Свойство потенциальности сверхтекучего движения выражается равенством

$$\operatorname{rot} \mathbf{v}_s = 0, \tag{137,2}$$

которое должно иметь место в любой момент времени во всем объеме жидкости. Это свойство является макроскопическим выражением той особенности энергетического спектра гелия II, которая лежит в основе микроскопической теории сверхтекучести: элементарные возбуждения, обладающие большой длиной волны (т. е. малыми импульсами и энергиями), являются звуковыми квантами — фононами. Поэтому макроскопическая гидродинамика сверхтекучего движения не должна допускать никаких других колебаний, кроме звуковых, что и обеспечивается условием (137,2)[1]).

В силу потенциальности сверхтекучее движение жидкости не оказывает никакой силы на стационарно обтекаемое твердое тело (парадокс Даламбера; см. § 11). Напротив, нормальное движение приводит к возникновению действующей на обтекаемое тело силы сопротивления. Если движение жидкости таково, что сверхтекучий и нормальный потоки массы взаимно компенсируются, то мы получим весьма своеобразную картину: на погруженное в гелий II тело будет действовать сила, в то время как никакого суммарного переноса массы жидкости нет.

Задача

Между концами капилляра с гелием II поддерживается малая разность температур ΔT. Определить тепловой поток, распространяющийся вдоль капилляра.

Решение. Согласно формуле (138,3) перепад давления между обоими концами капилляра $\Delta p = \rho s \,\Delta T$. Этот перепад создает в капилляре нормальное движение, средняя (по сечению) скорость которого равна

$$\bar{v}_n = R^2\,\Delta p/8\eta l$$

(R — радиус, l — длина капилляра, η — вязкость нормального движения; ср. (17,10)). Полный тепловой поток равен

$$T\rho s \bar{v}_n \pi R^2 = \frac{T\pi R^4 \rho^2 s^2\,\Delta T}{8\eta l}.$$

В обратном направлении возникает сверхтекучее движение, скорость которого определяется условием отсутствия суммарного переноса массы: $\bar{v}_s = -\bar{v}_n\rho_n/\rho_s$.

§ 138. Термомеханический эффект

Так называемый термомеханический эффект в гелии II заключается в том, что при вытекании гелия из сосуда через тонкий капилляр в сосуде наблюдается нагревание; наоборот, в

[1]) Более полное микроскопическое обоснование этого утверждения — см. IX § 26.

месте втекания гелия из капилляра в другой сосуд наблюдается охлаждение[1]). Это явление естественным образом объясняется тем, что движение вытекающей через капилляр жидкости в основном сверхтекуче и потому не уносит с собой тепла, так что имеющееся в сосуде тепло распределяется на меньшее количество гелия II. При втекании гелия в сосуд имеет место обратное явление.

Легко найти количество тепла Q, поглощающееся при втекании в сосуд через капилляр 1 г гелия. Втекающая жидкость не приносит с собой энтропии. Для того чтобы находящийся в сосуде гелий остался при своей температуре T, надо было бы сообщить ему количество тепла Ts так, чтобы скомпенсировать уменьшение приходящейся на единицу массы энтропии благодаря введению 1 г гелия с равной нулю энтропией. Это значит, что при втекании 1 г гелия в сосуд с гелием при температуре T поглощается количество тепла

$$Q = Ts. \qquad (138,1)$$

Наоборот, при вытекании 1 г гелия из сосуда с гелием при температуре T выделяется количество тепла Ts.

Рассмотрим теперь два сосуда с гелием II при температурах T_1 и T_2, причем сосуды соединены друг с другом тонким капилляром. Благодаря возможности свободного сверхтекучего перетекания по капилляру быстро установится механическое равновесие жидкости в обоих сосудах. Поскольку, однако, сверхтекучее движение не переносит тепла, тепловое равновесие (при котором температуры гелия в обоих сосудах сравниваются) установится лишь значительно позднее.

Условие механического равновесия легко написать, воспользовавшись тем, что установление этого равновесия происходит согласно предыдущему при постоянных энтропиях s_1 и s_2 гелия в обоих сосудах.

Если ε_1 и ε_2 — внутренние энергии единицы массы гелия при температурах T_1 и T_2, то условие механического равновесия (условие минимума энергии), осуществляемого сверхтекучим перетеканием жидкости, будет

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial N}\right)_{s_1} = \left(\frac{\partial \varepsilon_2}{\partial N}\right)_{s_2},$$

[1]) Весьма слабый термомеханический эффект должен, строго говоря, иметь место и в обычных жидкостях; аномальным у гелия II является большая величина этого эффекта. Термомеханический эффект в обычных жидкостях представляет собой необратимое явление типа термоэлектрического эффекта Пельтье (фактически такой эффект наблюдается в разреженных газах; см. X, задача 1 к § 14). Такого рода эффект должен существовать и в гелии II, но в этом случае он перекрывается значительно превосходящим его описанным ниже другим эффектом, специфическим для гелия II и не имеющим ничего общего с необратимыми явлениями типа эффекта Пельтье.

где N — число атомов в 1 г гелия. Но производная $(\partial\varepsilon/\partial N)_s$ есть химический потенциал μ. Поэтому мы получаем условие равновесия в виде

$$\mu(p_1, T_1) = \mu(p_2, T_2) \tag{138,2}$$

(p_1, p_2 — давления в обоих сосудах).

В дальнейшем мы будем понимать под химическим потенциалом μ не термодинамический потенциал, отнесенный к одной частице (атому), как это обычно принято, а термодинамический потенциал, отнесенный к единице массы гелия; оба определения отличаются лишь постоянным множителем — массой атома гелия.

Если давления p_1, p_2 малы, то, разлагая по их степеням и помня, что $(\partial\mu/\partial p)_T$ есть удельный объем (слабо зависящий от температуры), получаем:

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \mu(0, T_1) - \mu(0, T_2) = \int_{T_1}^{T_2} s\,dT,$$

где $\Delta p = p_2 - p_1$. Если мала также и разность температур $\Delta T = T_2 - T_1$, то, разлагая по степеням ΔT и замечая, что $(\partial\mu/\partial T)_p = -s$, получим следующее соотношение:

$$\frac{\Delta p}{\Delta T} = \rho s \tag{138,3}$$

(*H. London*, 1939). Поскольку $s > 0$, то и $\Delta p/\Delta T > 0$.

§ 139. Уравнения гидродинамики сверхтекучей жидкости

Перейдем теперь к выводу полной системы гидродинамических уравнений, которые описывают движение гелия II макроскопическим (феноменологическим) образом. Согласно изложенным выше представлениям речь идет о составлении уравнений движения, описывающегося в каждой точке не одной, как в обычной гидродинамике, а двумя скоростями $\mathbf{v}_s$ и $\mathbf{v}_n$. Оказывается, что искомая система уравнений может быть получена вполне однозначным образом, исходя из одних только требований, налагаемых принципом относительности Галилея и необходимыми законами сохранения (причем используются также свойства движения, выражаемые уравнениями (137,1) и (137,2)).

Следует иметь в виду, что фактически гелий II теряет свойство сверхтекучести при достаточно больших скоростях движения. Ввиду этого явления *критических скоростей* уравнения гидродинамики сверхтекучего гелия обладают реальным физическим