Основную роль в этом интеграле играет область значений k, в которой $k^2 \sim 4\pi Q/c$. В лондоновском случае (когда $\delta_L \gg \xi_0$) эти значения малы в том смысле, что $k\xi_0 \ll 1$. При этом $Q(k)$ дается не зависящим от k выражением (51,8), и интегрирование в (52,5) приводит, естественно, к значению $\delta = \delta_L$.

В обратном, пиппардовском случае (когда $\delta_L \ll \xi_0$) существенные в интеграле значения $k \gg 1/\xi_0$. Здесь $Q(k)$ дается выражением (51,21), и интеграл (52,5) дает

$$\delta = \delta_p = 4/3^{3/2}\beta^{1/3}. \tag{52,6}$$

С учетом (51,22) находим, таким образом, что пиппардовская глубина проникновения

$$\delta_p \sim (\delta_L^2 \xi_0)^{1/3}. \tag{52,7}$$

Изложенные вычисления относились к случаю зеркального отражения электронов от поверхности металла. В лондоновском случае, однако, глубина проникновения вообще не зависит от закона отражения, как это ясно из вывода значения δ_L в § 44; при $\delta \gg \xi_0$ детали структуры поверхности не существенны.

Но и в пиппардовском случае зависимость глубины проникновения от закона отражения фактически оказывается весьма незначительной. Так, в обратном, по отношению к зеркальному, случае диффузного отражения (когда направления скоростей отраженных электронов распределены изотропно при любом направлении падения) значение δ_p оказывается всего в 9/8 раз больше, чем при зеркальном отражении.

§ 53. Сверхпроводящие сплавы

Наличие примесей оказывает на свойства сверхпроводников значительно более глубокое влияние, чем на свойства нормальных металлов. Поправки к термодинамическим величинам нормального металла остаются малыми до тех пор, пока мала концентрация x атомов примеси, и становятся значительными лишь при $x \sim 1$, т. е. когда среднее расстояние между атомами примеси становится сравнимым с постоянной решетки a. Подчеркнем, что мы говорим здесь, конечно, об электронных вкладах в термодинамические величины, причем о тех из них, которые определяются средней плотностью распределения квантовых состояний электронов проводимости в импульсном пространстве (таковы, например, теплоемкость и магнитная восприимчивость в слабых полях).

Иная картина в сверхпроводящих металлах. Это связано с существованием характерного параметра длины, большого по сравнению с a,— длины когерентности ξ_0. Поскольку рассеяние электронов на атомах примеси нарушает корреляцию между электронами, свойства сверхпроводника могут существенно измениться, уже когда длина свободного пробега электронов сравнивается с ξ_0; концентрация же x остается при этом еще малой. Мы изложим здесь качественно основные результаты, необходимые для общего понимания свойств таких сплавов малой концентрации[1]).

Пусть атомы примеси не имеют механического, а тем самым и магнитного момента (не парамагнитные примеси). В таком случае они лишь слабо влияют на термодинамические свойства сверхпроводника в отсутствие магнитного поля. Дело в том, что такие примеси не нарушают симметрии относительно обращения времени. Действительно, взаимодействие распределенных некоторым образом примесных атомов с электронами можно описать заданием некоторого потенциального поля $U(\mathbf{r})$. Согласно теореме Крамерса, уровни энергии электронов в таком поле остаются двукратно вырожденными, причем соответствующие этим уровням состояния как раз являются взаимно обращенными по времени, и, следовательно, электроны в них могут образовывать куперовские пары. Это будет по-прежнему происходить вблизи резкой поверхности Ферми с той лишь разницей, что самая эта поверхность ограничивает теперь заполненные состояния не в импульсном пространстве, а в пространстве квантовых чисел в поле $U(\mathbf{r})$; при малой концентрации примеси плотность квантовых состояний вблизи ферми-поверхности изменяется мало.

Ясно поэтому, что после усреднения по положениям атомов примесей должны получиться формулы, отличающиеся от формул теории чистых сверхпроводников лишь поправками порядка малости x. В пренебрежении этими несущественными поправками не изменятся, в частности, температура точки перехода T_c и величина скачка теплоемкости в ней. Поэтому не изменится и отношение α^2/b коэффициентов в уравнении Гинзбурга—Ландау (см. (45,8)); самый же вид этого уравнения вообще не зависит от отсутствия или наличия примесей, уравнение справедливо в равной степени как для чистых сверхпроводников, так и для сверхпроводящих сплавов.

С другой стороны, магнитные свойства сверхпроводника, в частности глубина проникновения магнитного поля, существенно меняются уже при $l \sim \xi_0$. Оценим глубину проникновения, предполагая, что хотя концентрация $x \ll 1$, но уже длина пробега $l \ll \xi_0$ (*A. B. Pippard*, 1953).

Столкновения электронов с атомами примеси уничтожают корреляцию в движении электронов на расстояниях $r \gtrsim l$. Это

---

[1]) Полная теория сверхпроводящих сплавов, построенная *А. А. Абрикосовым* и *Л. П. Горьковым*, довольно сложна и выходит за рамки этой книги. См. оригинальные статьи: ЖЭТФ **35**, 1558 (1958); **36**, 319 (1959).

значит, что ядро $Q(r)$ в интегральной связи между током и полем в сверхпроводнике будет экспоненциально затухать уже на расстояниях $r \sim l \ll \xi_0$. Соответственно в импульсном представлении функция $Q(k)$ будет теперь оставаться постоянной в области $k \lesssim 1/l$. Значение этой постоянной можно определить путем «сшивки» при $kl \sim 1$ с формулой (51,21) (остающейся справедливой при $k \gg 1/l \gg 1/\xi_0$). Таким образом, находим, что

$$Q(k) \sim \frac{ne^2}{mc} \frac{l\Delta}{\hbar v_F} \operatorname{th} \frac{\Delta}{2T} \quad \text{при} \quad kl \lesssim 1. \tag{53,1}$$

Глубина проникновения δ определяется соотношением $k^2 \sim \sim Q(k)/c$ при $k \sim 1/\delta$ (см. § 52). Используя (53,1), найдем

$$\delta \sim \delta_L^{(\text{чист})}(T=0) \left[\frac{\xi_0}{l \operatorname{th}(\Delta/2T)}\right]^{1/2} \sim \delta_L^{(\text{чист})}(T) \left(\frac{\xi_0}{l}\right)^{1/2}, \tag{53,2}$$

причем для справедливости этой формулы должно выполняться неравенство $\delta \gg l$, оправдывающее использование (53,1); индекс «чист» означает значение величины в отсутствие примесей, значение для чистого сверхпроводника подразумевается также и для ξ_0. Выражение (53,2) можно представить также и лондоновской формулой, понимая в ней под плотностью числа сверхпроводящих электронов величину

$$n_s \sim n_s^{(\text{чист})} \xi_0/l. \tag{53,3}$$

В терминах коэффициентов α и b уравнения Гинзбурга—Ландау соотношение (53,2) означает (см. (45,16)), что

$$\frac{b}{\alpha} \sim \left(\frac{b}{\alpha}\right)_{\text{чист}} \frac{\xi_0}{l}.$$

Учитывая также отмеченную выше независимость от наличия примесей отношения α^2/b, находим, что

$$\alpha \sim \alpha_{\text{чист}} \xi_0/l, \quad b \sim b_{\text{чист}} (\xi_0/l)^2. \tag{53,4}$$

Согласно (45,17), имеем отсюда для корреляционного радиуса

$$\xi(T) \sim \xi(T)_{\text{чист}} (l/\xi_0)^{1/2} \tag{53,5}$$

и для параметра $\varkappa$ (45,18)

$$\varkappa \sim \varkappa_{\text{чист}} \xi_0/l \gg \varkappa_{\text{чист}}. \tag{53,6}$$

При достаточно малой длине пробега становится $\varkappa > 1/\sqrt{2}$, так что достаточно «грязные» сверхпроводники относятся ко второму роду.

Область применимости уравнений Гинзбурга—Ландау к «грязным» сверхпроводникам со стороны низких температур ограничивается фактически только условием $T_c - T \ll T_c$. Необходимое неравенство $\delta(T) \gg l$ эквивалентно в этом случае более слабому условию

$$\frac{T_c - T}{T_c} \ll \varkappa^2_{\text{чист}} \left(\frac{\xi_0}{l}\right)^3 \sim \varkappa^2 \frac{\xi_0}{l}.$$

Наконец, скажем несколько слов о свойствах сверхпроводников с парамагнитными примесями. Такие примеси нарушают симметрию системы относительно обращения времени и тем самым нарушают самое явление спаривания электронов (при наличии магнитных моментов обращение времени требует также и изменения знаков моментов, т. е. по существу означает замену одной физической системы другой). Количественной мерой влияния этих примесей на свойства сверхпроводника является длина пробега l_s по отношению к рассеянию с изменением направления спина (вызванного обменным взаимодействием с атомами примеси). Сверхпроводимость исчезает при достижении концентрацией x критического значения, при котором $l_s \sim \xi_0$.

В действительности, однако, имеется две критические концентрации, обе одного порядка величины. При меньшей из них (x_1) обращается в нуль щель Δ в энергетическом спектре; конденсатная же волновая функция Ξ обращается в нуль лишь при некоторой концентрации $x_2 > x_1$. В области же концентраций между x_1 и x_2 имеет место *бесщелевая* сверхпроводимость. Поскольку при выводе уравнения Лондонов в § 44 использовались лишь самый факт существования конденсатной функции и соображения калибровочной инвариантности, то ясно, что основные свойства сверхпроводника — существование сверхпроводящего тока, эффект Мейсснера — сохраняются и в этой области. Отсутствие же щели в спектре проявляется (в равновесных свойствах сверхпроводника) в неэкспоненциальном температурном ходе теплоемкости. Отметим, что противоречия с критерием сверхтекучести Ландау (§ 23) здесь не возникает, так как к неупорядоченным системам (типа рассматриваемых сплавов) этот критерий вообще неприменим, поскольку элементарные возбуждения не характеризуются определенным импульсом[1]).

§ 54. Эффект Купера при отличных от нуля орбитальных моментах пары

Уже неоднократно говорилось о том, что в основе возникновения сверхтекучести в ферми-системе лежит эффект Купера — образование связанных состояний (спаривание) притягивающимися частицами на ферми-поверхности. Для ферми-газа условие

[1]) Изложение теории бесщелевой сверхпроводимости см. в оригинальной статье: *А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков*, ЖЭТФ **39**, 1781 (1960).