§ 74. Магноны в антиферромагнетике

Антиферромагнетики характерны тем, что магнитные моменты всех электронов в пределах каждой элементарной ячейки кристаллической решетки взаимно компенсируются (в состоянии равновесия в отсутствие магнитного поля). Плотность магнитного момента распределена, строго говоря, по всему объему ячейки. Но в кристаллах антиферромагнитных диэлектриков с хорошей точностью можно считать, что фактически эта плотность локализована у отдельных атомов, каждому из которых можно приписать определенный магнитный момент. Эти моменты, повторяясь периодически во всех ячейках, создают *магнитные подрешетки* антиферромагнетика.

Различные антиферромагнетики очень разнообразны по своей структуре. Вопрос об их магнитном энергетическом спектре мы рассмотрим на типичном примере кристалла с двумя магнитными атомами, расположенными в эквивалентных точках каждой элементарной ячейки (т. е. в точках, переходящих друг в друга при каких-либо преобразованиях кристаллографической симметрии кристалла). Средние плотности магнитных моментов, образованных этими атомами подрешеток, обозначим через $\mathbf{M}_1$ и $\mathbf{M}_2$ и введем два вектора

$$\mathbf{M}=\mathbf{M}_1+\mathbf{M}_2, \quad \mathbf{L}=\mathbf{M}_1-\mathbf{M}_2. \tag{74,1}$$

В основном состоянии антиферромагнетика $\mathbf{M}=0$, $\mathbf{L}\neq 0$, между тем как у ферромагнетика было бы $\mathbf{M}\neq 0$, $\mathbf{L}=0$. Подчеркнем существенную разницу между основными состояниями в обоих случаях. В обменном приближении, в основном состоянии ферромагнетика проекции спинов всех магнитных атомов имеют определенные (наибольшие возможные) значения $S_z=S$, чему соответствует номинальное значение намагниченности $\mathbf{M}$. В основном же состоянии антиферромагнетика намагниченности подрешеток заведомо не могут иметь своих номинальных значений, так как суммарные проекции спинов каждой из подрешеток в отдельности не являются (даже в обменном приближении) сохраняющимися величинами и потому не имеют (в стационарном состоянии) определенных значений. Тем более не имеют определенных значений проекции спина отдельных атомов.

Вид макроскопических «уравнений движения» векторов $\mathbf{L}$ и $\mathbf{M}$ устанавливается аналогично тому, как это было сделано в § 69 для ферромагнетика. Условие отсутствия диссипации приводит к требованию, чтобы в силу уравнений движения выполнялось равенство

$$-\frac{d\tilde{F}}{dt}=\int\left\{\mathbf{H}_L\frac{\partial\mathbf{L}}{\partial t}+\mathbf{H}_M\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial t}\right\}dV=0, \tag{74,2}$$

где «эффективные поля» $\mathbf{H}_L$ и $\mathbf{H}_M$ определяются выражением

$$\delta\tilde{F} = -\int (\mathbf{H}_L \delta\mathbf{L} + \mathbf{H}_M \delta\mathbf{M})\, dV \qquad (74,3)$$

для изменения свободной энергии при варьировании $\mathbf{L}$ и $\mathbf{M}$; в равновесии $\mathbf{H}_L = \mathbf{H}_M = 0$.

В обменном приближении искомые уравнения должны быть инвариантны относительно одновременного поворота всех магнитных моментов относительно кристаллической решетки. Вместе с кристаллографической эквивалентностью положений двух магнитных атомов в ячейке отсюда следует также и необходимость инвариантности относительно перестановки $\mathbf{M}_1$ и $\mathbf{M}_2$, т. е. относительно преобразования $\mathbf{L} \to -\mathbf{L}$, $\mathbf{M} \to \mathbf{M}$. Ввиду инвариантности свободной энергии при этом преобразовании также и $\mathbf{H}_L \to -\mathbf{H}_L$, $\mathbf{H}_M \to \mathbf{H}_M$.

Рассматривая малые колебания магнитных моментов, положим $\mathbf{L} = \mathbf{L}_0 + \mathbf{l}$, $\mathbf{M} \equiv \mathbf{m}$, где $\mathbf{l}$ и $\mathbf{m}$ — малые величины. В линейном приближении уравнения движения, удовлетворяющие поставленным условиям, имеют вид

$$\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} = \gamma [\mathbf{H}_M \boldsymbol{\nu}], \qquad \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \gamma [\mathbf{H}_L \boldsymbol{\nu}], \qquad (74,4)$$

где $\boldsymbol{\nu}$ — единичный вектор в равновесном направлении вектора $\mathbf{L}_0$; преобразование $\mathbf{L} \to -\mathbf{L}$ означает, что и $\boldsymbol{\nu} \to -\boldsymbol{\nu}$. Здесь учтено, что величины $\mathbf{H}_L$ и $\mathbf{H}_M$, обращающиеся в нуль в равновесии, сами линейны по $\mathbf{l}$ и $\mathbf{m}$ и что $\boldsymbol{\nu}$ — единственный имеющийся в нашем распоряжении постоянный вектор. По аналогии с § 69 коэффициент γ можно было бы записать как $\gamma = (g\,|e|/2mc)\,L_0$; в отличие от ферромагнетика, однако, теперь $g \neq 2$ даже в пренебрежении релятивистскими эффектами. При монохроматических колебаниях $\partial\mathbf{l}/\partial t = -i\omega\mathbf{l}, \ldots$, и тогда определяемые уравнениями (74,4) векторы $\mathbf{l}$ и $\mathbf{m}$ перпендикулярны $\boldsymbol{\nu}$. В рассматриваемом приближении это значит, что вектор $\mathbf{L}$ прецессирует вокруг направления $\boldsymbol{\nu}$ с постоянной абсолютной величиной $L \approx L_0$.

Для определения эффективных полей $\mathbf{H}_L$ и $\mathbf{H}_M$ надо установить вид свободной энергии кристалла. При этом надо ограничиться членами второго порядка по малым величинам $\mathbf{l}$ и $\mathbf{m}$, а для членов с производными от этих величин по координатам — не выше второго порядка по волновому вектору колебаний, длина волны которых предполагается (как и в § 70) большой по сравнению с постоянной решетки. В обменном приближении свободная энергия должна быть инвариантна по отношению к одновременным поворотам всех магнитных моментов, а также и по отношению к изменению знака $\mathbf{L}$. Выражение, удовлетворяющее всем поставленным условиям, имеет вид

$$F_{об}=\int\left\{\frac{a\mathbf{m}^2}{2}+\frac{b}{2}\left(\mathbf{m}\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial z}-\mathbf{l}\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}\right)+\frac{1}{2}\alpha_{ik}\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial x_i}\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial x_k}\right\}dV, \qquad (74,5)$$

где ось z направлена вдоль $\mathbf{v}$ (так что изменение знака $\mathbf{v}$ означает также и изменение знака z); коэффициент $a>0$ в соответствии с тем, что в равновесии должно быть $\mathbf{m}=0$. Член с $\mathbf{l}^2$ здесь отсутствует, так как его наличие означало бы зависимость энергии от направления вектора $\mathbf{L}=\mathbf{L}_0+\mathbf{l}$ в кристалле, которая в обменном приближении отсутствует. Член с суммой $\mathbf{m}\,\partial\mathbf{l}/\partial z+\mathbf{l}\,\partial\mathbf{m}/\partial z$ сводится к полной производной и исчез бы при интегрировании по объему. Наконец, члены, квадратичные по производным $\partial\mathbf{m}/\partial x_i$, не надо учитывать, так как они заведомо малы по сравнению с членом с $\mathbf{m}^2$. Варьируя интеграл (74,5) (и произведя в нем интегрирования по частям), получим

$$\mathbf{H}_L=b\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}+\alpha_{ik}\frac{\partial^2\mathbf{l}}{\partial x_i\,\partial x_k}, \quad \mathbf{H}_M=-a\mathbf{m}-b\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial z}. \qquad (74,6)$$

Для плоской монохроматической спиновой волны уравнения движения (74,4) дают теперь:

$$\begin{aligned} -i\omega\mathbf{l}&=-\gamma a[\mathbf{m}\mathbf{v}]-ik_z\gamma b[\mathbf{l}\mathbf{v}],\\ -i\omega\mathbf{m}&=ik_z\gamma b[\mathbf{m}\mathbf{v}]-\gamma\alpha(\mathbf{n})k^2[\mathbf{l}\mathbf{v}], \end{aligned} \qquad (74,7)$$

где снова (как и в § 70) $\alpha(\mathbf{n})=\alpha_{ik}n_in_k$, $\mathbf{n}$ — единичный вектор в направлении $\mathbf{k}$. Умножив первое из этих уравнений векторно на $\mathbf{v}$, получим

$$\gamma a\mathbf{m}=-i\omega[\mathbf{l}\mathbf{v}]-ik_z\gamma b\mathbf{l}, \qquad (74,8)$$

подстановка же этого выражения во второе уравнение сразу приводит к следующему закону дисперсии спиновых волн:

$$\omega=\gamma k[a\alpha(\mathbf{n})-b^2(\mathbf{v}\mathbf{n})^2]^{1/2}. \qquad (74,9)$$

Таким образом, частота спиновых волн, а тем самым и энергия магнонов $\varepsilon=\hbar\omega$ в антиферромагнетике в обменном приближении пропорциональны k, а не k^2, как в ферромагнетике[1]).

Уравнения (74,7) устанавливают однозначную связь между $\mathbf{l}$ и $\mathbf{m}$, но обе компоненты $\mathbf{l}$ (в плоскости, перпендикулярной $\mathbf{v}$) остаются произвольными. Это значит, что спиновые волны в рассматриваемом антиферромагнетике имеют два независимых направления поляризации.

Для учета магнитной анизотропии надо сделать более конкретные предположения о характере симметрии кристалла.

[1]) Такой закон дисперсии для антиферромагнетиков впервые получен *Хюльтеном* (*L. Hulthén*, 1936). Вывод, использующий макроскопическое рассмотрение намагниченностей подрешеток, дан *М. И. Кагановым* и *В. М. Цукерником* (1958).

Пусть кристалл имеет одноосную симметрию, причем равновесное направление $\mathbf{L}$ совпадает с осью симметрии[1]).

Из (74,8) видно, что вектор $\mathbf{m}$ в спиновой волне мал по сравнению с $\mathbf{l}$ — содержит лишнюю степень малого волнового вектора $\mathbf{k}$. В таком же смысле эффективное поле $\mathbf{H}_M \gg \mathbf{H}_L$. По этой причине достаточно учесть анизотропию, связанную с вектором $\mathbf{l}$. При сделанных предположениях плотность этой энергии $U_{\text{ан}} = K\mathbf{l}^2/2$, причем $K > 0$. Ее учет приводит к появлению дополнительного члена $-K\mathbf{l}$ в эффективном поле $\mathbf{H}_L$, которое для плоской волны становится равным

$$\mathbf{H}_L = ik_z b\mathbf{m} - [\alpha(\mathbf{n})k^2 + K]\mathbf{l}. \qquad (74,10)$$

Отсюда видно, что с учетом анизотропии закон дисперсии спиновых волн получается из (74,9) заменой αk^2 на $\alpha k^2 + K$. В результате при $k \to 0$ энергия магнонов будет стремится не к нулю, а к конечной величине[2])

$$\varepsilon(0) = \hbar\gamma\sqrt{aK} \qquad (74,11)$$

(*Ch. Kittel*, 1951). Обратим внимание на то, что щель в спектре оказывается пропорциональной корню из константы анизотропии (а не ее первой степени, как в (70,12)). Поскольку малость релятивистских эффектов выражается относительной малостью константы анизотропии, то в антиферромагнетике эти эффекты, вообще говоря, существеннее, чем в ферромагнетике.

Магнонный вклад во внутреннюю энергию антиферромагнетика вычисляется по формуле (71,3). В области температур $\varepsilon(0) \ll T \ll T_N$ (T_N — температура исчезновения антиферромагнетизма, точка Нееля) можно пользоваться спектром (74,9). В одноосном кристалле

$$\omega = \gamma a^{1/2}[\alpha_1(k_x^2 + k_y^2) + \alpha_2' k_z^2]^{1/2}, \quad \alpha_2' = \alpha_2 - b^2/a.$$

Вычисление интеграла (71,3) приводит к следующему результату для магнонного вклада в теплоемкость:

$$C_{\text{маг}} = V\frac{4\pi^2 T^3}{15\gamma^3 a^{3/2}(\alpha_2'\alpha_1^2)^{1/2}\hbar^3}. \qquad (74,12)$$

При температурах же $T \ll \varepsilon(0)$ магнонный вклад в термодинамические величины экспоненциально мал.

---

[1]) К такому типу относится антиферромагнетик $FeCO_3$, имеющий ромбоэдрическую решетку (кристаллической класс D_{3d}) с двумя ионами Fe в элементарной ячейке. Магнитные моменты этих ионов направлены в противоположные стороны вдоль оси симметрии третьего порядка.

[2]) Частоту $\omega(0) = \varepsilon(0)/\hbar$ называют частотой *антиферромагнитного резонанса*.