1)</sup>. Действительно, сопротивление оказывается не зависящим от высоты отдельных неровностей, если не меняется средний наклон их поверхности, т.е. среднее отношение высоты неровностей к расстоянию между ними.

Наконец, сделаем еще следующее замечание. Здесь, как и везде, говоря о крыле, мы подразумеваем, что оно расположено своими кромками перпендикулярно к движению. Обобщение на случай любого угла  $\gamma$  между направлением движения и кромкой (*угол скольжения*) вполне очевидно. Ясно, что силы, действующие на бесконечное крыло постоянного сечения, зависят только от нормальной к его кромкам составляющей скорости натекающего потока; в вязкой жидкости составляющая скорости, параллельная кромкам, не вызывает никаких сил. Поэтому силы, действующие на крыло со скольжением в потоке с числом  $M_1$ , — такие же, какие действовали бы на то же крыло без скольжения в потоке с числом  $M_1$ , равным  $M_1 \sin \gamma$ . В частности, если  $M_1 > 1$ , но  $M_1 \sin \gamma < 1$ , то специфическое для сверхзвукового обтекания волновое сопротивление будет отсутствовать.

<sup>1)</sup> Но все же больше толщины пограничного слоя.