
ГИДРОДИНАМИКА ГОРЕНИЯ**§ 128. Медленное горение**

Скорость химической реакции (измеряемая, скажем, числом прореагировавших в единицу времени молекул) зависит от температуры газовой смеси, в которой она происходит, увеличиваясь вместе с ней. Во многих случаях эта зависимость очень сильная¹⁾. Скорость реакции может при этом оказаться при обычных температурах настолько малой, что реакция практически вовсе не идет, несмотря на то, что состоянию термодинамического (химического) равновесия соответствовала бы газовая смесь, компоненты которой прореагировали друг с другом. При достаточном же повышении температуры реакция протекает со значительной скоростью. Если реакция эндотермична, то для ее протекания необходим непрерывный подвод тепла извне; если ограничиться одним только начальным повышением температуры смеси, то прореагирует лишь незначительное количество вещества, вслед за чем температура газа настолько понизится, что реакция снова прекратится. Совсем иначе будет обстоять дело при сильно экзотермической реакции, сопровождающейся значительным выделением тепла. Здесь достаточно повысить температуру хотя бы в одном каком-нибудь месте смеси; начавшаяся в этом месте реакция в результате выделения тепла сама будет производить нагревание окружающего газа и, таким образом, реакция, раз начавшись, будет сама собой распространяться по газу. В таких случаях говорят о *медленном горении* газовой смеси или о *дефлаграции*²⁾.

Горение газовой смеси непременно сопровождается также и движением газа. Другими словами, процесс горения представляет собой, отвлекаясь от его химической стороны, также и газо-

¹⁾ Скорость реакции обычно зависит от температуры по экспоненциальному закону, будучи в основном пропорционально множителю вида $\exp(-U/T)$, где U — характерная для каждой данной реакции постоянная (энергия активации). Чем больше U , тем сильнее зависимость скорости реакции от температуры.

²⁾ Следует иметь в виду, что в смеси, самой по себе способной к горению, в известных условиях самопроизвольное распространение горения может оказаться невозможным. Соответствующие пределы определяются тепловыми потерями, связанными с такими факторами, как отвод тепла через стенки трубы (при горении газа в трубе), потери на излучение и т. п. Поэтому, например, горение оказывается невозможным в трубках слишком малого радиуса.

динамический процесс. В общем случае для определения режима горения необходимо совместное решение системы уравнений, включающей в себя как уравнения химической кинетики данной реакции, так и уравнения движения газовой смеси.

Положение, однако, существенно упрощается в том весьма важном случае (с которым обычно и приходится иметь дело), когда характерные размеры l , определяющие условия данной конкретной задачи, достаточно велики (по сравнению с чем именно, будет выяснено ниже). Мы увидим, что в таких случаях чисто газодинамическая задача может быть в известном смысле отделена от задачи химической кинетики.

Область сгоревшего газа (т. е. область, в которой реакция уже закончилась и газ представляет собой смесь продуктов горения) отделена от газа, в котором горение еще не началось, некоторым переходным слоем, где как раз и происходит самая реакция (*зона горения* или *пламя*); с течением времени этот слой передвигается вперед со скоростью, которую можно назвать скоростью распространения горения в газе. Величина скорости распространения зависит от интенсивности теплопередачи из зоны горения в ненагретую исходную газовую смесь, причем основной механизм теплопередачи состоит в обычной теплопроводности (В. А. Михельсон, 1890).

Порядок величины ширины зоны горения δ определяется средним расстоянием, на которое успевают распространиться выделяющееся в реакции тепло за то время τ , в течение которого длится эта реакция (в данном участке газа). Время τ есть величина, характерная для данной реакции, и зависит лишь от термодинамического состояния горящего газа (но не от характеристических параметров l задачи). Если χ — температуропроводность газа, то имеем см. (51,6):¹⁾

$$\delta \sim \sqrt{\chi\tau}. \quad (128,1)$$

Уточним теперь сделанное выше предположение: мы будем считать, что характерные размеры задачи велики по сравнению с толщиной зоны горения ($l \gg \delta$). При соблюдении этого условия можно выделить чисто газодинамическую задачу. При определении движения газа можно пренебречь толщиной зоны горения и рассматривать ее просто как поверхность, разделяющую продукты горения и несгоревший газ. На этой поверхности (*фронт пламени*) состояние газа испытывает скачок, т. е. она представляет собой своеобразную поверхность разрыва.

¹⁾ Во избежание недоразумений отметим, что при сильной зависимости τ от температуры в формуле (128,1) должен стоять еще довольно большой коэффициент (если для τ брать значение при температуре продуктов горения). Для нас здесь существен в первую очередь тот факт, что δ не зависит от l .

Скорость перемещения v_1 этого разрыва относительно самого газа (в нормальном к фронту направлении) называют *нормальной скоростью пламени*. За время τ горение успевает распространиться на расстояние порядка величины δ ; поэтому искомая скорость пламени ¹⁾:

$$v_1 \sim \delta/\tau \sim (\chi/\tau)^{1/2}. \quad (128,2)$$

Обычная теплопроводность газа — порядка величины произведения длины свободного пробега молекул на их тепловую скорость, или, что то же, произведения времени свободного пробега $\tau_{св}$ на квадрат скорости. Имея в виду, что тепловая скорость молекул совпадает по порядку величины со скоростью звука, найдем:

$$v_1/c \sim (\chi/\tau c^2)^{1/2} \sim (\tau_{св}/\tau)^{1/2}.$$

Отнюдь не каждое столкновение молекул сопровождается химической реакцией между ними; напротив, в реакцию вступает лишь очень незначительная доля сталкивающихся молекул. Это значит, что $\tau_{св} \ll \tau$ и потому $v_1 \ll c$. Таким образом, в рассматриваемом режиме скорость распространения пламени мала по сравнению со скоростью звука ²⁾.

На поверхности разрыва, заменяющего собой зону горения, как и на всяком вообще разрыве, должны выполняться условия непрерывности потоков вещества, импульса и энергии. Первое из этих условий, как обычно, определяет отношение нормальных к поверхности разрыва компонент скорости газа относительно разрыва: $\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2$, или

$$v_1/v_2 = V_1/V_2, \quad (128,3)$$

где V_1 , V_2 — удельные объемы несгоревшего газа и продуктов горения. Согласно общим результатам, полученным в § 84 для произвольных разрывов, при наличии скачка нормальной скорости касательная компонента скорости должна быть непрерывна. Поэтому линии тока преломляются на поверхности разрыва.

Благодаря малости нормальной скорости распространения пламени по сравнению со скоростью звука условие непрерыв-

¹⁾ Для примера укажем, что скорость распространения пламени в смеси 6 % CH_4 и 94 % воздуха составляет всего 5 см/с, а в гремучей смеси ($2\text{H}_2 + \text{O}_2$) — 1000 см/с; ширина зоны горения в этих двух случаях — соответственно $\sim 5 \cdot 10^{-2}$ и $5 \cdot 10^{-4}$ см.

²⁾ Определенную роль в процессе распространения горения играет также и взаимная диффузия различных компонент горячей смеси; это обстоятельство не меняет порядков величины скорости и ширины пламени. Подчеркнем, однако, что здесь везде идет речь о горении предварительно перемешанных горючих газовых смесей, а не о случаях, когда реагирующие вещества пространственно разделены и горение происходит лишь за счет их взаимной диффузии.

ности потока импульса сводится к непрерывности давления, а потока энергии — к непрерывности тепловой функции:

$$p_1 = p_2, \quad \omega_1 = \omega_2. \quad (128,4)$$

При использовании этих условий следует помнить, что газы по обе стороны рассматриваемого разрыва химически различны, а потому их термодинамические величины не являются одинаковыми функциями друг от друга.

Считая газ политропным, имеем:

$$\omega_1 = \omega_{01} + c_{p1}T_1, \quad \omega_2 = \omega_{02} + c_{p2}T_2;$$

аддитивные постоянные нельзя полагать здесь равными нулю, как мы это делали в случае одного газа (выбирая соответствующим образом начало отсчета энергии), поскольку здесь ω_{01} и ω_{02} различны. Введем обозначение $\omega_{01} - \omega_{02} = q$; q есть не что иное, как теплота, выделяющаяся при реакции (отнесенная к единице массы), если бы эта реакция происходила при абсолютном нуле температуры. Тогда получаем следующие соотношения между термодинамическими величинами исходного (газ 1) и сгоревшего (газ 2) газов:

$$p_1 = p_2, \quad T_2 = \frac{q}{c_{p2}} + \frac{c_{p1}}{c_{p2}}T_1, \quad V_2 = V_1 \frac{\gamma_1(\gamma_2 - 1)}{\gamma_2(\gamma_1 - 1)} \left(\frac{q}{c_{p1}T_1} + 1 \right). \quad (128,5)$$

Наличие определенной нормальной скорости распространения пламени, не зависящей от скоростей движения самого газа, приводит к установлению определенной формы фронта пламени при стационарном горении в движущемся потоке газа. Примером является горение газа, вытекающего из конца трубки (отверстия горелки). Если v есть средняя (по сечению трубки) скорость газа, то очевидно, что $v_1 S_1 = vS$, где S — площадь поперечного сечения трубки, а S_1 — полная площадь поверхности фронта пламени.

Возникает вопрос о границах устойчивости описанного режима по отношению к малым возмущениям — условиях реального его существования. Благодаря малости скорости движения газа по сравнению со скоростью звука, при исследовании устойчивости фронта пламени можно рассматривать газ как несжимаемую идеальную (невязкую) среду, причем нормальная скорость распространения пламени предполагается заданной постоянной величиной. Такое исследование приводит к результату о неустойчивости фронта (*Л. Д. Ландау*, 1944; см. задачу 1 к этому параграфу). В таком виде это исследование относится лишь к достаточно большим значениям чисел Рейнольдса lv_1/ν_1 и lv_2/ν_2 . Учет вязкости газа, однако, в данных условиях сам по

себе не может привести к очень большому критическому значению этих чисел.

Такая неустойчивость должна была бы приводить к самопроизвольной турбулизации пламени. Между тем экспериментальные данные свидетельствуют о том, что самопроизвольная турбулизация пламени фактически не происходит, — во всяком случае вплоть до очень больших значений числа Рейнольдса. Это связано с наличием в реальных условиях ряда факторов (гидродинамических и диффузионно-тепловых), стабилизирующих пламя. Изложение этих сложных вопросов выходит за рамки этой книги, и мы ограничимся здесь лишь краткими замечаниями о некоторых из возможных источников стабилизации.

Существенную роль в качестве такого источника может играть влияние искривления фронта на скорость горения. Если учитывать только теплопроводность, то на вогнутых (по отношению к исходной горючей смеси) участках фронта скорость v_1 повышается (благодаря улучшению условий теплопередачи в охватываемую вогнутостью свежую смесь), а на выпуклых местах v_1 уменьшается; этот эффект стремится выровнять фронт, т. е. влияет в стабилизирующем направлении. Изменение же диффузионного режима, как это следует из аналогичных соображений, оказывает дестабилизирующее действие. Таким образом, общий знак эффекта зависит от соотношения между коэффициентами температуропроводности и диффузии (*И. П. Дроздов, Я. Б. Зельдович, 1943*). Для феноменологического описания влияния искривления фронта на скорость горения v_1 можно ввести в нее слагаемое, пропорциональное кривизне фронта (*G. H. Markstein, 1951*); при надлежащем знаке этого члена его введение в граничные условия на фронте горения приводит к устранению неустойчивости возмущений с малыми длинами волн¹). Развитие неустойчивых (в линейном приближении) возмущений может стабилизироваться на определенном стационарном (по их амплитуде) пределе за счет нелинейных эффектов (*R. E. Petersen, N. W. Emmons, 1956; Я. Б. Зельдович, 1966*); этот механизм может привести к «ячейстой» структуре пламени²).

Распространяющееся по горючей смеси пламя приводит в движение окружающий газ на значительном протяжении. Неизбежность возникновения сопутствующего горению движения видна уже из того, что ввиду различия между скоростями v_1 и v_2

¹) В обозначениях, введенных в задаче I, выражение для v_1 с учетом этого эффекта надо писать в виде $v_1 = v_1^{(0)}(1 - \mu \partial^2 \zeta / \partial y^2)$, где $v_1^{(0)}$ — скорость горения при плоском фронте, а μ — эмпирическая константа (размерности длины), положительная в условиях стабилизации.

²) Подробное изложение этих вопросов дано в книге: *Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980, гл. 4, 6.*

продукты горения должны двигаться относительно несгоревшего газа со скоростью $v_1 - v_2$. В ряде случаев это движение приводит также и к возникновению ударных волн. Они не имеют непосредственного отношения к процессу горения, и их возникновение связано с невозможностью удовлетворить иным образом необходимым граничным условиям. Рассмотрим, например, горение, распространяющееся от закрытого конца трубы. На рис. 131 *ab* есть зона горения. Газ в областях 1 и 3 есть исходная несгоревшая газовая смесь, а в области 2 — продукты горения. Скорость v_1 передвижения зоны горения относительно находящегося перед ним газа 1 есть величина, определяемая свойствами реакции и условиями теплопередачи, и должна рассматриваться как заданная. Скорость v_2 движения пламени относительно газа 2 определится после этого непосредственно условием (128,3). На закрытом конце трубы скорость газа должна обращаться в нуль; поэтому во всей области 2 газ будет неподвижным. Газ же 1 должен, следовательно, двигаться относительно трубы с постоянной скоростью, равной $v_2 - v_1$. В передней части трубы вдали от пламени газ тоже должен быть неподвижным. Удовлетворить этому условию можно, только вводя ударную волну (*cd* на рис. 131), в которой скорость газа испытывает скачок, так что газ 3 оказывается неподвижным. По заданному скачку скорости определяются также и скачки остальных величин, и скорость распространения самой волны. Таким образом, мы видим, что распространяющийся фронт пламени действует как поршень, толкающий находящийся перед ним газ. Ударная волна движется быстрее пламени, так что количество вовлекаемого в движение газа с течением времени возрастает ¹⁾.

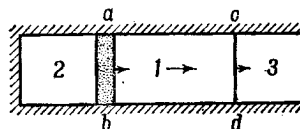


Рис. 131

При достаточно больших значениях числа Рейнольдса сопутствующее горению движение газа в трубе становится турбулентным, что в свою очередь оказывает обратное турбулизирующее действие на пламя. В вопросах о турбулентном горении еще много неясного, и они здесь не будут рассматриваться.

¹⁾ В реальных условиях фронт горения в трубе обычно выпуклый по отношению к находящейся перед ним исходной газовой смеси. Это приводит к возникновению специфического механизма стабилизации пламени по отношению к мелкомасштабным возмущениям. Распространение горения по нормалям к фронту «растягивает» последний, причем возникающие в каких-либо его точках возмущения сносятся по направлению к стенкам трубы и, достигнув стенки, гасятся (стационарность же формы фронта поддерживается при этом движением газа перед фронтом). См. Зельдович Я. В., Истратов А. Г., Кидин Н. И., Либрович В. Б. *Combustion Science and Technology*, 1980, v. 24, p. 113.

Задачи

1. Исследовать устойчивость плоского фронта пламени при медленном горении по отношению к малым возмущениям.

Решение. Рассматриваем плоскость разрыва (фронт пламени) в системе координат, в которой он покоится (и совпадает с плоскостью yz); невозмущенная скорость газа направлена в положительном направлении оси x . На движение с постоянными скоростями v_1, v_2 (по обе стороны разрыва) накладываем возмущение, периодическое по времени и по координате y . Из уравнений движения

$$\operatorname{div} v' = 0, \quad \frac{\partial v'}{\partial t} + (v\nabla) v' = -\frac{1}{\rho} \nabla p' \quad (1)$$

(под v и ρ подразумеваются v_1, ρ_1 или v_2, ρ_2) получаем, как и в § 29, уравнение

$$\Delta p' = 0. \quad (2)$$

На поверхности разрыва (т.е. при $x \approx 0$) должны выполняться следующие условия: условие непрерывности давления

$$p'_1 = p'_2, \quad (3)$$

условие непрерывности касательной к поверхности компоненты скорости

$$v'_{1y} + v_1 \frac{\partial \zeta}{\partial y} = v'_{2y} + v_2 \frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad (4)$$

(где $\zeta(y, t)$ — малое смещение поверхности разрыва вдоль оси x при возмущении) и условие неизменности нормальной скорости газа относительно разрыва

$$v'_{1x} - \frac{\partial \zeta}{\partial t} = v'_{2x} - \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0. \quad (5)$$

В области $x < 0$ (исходный газ 1) решение уравнений (1) и (2) пишем в виде

$$\begin{aligned} v'_{1x} &= A e^{iky + kx - i\omega t}, & v'_{1y} &= i A e^{iky + kx - i\omega t}, \\ \rho'_1 &= A \rho_1 \left(\frac{i\omega}{k} - v_1 \right) e^{iky + kx - i\omega t}. \end{aligned} \quad (6)$$

В области же $x > 0$ (газ 2, продукты горения) наряду с решением вида $\operatorname{const} e^{iky - kx - i\omega t}$ должно быть учтено еще и другое частное решение уравнений (1) и (2), в котором зависимость величин от y и t определяется тем же множителем $e^{iky - i\omega t}$. Это решение получится, если положить $p' = 0$; тогда в уравнении Эйлера правая часть исчезает, а остающееся однородное уравнение имеет решение, в котором

$$v'_x, v'_y \propto \exp \left\{ iky - i\omega t + \frac{i\omega}{v} x \right\}.$$

Причина, по которой это решение должно быть учтено только для газа 2, а не для газа 1, заключается в том, что нашей конечной целью является определение возможности существования таких частот ω , у которых мнимая часть положительна; но для таких ω множитель $e^{i\omega x/v}$ неограниченно возрастает бы с $|x|$ при $x < 0$, и потому в области газа 1 такое решение должно

быть отброшено. Подбирая опять соответствующим образом постоянные коэффициенты, ищем решение при $x > 0$ в виде

$$\begin{aligned} v'_{2x} &= B e^{iky - kx - i\omega t} + C e^{iky - i\omega t + i\omega x/v_2}, \\ v'_{2y} &= -i B e^{iky - kx - i\omega t} - \frac{\omega}{kv_2} C e^{iky - i\omega t + i\omega x/v_2}, \\ \rho'_2 &= -B \rho_2 \left(v_2 + \frac{i\omega}{k} \right) e^{iky - kx - i\omega t}. \end{aligned} \quad (7)$$

Положив также

$$\zeta = D e^{iky - i\omega t} \quad (8)$$

и подставив все полученные выражения в условия (3)–(5), получим четыре однородных уравнения для коэффициентов A, B, C, D ¹⁾. Простое вычисление приводит к следующему условию совместности этих уравнений (при вычислении следует помнить, что $j \equiv \rho_1 v_1 = \rho_2 v_2$):

$$\Omega^2 (v_1 + v_2) + 2\Omega k v_1 v_2 + k^2 v_1 v_2 (v_1 - v_2) = 0, \quad (9)$$

где $\Omega = -i\omega$. Если $v_1 > v_2$, то это уравнение имеет либо два отрицательных вещественных корня, либо два комплексно сопряженных корня с $\text{Re } \Omega < 0$; в этом случае движение устойчиво. Если же $v_1 < v_2$ (и соответственно $\rho_1 > \rho_2$), то оба корня уравнения (9) вещественны, причем один из них положителен:

$$\Omega = k v_1 \frac{\mu}{1 + \mu} \left[\sqrt{1 + \mu - \frac{1}{\mu}} - 1 \right]$$

(где $\mu = \rho_1/\rho_2$), так что движение неустойчиво; именно этот случай имеет место для фронта горения, поскольку плотность ρ_2 его продуктов всегда меньше плотности ρ_1 исходного газа в связи со значительным нагреванием.

Отметим, что $\text{Im } \Omega = 0$; это значит, что возмущения не распространяются вдоль фронта и усиливаются как стоячие волны. Неустойчивость имеет место для возмущений со всеми длинами волн, причем инкремент усиления растет с k (следует, однако, помнить, что исследование, в котором фронт рассматривается как геометрическая поверхность, относится лишь к возмущениям, длина волны которых велика по сравнению с δ : $k\delta \ll 1$). При заданном k инкремент возрастает с увеличением μ .

2. На поверхности жидкости происходит горение, причем самая реакция происходит в испаряющемся с поверхности паре²⁾. Определить условие устойчивости такого режима горения с учетом влияния поля тяжести и капиллярных сил (Л. Д. Ландау, 1944).

Решение. Рассматриваем зону горения в паре вблизи поверхности жидкости как поверхность разрыва, но приписываем теперь этой поверхности поверхностное натяжение α . Дальнейшие вычисления полностью аналогичны произведенным в задаче 1 с той лишь разницей, что вместо граничного условия (3) имеем теперь

$$\rho'_1 - \rho'_2 = -\alpha \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + (\rho_1 - \rho_2) g \zeta$$

¹⁾ Движение, описываемое формулами (6), потенциально; для движения же, описываемого формулами (7), $\text{rot } \mathbf{v}_2 \neq 0$. Таким образом, движение продуктов горения за возмущенным фронтом оказывается завихренным.

²⁾ Речь идет о реакции, происходящей в самом веществе пара, без участия каких-либо посторонних компонент (например, кислорода воздуха), т. е. о реакции самопроизвольного разложения.

(средой 1 является жидкость, а средой 2 — сгоревший газ). Условия же (4) и (5) не меняются. Вместо уравнения (9) получаем теперь

$$\Omega^2 (v_1 + v_2) + 2\Omega k v_1 v_2 + \left[k^2 (v_1 - v_2) + \frac{gk(\rho_1 - \rho_2) + ak^3}{j} \right] v_1 v_2 = 0.$$

Условие устойчивости рассматриваемого режима заключается в требовании, чтобы корни этого уравнения имели отрицательную вещественную часть, т. е. свободный член уравнения должен быть положительным при произвольном k . Это требование приводит к условию устойчивости:

$$j^4 < \frac{4ag\rho_1^2\rho_2^2}{\rho_1 - \rho_2}.$$

Поскольку плотность газообразных продуктов горения мала по сравнению с плотностью жидкости ($\rho_1 \gg \rho_2$), то это условие фактически сводится к неравенству

$$j^4 < 4ag\rho_1\rho_2^2.$$

3. Определить распределение температуры в газе перед плоским фронтом пламени.

Решение. В системе координат, движущейся вместе с фронтом, распределение температуры стационарно, а газ движется со скоростью $-v_1$. Уравнение теплопроводности

$$v \nabla T = -v_1 \frac{dT}{dx} = \chi \frac{d^2T}{dx^2}$$

имеет решение

$$T = T_0 e^{-v_1 x / \chi},$$

где T_0 — температура на фронте пламени, отсчитываемая от температуры вдали от него.

§ 129. Детонация

В описанном выше режиме медленного горения его распространение по газу обуславливается нагреванием, происходящим путем непосредственной передачи тепла от горящего к еще не воспламенившемуся газу. Наряду с таким возможен и совсем иной механизм распространения горения, связанный с ударными волнами. Ударная волна вызывает при своем прохождении нагревание газа — температура газа позади волны выше, чем впереди нее. Если интенсивность ударной волны достаточно велика, то вызываемое ею повышение температуры может оказаться достаточным для того, чтобы в газе могло начаться горение. Ударная волна при своем движении будет тогда как бы поджигать газовую смесь, т. е. горение будет распространяться со скоростью, равной скорости волны, — гораздо быстрее, чем при обычном горении. Такой механизм распространения горения называют *детонацией*.

Когда через некоторое место газа проходит ударная волна, в этом месте начинается реакция, после чего она будет продолжаться здесь до тех пор, пока не сгорит весь газ в этом месте,