Окончательно, чтобы найти флуктуационное поле в холодной среде, надо вычесть (3) из (1). После простых преобразований с использованием симметрии тензоров D_{ik} и α_{ik} получим

$$\delta^{(T)}(A_{i1}A_{k2})_\omega = \frac{2\omega^2}{\hbar c^2\left(e^{\hbar\omega/T}-1\right)} D^R_{il}(\omega;\ \mathbf{r}_1)\,[\operatorname{Im}\alpha_{lm}(\omega)]\,D^{R*}_{mk}(\omega;\ \mathbf{r}_2) \tag{4}$$

(T—температура тела). Здесь выписан лишь тепловой член; член с нулевыми колебаниями в (1) остается без изменений. Обратим внимание на то, что выражение (4), определяющее тепловое излучение тела, зависит только от мнимой части поляризуемости. Поток энергии, вычисленный по выражению (4), уже не равен нулю, а дает интенсивность теплового излучения нагретого тела в окружающую холодную среду.

§ 78. Флуктуации тока в линейных цепях

Еще одно интересное применение флуктуационно-диссипационной теоремы представляет вопрос о флуктуациях тока в линейных цепях, впервые рассмотренный *Найквистом* (*H. Nyquist*, 1928).

Флуктуации тока представляют собой свободные (т. е. происходящие в отсутствие приложенной извне электродвижущей силы) электрические колебания в проводнике. В линейной замкнутой цепи наибольший интерес представляют, естественно, те колебания, при которых возникает текущий вдоль провода полный ток J. Ниже мы предполагаем выполненным условие квазистационарности — размеры цепи малы по сравнению с длиной волны $\lambda \sim c/\omega$. Тогда полный ток J одинаков во всех участках цепи и является функцией лишь от времени.

Выберем этот ток J в качестве величины $x(t)$, фигурирующей в общей формулировке флуктуационно-диссипационной теоремы в V § 124. Для того чтобы выяснить смысл соответствующей обобщенной восприимчивости α, предположим, что в цепи действует внешняя электродвижущая сила $\mathscr{E}$. Тогда диссипация энергии в цепи $Q = J\mathscr{E}$. Сравнив с выражением $Q = -\bar{x}\dot{f}$, служащим определением «силы» f (см. V (123,10)), мы видим, что $\dot{f} = -\mathscr{E}$ или для фурье-компонент $\mathscr{E}_\omega = i\omega f_\omega$. С другой стороны, ток и э. д. с. в линейной цепи связаны соотношением $\mathscr{E}_\omega = Z(\omega) J_\omega$, где $Z(\omega)$—комплексное сопротивление (импеданс) цепи. Поэтому имеем

$$J_\omega = \mathscr{E}_\omega/Z = i\omega f_\omega/Z$$

и, сравнив с определением обобщенной восприимчивости в соотношении $(\bar{x})_\omega = \alpha(\omega) f$, находим $\alpha(\omega) = i\omega/Z(\omega)$. Ее мнимая часть:

$$\operatorname{Im}\alpha = \operatorname{Im}\frac{i\omega}{Z} = \frac{\omega}{|Z|^2} R(\omega),$$

где $R = \operatorname{Re} Z$.

Согласно флуктуационно-диссипационной теореме,

$$(x^2)_\omega = \hbar \operatorname{cth}\frac{\hbar\omega}{2T}\cdot \operatorname{Im}\alpha(\omega),$$

находим теперь для спектральной функции флуктуаций тока

$$(J^2)_\omega = \frac{\hbar\omega}{|Z(\omega)|^2} R(\omega) \operatorname{cth}\frac{\hbar\omega}{2T}. \qquad (78,1)$$

Эту формулу можно представить в другом виде, описывая флуктуации тока как результат действия «случайной» э. д. с. $\mathscr{E}_\omega = ZJ_\omega$. Для нее имеем

$$(\mathscr{E}^2)_\omega = \hbar\omega R(\omega) \operatorname{cth}\frac{\hbar\omega}{2T}. \qquad (78,2)$$

В классическом случае ($\hbar\omega \ll T$)

$$(\mathscr{E}^2)_\omega = 2TR(\omega). \qquad (78,3)$$

Подчеркнем лишний раз, что эти формулы совершенно не зависят от природы явлений, ответственных за дисперсию сопротивления цепи.

§ 79. Температурная функция Грина фотона в среде

Температурная функция Грина фотона в среде строится по мацубаровским операторам потенциалов электромагнитного поля подобно тому, как временная функция Грина (75,2) строится из гейзенберговских операторов:

$$\mathscr{D}_{ik} = -\langle T_\tau \hat{A}_i^M(\tau_1, \mathbf{r}_1)\, \hat{A}_k^M(\tau_2, \mathbf{r}_2)\rangle. \qquad (79,1)$$

Здесь учтено, что в силу эрмитовости шредингеровских операторов поля мацубаровские операторы $\hat{\mathbf{A}}^M$ и $\hat{\bar{\mathbf{A}}}^M$ (определенные согласно (37,1)) совпадают друг с другом. Эти операторы, однако (в отличие от гейзенберговских), сами уже не эрмитовы; ввиду вещественности параметра τ имеем

$$\left[\hat{\mathbf{A}}^M(\tau, \mathbf{r})\right]^+ = \left[e^{\tau\hat{H}'/\hbar}\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r})\, e^{-\tau\hat{H}'/\hbar}\right]^+ = e^{-\tau\hat{H}'/\hbar}\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r})\, e^{\tau\hat{H}'/\hbar}$$

или

$$[\hat{\mathbf{A}}^M(\tau, \mathbf{r})]^+ = \hat{\mathbf{A}}^M(-\tau, \mathbf{r}).$$

Поскольку функция (79,1) зависит только от разности $\tau = \tau_1 - \tau_2$ (ср. § 37), то можно написать (положив, например, $\tau > 0$)

$$\mathscr{D}_{ik}(\tau;\ \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -\langle \hat{A}_i^M(\tau, \mathbf{r}_1)\, \hat{A}_k^M(0, \mathbf{r}_2)\rangle,$$
$$\mathscr{D}_{ik}(-\tau;\ \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -\langle \hat{A}_k^M(\tau, \mathbf{r}_2)\, \hat{A}_i^M(0, \mathbf{r}_1)\rangle.$$