§ 5. Спиновые волны в ферми-жидкости

Наряду с рассмотренными в предыдущем параграфе решениями $\nu(\mathbf{n})$, не зависящими от спина, уравнение (4,10) имеет также и решения вида

$$\hat{\nu} = \sigma\boldsymbol{\mu}(\mathbf{n}), \tag{5,1}$$

в которых изменение функции распределения квазичастиц зависит от проекции их спина. Такие волны можно назвать *спиновыми*.

Подставив (5,1) в (4,10), снова взяв функцию $\hat{f}$ в виде (2,4) и заметив, что $\mathrm{Sp}'\,\sigma'(\sigma\sigma') = 2\sigma$, получим (после сокращения на σ)

$$(s - \cos\theta)\,\boldsymbol{\mu}(\theta, \varphi) = \cos\theta \int G(\vartheta)\,\boldsymbol{\mu}(\theta', \varphi')\,\frac{do'}{4\pi}. \tag{5,2}$$

Таким образом, для каждой из компонент вектора $\boldsymbol{\mu}$ получается уравнение, отличающееся от (4,12) лишь заменой F на G. Поэтому все дальнейшие вычисления, произведенные в § 4, могут быть применены и к спиновым волнам[1]).

Спиновые волны другого типа могут распространяться в ферми-жидкости в присутствии магнитного поля (*В. П. Силин*, 1958). Мы ограничимся здесь рассмотрением колебаний с $\mathbf{k} = 0$, в которых $\delta\hat{n}$ не зависит от координат.

При наличии магнитного поля $\mathbf{H}$ уже «невозмущенные» колебаниями энергия квазичастиц и функция их распределения зависят от спина. Эти зависимости связаны друг с другом и выражаются формулами (см. § 3)

$$\hat{\varepsilon}_0 = \varepsilon_0(\mathbf{p}) - \beta_1\sigma\mathbf{H}, \quad \beta_1 = \beta/(1+\bar{G}), \tag{5,3}$$

$$\hat{n}_0 = n_0(\mathbf{p}) - \frac{dn_0}{d\varepsilon}\beta_1\sigma\mathbf{H} = n_0(\mathbf{p}) + \delta(\varepsilon - \varepsilon_F)\,\beta_1\sigma\mathbf{H}, \tag{5,4}$$

где $\varepsilon_0(\mathbf{p})$ — энергия в отсутствие поля; индекс 0 снова напоминает о том, что эти выражения относятся к равновесной жидкости.

Снова ищем малую переменную часть функции распределения в волне в виде

$$\delta\hat{n} = \delta(\varepsilon - \varepsilon_F)\,\sigma\boldsymbol{\mu}(\mathbf{n})\,e^{-i\omega t}.$$

Соответствующее изменение энергии квазичастицы:

$$\delta\hat{\varepsilon} = \sigma \int \boldsymbol{\mu}(\mathbf{n}')\,G(\vartheta)\,\frac{do'}{4\pi}\cdot e^{-i\omega t}.$$

---

[1]) В жидком He^3 величина $G_0 = \overline{G(\vartheta)} < 0$ (см. примечание на стр. 25). Поэтому распространение таких волн в этой жидкости невозможно.

В кинетическом уравнении должен быть учтен теперь член (4,4) с коммутатором $\{\hat{\varepsilon}, \hat{n}\}$; для не зависящих от координат распределений оно принимает вид

$$\frac{\partial \delta \hat{n}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar}\{\hat{\varepsilon}, \hat{n}\} = 0. \tag{5,5}$$

С точностью до линейных по $\delta\hat{n}$ членов имеем

$$\{\hat{\varepsilon}, \hat{n}\} = -\beta_1 \{\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H}, \delta\hat{n}\} + \beta_1 \delta(\varepsilon - \varepsilon_F)\{\delta\hat{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma}\mathbf{H}\}.$$

Стоящие здесь коммутаторы определяются формулой

$$\{\boldsymbol{\sigma}\mathbf{a}, \boldsymbol{\sigma}\mathbf{b}\} = 2i\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{ab}],$$

где $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ — произвольные векторы (см. III (55,10)); в результате кинетическое уравнение приводится к виду

$$i\omega\boldsymbol{\mu}(\mathbf{n}) = \frac{2\beta_1}{\hbar}[\mathbf{H}\boldsymbol{\rho}(\mathbf{n})], \tag{5,6}$$

где обозначено

$$\boldsymbol{\rho}(\mathbf{n}) = \boldsymbol{\mu}(\mathbf{n}) + \int \boldsymbol{\mu}(\mathbf{n}')\, G(\vartheta)\frac{d\mathbf{o}'}{4\pi}. \tag{5,7}$$

В общем случае решение уравнения (5,6) может быть разложено в ряд по шаровым функциям $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ (с полярной осью вдоль $\mathbf{H}$). Каждый член разложения представляет определенный тип колебаний со своей частотой ω_{lm}.

Первой из них, ω_{00}, отвечают колебания с $\boldsymbol{\mu} = \text{const}$; при этом $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\mu}(1 + \overline{G})$ и уравнение (5,7) сводится к

$$i\omega_{00}\boldsymbol{\mu} = \frac{2\beta}{\hbar}[\mathbf{H}\boldsymbol{\mu}];$$

колебания поперечны к полю ($\boldsymbol{\mu} \perp \mathbf{H}$). Расписав уравнение в компонентах (в плоскости, перпендикулярной $\mathbf{H}$) и составив определитель этой системы, найдем частоту

$$\omega_{00} = 2\beta H/\hbar. \tag{5,8}$$

Напомним, что β — магнитный момент частицы (истинной) жидкости. Таким образом, частота ω_{00} оказывается вовсе не зависящей от специфических свойств жидкости. Значения же всех остальных частот ω_{lm} зависят от конкретного вида функции $G(\vartheta)$.

§ 6. Вырожденный почти идеальный ферми-газ с отталкиванием между частицами

Вопрос о термодинамических свойствах «почти идеального» вырожденного газа не имеет непосредственного физического смысла, так как реально существующие в природе газы при