

Действительно, свойства операторов $\hat{\Psi}_0$ совпадают со свойствами гейзенберговских операторов $\hat{\Psi}$ в отсутствие взаимодействий, а гейзенберговская волновая функция Φ от времени не зависит, так что совпадает со своим значением при $t = -\infty$, когда взаимодействие отсутствует. Поэтому, в частности,

$$\langle T\hat{\Psi}_{0\alpha}(X_1)\hat{\Psi}_{0\beta}^+(X_2)\rangle = iG_{\alpha\beta}^{(0)}(X_1, X_2) \quad (12,15)$$

есть функция Грина системы невзаимодействующих частиц.

§ 13. Диаграммная техника для ферми-систем

Смысл символических выражений типа (12,14) состоит в том, что они дают возможность легко написать последовательные члены разложений по степеням \hat{V} . Так,

$$\begin{aligned} \langle T\hat{\Psi}_{0\alpha}(X)\hat{\Psi}_{0\beta}^+(X')\hat{S}\rangle &= \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dt_n \langle T\hat{\Psi}_{0\alpha}(X)\hat{\Psi}_{0\beta}^+(X')\hat{V}_0(t_1)\dots\hat{V}_0(t_n)\rangle, \end{aligned} \quad (13,1)$$

а выражение для $\langle\hat{S}\rangle$ отличается от написанного лишь отсутствием множителей $\hat{\Psi}_{0\alpha}\hat{\Psi}_{0\beta}^+$ под знаком Т-произведения. Как уже было указано, оператор $\hat{V}_0(t)$ в представлении взаимодействия получается из (7.7) заменой всех $\hat{\Psi}$ на $\hat{\Psi}_0$. Вычисление последовательных членов разложения (13,1) сводится, следовательно, к вычислению средних по основному состоянию от Т-произведения различного числа ψ -операторов свободных частиц.

Эти вычисления в значительной степени автоматизируются с помощью правил *диаграммной техники*, которые, однако, существенно зависят от характера исследуемой физической системы. Излагаемая в этом параграфе техника относится к не-сверхтекучим ферми-системам, причем взаимодействие частиц предполагается парным и не зависящим от спинов. Соответствующий оператор взаимодействия:

$$\begin{aligned} \hat{V}_0(t) &= \\ &= \frac{1}{2} \int \hat{\Psi}_{0\gamma}^+(t, \mathbf{r}_1)\hat{\Psi}_{0\delta}^+(t, \mathbf{r}_2)U(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\hat{\Psi}_{0\delta}(t, \mathbf{r}_2)\hat{\Psi}_{0\gamma}(t, \mathbf{r}_1)d^3x_1d^3x_2, \end{aligned} \quad (13,2)$$

где $U(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)$ —энергия взаимодействия двух частиц (индексы (2) у \hat{V} и U опускаем).

Среднее значение произведений Ψ -операторов вычисляется с помощью *теоремы Вика*, которая гласит¹⁾:

Среднее от произведения любого (четного) числа операторов $\hat{\Psi}$ и $\hat{\Psi}^+$ равно сумме произведений всех возможных попарных средних (сверток) этих операторов. В каждой паре операторы стоят в той же последовательности, что и в первоначальном произведении. Знак каждого члена в сумме определяется множителем $(-1)^P$, где P — число перестановок операторов, которые надо произвести, чтобы поставить рядом все усредняемые операторы.

Отличны от нуля лишь свертки, в которые входит один оператор $\hat{\Psi}$ и один $\hat{\Psi}^+$: в диагональном матричном элементе все частицы, уничтожаемые оператором $\hat{\Psi}$, должны быть вновь рождены оператором $\hat{\Psi}^+$. Ясно поэтому, что среднее от произведения нескольких Ψ -операторов может быть отлично от нуля, только если в нем содержится одинаковое число операторов $\hat{\Psi}$ и $\hat{\Psi}^+$.

В применении к среднему от Т-произведения теорема Вика позволяет выразить его через средние от попарных Т-произведений, т. е., согласно (12,15), — через гриновские функции свободных частиц. Сделаем это для поправки первого порядка в функции Грина системы взаимодействующих частиц.

Предварительно отметим, что при раскрытии по теореме Вика выражения в числителе формулы (12,14) возникают, в частности, члены вида

$$\langle T\hat{\Psi}_{\alpha\alpha}(X_1)\hat{\Psi}_{\beta\beta}^+(X_2)\rangle\langle\hat{S}\rangle = iG_{\alpha\beta}^{(0)}(X_1, X_2)\langle\hat{S}\rangle, \quad (13,3)$$

в которых пара «внешних» (по отношению к \hat{S}) Ψ -операторов сворачивается между собой; выражение же $\langle\hat{S}\rangle$ содержит (в каждом члене его разложения) лишь свертки «внутренних» операторов между собой. Множитель $\langle\hat{S}\rangle$ целиком сокращается со знаменателем в (12,14), и, таким образом, все эти члены дают просто «невозмущенную» гриновскую функцию $iG_{\alpha\beta}^{(0)}$.

Оставив в (13,1) два первых члена разложения, подставив (13,2) и переобозначив переменные, получим

$$iG_{\alpha\beta}(X_1, X_2) \approx iG_{\alpha\beta}^{(0)} + iG_{\alpha\beta}^{(1)},$$

где

$$iG_{\alpha\beta}^{(1)} = -\frac{i}{2} \langle T\hat{\Psi}_{\alpha\alpha}(X_1)\hat{\Psi}_{\beta\beta}^+(X_2)\rangle \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dt \int d^3x_3 d^3x_4 \hat{\Psi}_{\alpha\gamma}^+(t, \mathbf{r}_3) \hat{\Psi}_{\delta\delta}^+(t, \mathbf{r}_4) U(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4) \hat{\Psi}_{\delta\delta}(t, \mathbf{r}_4) \hat{\Psi}_{\beta\gamma}(t, \mathbf{r}_3) \rangle.$$

¹⁾ Чтобы не забивать изложения, доказательство этой теоремы отложим на конец параграфа.

Для большей компактности записи формул введем обозначение

$$U(X_1 - X_2) = U(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2). \quad (13,4)$$

Тогда ¹⁾

$$iG_{12}^{(0)} = -\frac{i}{2} \int \langle T_1 \hat{\Psi}_2 \hat{\Psi}^+ \hat{\Psi}_3^+ \hat{\Psi}_4^+ \hat{\Psi}_4 \hat{\Psi}_3 \rangle U_{34} d^4 X_3 d^4 X_4,$$

где $d^4 X = dt d^3 x$.

Чтобы усреднить по теореме Вика, выпишем отдельно операторы и изобразим все нужные варианты сверток:

$$\begin{aligned} \langle \hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_2^+ \hat{\Psi}_3^+ \hat{\Psi}_4^+ \hat{\Psi}_4 \hat{\Psi}_3 \rangle \rightarrow & \overbrace{\langle \hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_2^+ \hat{\Psi}_3^+ \hat{\Psi}_4^+ \hat{\Psi}_4 \hat{\Psi}_3 \rangle} + \overbrace{\langle \hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_2^+ \hat{\Psi}_3^+ \hat{\Psi}_4^+ \hat{\Psi}_4 \hat{\Psi}_3 \rangle} + \\ & + \overbrace{\langle \hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_2^+ \hat{\Psi}_3^+ \hat{\Psi}_4^+ \hat{\Psi}_4 \hat{\Psi}_3 \rangle} + \overbrace{\langle \hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_2^+ \hat{\Psi}_3^+ \hat{\Psi}_4^+ \hat{\Psi}_4 \hat{\Psi}_3 \rangle} \end{aligned}$$

Согласно сказанному выше, опущены члены, содержащие свертку

$\hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_2^+$. Парно сворачиваемые (соединенные дугами) операторы надо переставить к соседству друг с другом. Так, первый из написанных членов означает произведение

$$\langle T \hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_3^+ \rangle \langle T \hat{\Psi}_2^+ \hat{\Psi}_4 \rangle \langle T \hat{\Psi}_4^+ \hat{\Psi}_3 \rangle,$$

а последний

$$-\langle T \hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_4^+ \rangle \langle T \hat{\Psi}_2^+ \hat{\Psi}_4 \rangle \langle \hat{\Psi}_3^+ \hat{\Psi}_3 \rangle.$$

Свертки произведений ψ -операторов различных аргументов заменяются согласно

$$\langle \hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_3^+ \rangle \equiv \langle T \hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_3^+ \rangle = iG_{13}^0, \quad \langle \hat{\Psi}_2^+ \hat{\Psi}_4 \rangle = -iG_{24}^0 \text{ и т. п.}$$

Свертки же ψ -операторов одинаковых аргументов представляют собой пространственную плотность числа частиц в идеальном газе (обозначим ее через $n^{(0)}$), понимаемую как функцию химического потенциала ²⁾:

$$\langle \hat{\Psi}^+ \hat{\Psi} \rangle = n^{(0)}(\mu) = \frac{(2m\mu)^{3/2}}{3\pi^2}. \quad (13,5)$$

¹⁾ Здесь и ниже для упрощения записи особенно громоздких выражений соловимся опускать индекс у $\hat{\Psi}_0$, а цифровыми индексами 1, 2, ... обозначать совокупность значений аргумента X и спинного индекса:

$$\begin{aligned} \hat{\Psi}_1 & \equiv \hat{\Psi}_\alpha(X_1), & \hat{\Psi}_2 & \equiv \hat{\Psi}_\beta(X_2), \dots \\ G_{12} & \equiv G_{\alpha\beta}(X_1, X_2), & U_{12} & \equiv U(X_1 - X_2). \end{aligned}$$

²⁾ Такие свертки всегда происходят от ψ -операторов, входящих в состав одного и того же оператора взаимодействия V . Поэтому в таких членах $\hat{\Psi}^+$ всегда стоит слева от $\hat{\Psi}$.

Таким образом, получим

$$iG_{12}^{(3)} = \frac{1}{2} \int d^4 X_3 d^4 X_4 \cdot U_{34} [- G_{13}^{(0)} G_{34}^{(0)} G_{42}^{(0)} - G_{14}^{(0)} G_{43}^{(0)} G_{32}^{(0)} + \\ + in^{(0)} G_{13}^{(0)} G_{32}^{(0)} + in^{(0)} G_{14}^{(0)} G_{42}^{(0)}].$$

Эти четыре члена попарно равны друг другу — они отличаются лишь обозначением переменных интегрирования X_3 и X_4 . В результате множитель $1/2$ исчезает и, таким образом, поправка первого порядка в функции Грина содержит всего два члена:

$$iG_{12}^{(4)} = \int U_{34} [in^{(0)} G_{14}^{(0)} G_{42}^{(0)} - G_{13}^{(0)} G_{34}^{(0)} G_{42}^{(0)}] d^4 X_3 d^4 X_4. \quad (13,6)$$

Структуру этих членов удобно изобразить графически с помощью следующих диаграмм Фейнмана:

(13,7)

На этих диаграммах сплошная линия $4 \leftarrow 2$ означает свертку $\widehat{\Psi}_4 \Psi_2^+$ (т. е. функцию $iG_{42}^{(0)}$); цифры указывают номера переменных X_4 и X_2 , от которых зависят свертываемые операторы, а направление стрелки отвечает направлению от $\widehat{\Psi}^+$ к $\widehat{\Psi}$ в свертке.

Свертка $\widehat{\Psi}^+ \widehat{\Psi}$ двух операторов, зависящих от одних и тех же переменных (т. е. плотность $n^{(0)}$), изображается соответственно петлей — сплошной линией, «замкнутой на себя». Пунктирная линия $3 \cdots 4$ означает множитель U_{34} . По всем переменным, обозначенным у внутренних точек диаграммы (точки пересечения линий), подразумевается интегрирование. Переменные (X_1 и X_2), обозначенные у «внешних концов» диаграммы, остаются свободными.

Члены первого порядка, происходящие из (13,3), изобразились бы диаграммами, распадающимися на две отдельные части — прямой отрезок ($iG_{\alpha\beta}^{(0)}$) и фигуру с замкнутыми петлями сплошных линий, например,



Вдумавшись в способ свертывания операторов и структуру соответствующих диаграмм, можно понять происхождение общего правила: во всех порядках теории возмущений роль множителя $\langle S \rangle^{-1}$ в (12,14) сводится к тому, что должны учитываться лишь «связные» диаграммы с двумя внешними концами, не содержащие «отсоединенных» петель без внешних концов, не связанных с другими частями диаграммы ни сплошными, ни

пунктирными линиями (ср. аналогичную ситуацию в квантовой электродинамике — IV § 100).

Сокращение коэффициента $1/2$ в (13,6) есть проявление общего правила: не надо учитывать (в членах n -го порядка) множитель $1/n!$, происходящий от разложения (13,1), и множитель 2^{-n} , возникающий от коэффициентов $1/2$ в (13,2). Действительно, диаграммы n -го порядка содержат по n пунктирных линий $i \dots k$. Множитель $1/n!$ сокращается от приведения членов, отличающихся перестановками пар чисел i, k между всеми n пунктирными линиями. Множитель же 2^{-n} сокращается от перестановок чисел i, k между концами каждой из этих линий.

Окончательные правила диаграммной техники мы формулируем для вычисления функции Грина не в координатном, а сразу в импульсном представлении, наиболее важном для физических применений.

Переход к импульсному представлению осуществляется путем разложения Фурье (7,21—22), которое запишем в «четырёхмерном» виде ¹⁾

$$G(X) = \int G(P) e^{-iPX} \frac{d^4P}{(2\pi)^4}, \quad G(P) = \int G(X) e^{iPX} d^4X, \quad (13,8)$$

где «4-импульс» $P = (\omega, \mathbf{p})$, а $PX = \omega t - \mathbf{p}\mathbf{r}$. Аналогичным образом разложим также и потенциал взаимодействия:

$$U(X) = \delta(t) U(\mathbf{r}) = \int U(Q) e^{-iQX} \frac{d^4Q}{(2\pi)^4}, \quad (13,9)$$

где $Q = (q_0, \mathbf{q})$; при этом $U(Q)$ совпадает с компонентой трёхмерного разложения

$$U(Q) \equiv U(\mathbf{q}) = \int U(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} d^3x. \quad (13,10)$$

Ввиду четности функции $U(\mathbf{r})$ очевидно, что $U(-\mathbf{q}) = U(\mathbf{q})$.

Произведем это разложение для поправки первого порядка $G_{12}^{(0)} \equiv G_{\alpha\beta}^{(0)}(X_1 - X_2)$. Для этого умножаем равенство (13,6) на $\exp[iP(X_1 - X_2)]$ и интегрируем его по $d^4(X_1 - X_2)$.

В первом члене пишем

$$e^{iP(X_1 - X_2)} = e^{iP(X_1 - X_3)} e^{iP(X_3 - X_2)}$$

и, заменив переменные интегрирования, получаем

$$i n^{(0)} \int G_{\alpha\gamma}^{(0)}(X_1 - X_3) e^{iP(X_1 - X_3)} d^4(X_1 - X_3) \times \\ \times \int G_{\gamma\beta}^{(0)}(X_3 - X_2) e^{iP(X_3 - X_2)} d^4(X_3 - X_2) \int U(X_3 - X_4) d^4(X_3 - X_4).$$

¹⁾ Используя для удобства изложения и обозначений четырёхмерную терминологию, подчеркнем лишний раз, что она не имеет здесь никакого отношения к релятивистской инвариантности!

Первые два интеграла дают $G_{\alpha\gamma}^{(0)}(P) G_{\gamma\beta}^{(0)}(P)$, а третий равен $U(0) = \int U(\mathbf{r}) d^3x$ — значению $U(\mathbf{q})$ при $\mathbf{q} = 0$.

Аналогичным образом, во втором члене пишем

$$e^{iP(X_1 - X_2)} = e^{iP(X_1 - X_3)} e^{iP(X_3 - X_4)} e^{iP(X_4 - X_2)}$$

и после перехода к интегрированию по $X_1 - X_3$, $X_3 - X_4$, $X_4 - X_2$ получаем

$$- G_{\alpha\gamma}^{(0)}(P) \int G_{\gamma\delta}^{(0)}(X) U(X) e^{iPX} d^4X \cdot G_{\delta\beta}^{(0)}(P).$$

Оставшийся интеграл выражается через фурье-компоненты функций $G_{\gamma\delta}^{(0)}$ и U с помощью формулы для фурье-компонент произведения двух функций¹⁾

$$\int f(X) g(X) e^{iPX} d^4X = \int f(P_1) g(P - P_1) \frac{d^4P_1}{(2\pi)^4}. \quad (13,11)$$

Таким образом, для поправки первого порядка в функции Грина в импульсном представлении окончательно находим

$$iG_{\alpha\beta}^{(1)}(P) = in^{(0)} U(0) G_{\alpha\gamma}^{(0)}(P) G_{\gamma\beta}^{(0)}(P) - \int G_{\alpha\gamma}^{(0)}(P) G_{\gamma\delta}^{(0)}(P_1) G_{\delta\beta}^{(0)}(P) U(P - P_1) \frac{d^4P_1}{(2\pi)^4}. \quad (13,12)$$

Каждому из двух членов в (13,12) ставится в соответствие определенная диаграмма Фейнмана, и выражение (13,12) записывается в виде

$$iG_{\alpha\beta}^{(1)}(P) = \text{a)} + \text{b)} \quad (13,13)$$

¹⁾ Для доказательства этой формулы надо подставить в ее левую сторону сами функции $f(X)$ и $g(X)$ в виде фурье-разложений:

$$\int f(X) g(X) e^{iPX} d^4X = \int f(P_1) g(P_2) e^{i(P - P_1 - P_2)X} d^4X \frac{d^4P_1 d^4P_2}{(2\pi)^4}.$$

Интегрирование по d^4X осуществляется по формуле

$$\int e^{iPX} d^4X = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P),$$

где «четырёхмерная» δ -функция $\delta^{(4)}$ определяется как произведение δ -функций от компонент «4-вектора» P . Возникающий множитель $\delta^{(4)}(P - P_1 - P_2)$ устраняется интегрированием по d^4P_2 , и мы приходим к правой стороне (13,11).

Точки пересечения линий называют *вершинами* диаграммы. Каждая диаграмма имеет $2n$ вершин, где n — порядок теории возмущений. В каждой вершине сходятся две сплошные и одна пунктирная линии. Каждой сплошной линии приписывается свой «4-импульс» P в направлении, указанном стрелкой (причем вдоль каждой непрерывной последовательности сплошных линий направление стрелок не меняется). Каждой пунктирной линии приписывается 4-импульс Q , причем и для этих линий условно выбирается какое-либо (любое) направление стрелки¹). В вершинах диаграммы выполняется «закон сохранения 4-импульса»: сумма 4-импульсов входящих линий равна сумме 4-импульсов выходящих из вершин линий. Вершине приписывается также и определенный спиновый индекс α . Каждая диаграмма имеет две *внешние* линии (входящую и выходящую), 4-импульс которых есть аргумент искомой функции Грина $G_{\alpha\beta}(P)$; выходящей и входящей внешним линиям приписываются также спиновые индексы α и β этой функции. Остальные линии диаграммы называют *внутренними*.

Аналитическая запись членов, отвечающих каждой диаграмме, производится по следующим правилам:

1) Каждой сплошной линии между вершинами α и β ставится в соответствие множитель $iG_{\alpha\beta}^{(0)}(P)$, каждой пунктирной линии — множитель $-iU(Q)$. Замкнутой петле с одной вершиной сопоставляется множитель $n^{(0)}(\mu)$.

2) В каждой вершине выполняется закон сохранения 4-импульса. По остающимся неопределенными 4-импульсам внутренних линий производится интегрирование по $d^4P/(2\pi)^4$. В каждой вершине производится суммирование по паре немых спиновых индексов — по одному от каждого из соседних $G^{(0)}$ -множителей.

3) Общий множитель, с которым диаграмма входит в $iG_{\alpha\beta}$, равен $(-1)^L$, где L — число содержащихся в ней замкнутых петель сплошных линий с более чем одной вершиной.

Последнее правило имеет следующее происхождение. Замкнутая петля с $k > 1$ вершинами происходит от свертки ψ -операторов вида

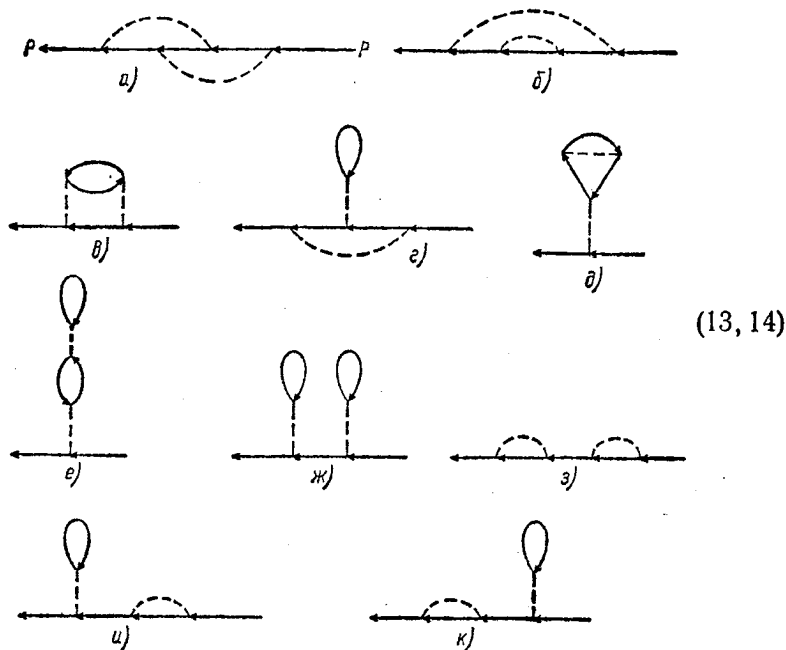
$$\underbrace{\Psi_1^+ \Psi_1 \Psi_2^+ \Psi_2 \dots \Psi_k^+ \Psi_k}_k.$$

Здесь все свертки равны $iG_{12}^{(0)}$, ..., $iG_{k-1, k}^{(0)}$, а последняя равна

¹) «Временные» компоненты 4-векторов $Q = (q_0, \mathbf{q})$, вообще говоря, отличны от нуля, но функция $U(Q)$, по определению (13, 10), от q_0 не зависит. Условность направления пунктирной линии связана с четностью функции $U(-Q) = U(Q)$.

— $iG_{k_1}^{(0)}$. Что касается петель с одной вершиной, то их правильный знак учитывается уже введением $n^{(0)}$ по правилу 1.

Для примера изобразим совокупность диаграмм, определяющих поправку второго порядка в функции Грина:



Наконец, вернемся к теореме Вика и дадим ее доказательство в применении к «макроскопическому пределу» (т. е. при $V \rightarrow \infty$ или, что то же при заданной плотности системы, при $N \rightarrow \infty$), который только и существует в статистических приложениях.

Рассмотрим, например, среднее от произведения четырех ψ -операторов типа

$$\langle \hat{\Psi}_{01} \hat{\Psi}_{02} \hat{\Psi}_{03}^+ \hat{\Psi}_{04}^+ \rangle = \frac{1}{V^2} \sum_{p_1 \dots p_4} \langle \hat{a}_{p_1} \hat{a}_{p_2} \hat{a}_{p_3}^+ \hat{a}_{p_4}^+ \rangle \exp(\dots) \quad (13, 15)$$

(ψ -операторы представлены в виде (9,3); очевидные, но громоздкие показатели экспонент не выписываем). В этой сумме отличны от нуля лишь члены, в которых содержится по одинаковому числу операторов \hat{a}_p и \hat{a}_p^+ с одинаковыми значениями импульсов. Среди них есть члены, в которых импульсы равны попарно, например, $p_1 = p_4$ и $p_2 = p_3$. Эти члены отвечают попарной

свертке

$$\Psi_{01}^+ \Psi_{02}^+ \Psi_{03}^+ \Psi_{04}^+$$

и выражаются суммой вида

$$\frac{1}{V^2} \sum_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2} \langle \hat{a}_{\mathbf{p}_1} \hat{a}_{\mathbf{p}_1}^+ \rangle \langle \hat{a}_{\mathbf{p}_2} \hat{a}_{\mathbf{p}_2}^+ \rangle \exp(\dots).$$

В пределе $V \rightarrow \infty$ суммирование по \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_2 заменяются интегрированием по $V^2 d^3 p_1 d^3 p_2 / (2\pi)^6$, объем V сокращается и это выражение остается конечным. В сумме (13,15) отличны от нуля также и члены с $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_3 = \mathbf{p}_4$; эти члены образуют сумму вида

$$\frac{1}{V^2} \sum_{\mathbf{p}} \langle \hat{a}_{\mathbf{p}} \hat{a}_{\mathbf{p}} \hat{a}_{\mathbf{p}}^+ \hat{a}_{\mathbf{p}}^+ \rangle \exp(\dots);$$

но после перехода в ней к интегрированию один множитель $1/V$ остается, и в пределе $V \rightarrow \infty$ выражение обращается в нуль.

Ясно, что этот результат имеет общий характер: в пределе $V \rightarrow \infty$ в среднем значении от произведения ψ -операторов не обращаются в нуль лишь результаты попарных сверток.

Отметим, что в изложенном доказательстве по существу не использовалось, что усреднение производится именно по основному состоянию, и поэтому оно остается справедливым и при усреднении по любому квантовому состоянию системы¹⁾.

§ 14. Собственно-энергетическая функция

Сформулированные в предыдущем параграфе правила диаграммной техники обладают важным свойством: общий коэффициент в диаграмме не зависит от ее порядка. В силу этого свойства каждая «фигура» на диаграмме имеет определенный аналитический смысл независимо от того, в какую диаграмму она входит, так что ее можно вычислять независимо, заранее.

¹⁾ Но если усреднение производится по основному состоянию, то теорема Вика справедлива не только в макроскопическом пределе. Соответствующее доказательство теоремы в статистике совпадает с ее доказательством в квантовой электродинамике (IV § 78). Единственное отличие между этими случаями — разные основные состояния: в вакууме частицы отсутствуют, а в идеальном газе заполняют ферми-сферу с радиусом r_F . Для операторов $\hat{a}_{\mathbf{p}}^+$, $\hat{a}_{\mathbf{p}}$ рождения и уничтожения частиц с $p > r_F$ это отличие вообще несущественно и доказательство переносится буквально. Для операторов же с $p < r_F$ надо предварительно переобозначить $\hat{a}_{\mathbf{p}}^+ = \hat{b}_{\mathbf{p}}$, $\hat{a}_{\mathbf{p}} = \hat{b}_{\mathbf{p}}^+$, т. е. перейти от частиц к дыркам, которые в основном состоянии внутри ферми-сферы отсутствуют.