(при таком определении коэффициентов F_l и G_l они совпадают со средними значениями произведений FP_l и GP_l). Тогда условия устойчивости записываются в виде неравенств

$$F_l+1>0, \tag{2,19}$$

$$G_l+1>0. \tag{2,20}$$

Сравнив условие (2,19) при $l=1$ с выражением (2,12) для эффективной массы, убеждаемся в положительности последней. Условие же (2,19) при $l=0$ обеспечивает положительность выражения (2,17).

§ 3. Магнитная восприимчивость ферми-жидкости

Квазичастица с отличным от нуля спином обладает, вообще говоря, также и магнитным моментом. Для спина 1/2 оператор этого момента имеет вид $\beta\sigma$ (z-проекция магнитного момента равна $\pm\beta$). Постоянная $2\beta/\hbar$, определяющая отношение магнитного момента квазичастицы к механическому ($\hbar/2$), совпадает со значением такой же постоянной для истинных частиц: очевидно, что величина этого отношения не меняется при любом способе сложения спинов частиц в спин квазичастицы.

Наличие у квазичастиц магнитного момента приводит, в свою очередь, к парамагнетизму жидкости. Вычислим соответствующую магнитную восприимчивость.

Для «свободной» квазичастицы оператор дополнительной энергии, приобретаемой ею в магнитном поле $\mathbf{H}$, был бы $-\beta\sigma\mathbf{H}$. Но в ферми-жидкости необходимо учесть тот факт, что в силу взаимодействия квазичастиц энергия каждой из них изменится еще и в результате изменения функции распределения в магнитном поле. При вычислении магнитной восприимчивости надо поэтому писать оператор изменения энергии квазичастицы в виде

$$\delta\hat{\varepsilon}=-\beta\sigma\mathbf{H}+\mathrm{Sp}'\int\hat{f}\delta\hat{n}'\,d\tau'. \tag{3,1}$$

Изменение же функции распределения само выражается через $\delta\varepsilon$ согласно $\delta\hat{n}=(\partial n/\partial\varepsilon)\,\delta\hat{\varepsilon}$ [1]; таким образом, для $\delta\hat{\varepsilon}$ получаем уравнение

$$\delta\hat{\varepsilon}(\mathbf{p})=-\beta\sigma\mathbf{H}+\mathrm{Sp}'\int\hat{f}(\mathbf{p},\mathbf{p}')\frac{dn'}{d\varepsilon'}\delta\hat{\varepsilon}(\mathbf{p}')\,d\tau'. \tag{3,2}$$

[1]) При вычислении добавки δn, зависящей от поля, изменение химического потенциала можно не учитывать. Изменение макроскопической величины μ в изотропной жидкости может быть лишь квадратичным по полю $\mathbf{H}$ (являющимся при вычислении восприимчивости малой величиной), между тем как $\delta\hat{\varepsilon}$ первого порядка малости по полю. Отметим также, что ввиду малости магнитной восприимчивости жидкости здесь можно не делать различия между напряженностью и индукцией поля в ней.

Нам понадобится ниже решение этого уравнения лишь на поверхности ферми-сферы. Ищем его в виде

$$\delta\hat{\varepsilon} = -\frac{\beta}{2} g\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H}, \tag{3,3}$$

где g—постоянная. Для ступенчатой функции $n(\mathbf{p}') = \theta(p')$ имеем

$$\frac{dn'}{d\varepsilon'} = -\delta(\varepsilon' - \varepsilon_F),$$

так что интегрирование по $dp' = d\varepsilon'/v_F$ сводится к взятию значения подынтегрального выражения на ферми-поверхности. Подставив функцию $\hat{f}$ из (2,4) и заметив, что для матриц Паули

$$\operatorname{Sp}\boldsymbol{\sigma} = 0, \quad \operatorname{Sp}'(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\sigma}')\boldsymbol{\sigma}' = \frac{1}{3}\boldsymbol{\sigma}\operatorname{Sp}'\boldsymbol{\sigma}'\boldsymbol{\sigma}' = 2\boldsymbol{\sigma},$$

находим $g = 2 - g\overline{G(\vartheta)}$, или

$$g = \frac{2}{1 + \overline{G(\vartheta)}}, \tag{3,4}$$

где черта снова (как и в (2,12)) означает усреднение по направлениям.

Восприимчивость χ определяется из выражения для магнитного момента единицы объема жидкости:

$$\chi\mathbf{H} = \beta\operatorname{Sp}\int \boldsymbol{\sigma}\delta\hat{n}\,d\tau = \beta\operatorname{Sp}\int \boldsymbol{\sigma}\delta\hat{\varepsilon}\frac{\partial n}{\partial\varepsilon}\,d\tau$$

или, после интегрирования со ступенчатой функцией $n(\mathbf{p})$:

$$\chi\mathbf{H} = -\beta\frac{p_F m^*}{2\pi^2\hbar^3}\operatorname{Sp}\boldsymbol{\sigma}\delta\hat{\varepsilon}(p_F).$$

Наконец, подставив сюда (3,3—4) и заметив, что $\operatorname{Sp}(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H})\boldsymbol{\sigma} = 2\mathbf{H}$, получим

$$\chi = \frac{\beta^2 p_F m^*}{\pi^2\hbar^3(1 + \overline{G})} = \frac{3\gamma\beta^2}{\pi^2(1 + \overline{G})}, \tag{3,5}$$

где γ—коэффициент в линейном законе теплоемкости (1,15). Выражение $\chi = 3\gamma\beta^2/\pi^2$ есть восприимчивость вырожденного ферми-газа из частиц с магнитным моментом β (см. V (59,5)). Множитель же $(1 + \overline{G})^{-1}$ выражает собой отличие ферми-жидкости от ферми-газа [1]).

Отметим, что условие устойчивости (2,20) с $l = 0$ совпадает с условием $\chi > 0$.

---

[1]) Для He^3: $\overline{G} \approx -2/3$.