

Компоненты \mathcal{P}_{00} и \mathcal{P}_{0i} можно найти из условия поперечности 4-тензора: $\mathcal{P}_{\mu\nu}k^\mu = 0$, где $k^\mu = (i\zeta_s, \mathbf{k})$ — волновой 4-вектор:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{00} &= -\frac{k^2}{\hbar c^2} [\varepsilon(i|\zeta_s|) - 1], \\ \mathcal{P}_{0i} &= \frac{i\zeta_s k_i}{\hbar c^2} [\varepsilon(i|\zeta_s|) - 1].\end{aligned}\tag{79,18}$$

§ 80. Тензор напряжений ван-дер-ваальсовых сил

Хотя структура конденсированных тел в основном определяется (как было отмечено в конце предыдущего параграфа) силами, действующими между его частицами на атомных расстояниях, но определенный вклад в термодинамические величины тела (скажем, в его свободную энергию) вносят также и так называемые *ван-дер-ваальсовы силы* — силы, действующие между атомами на расстояниях, больших по сравнению с атомными размерами a . Напомним, что для свободных атомов энергия этого взаимодействия убывает с расстоянием, как r^{-6} (см. III § 89), а после того, как становятся существенными эффекты запаздывания, — как r^{-7} (см. IV § 83). В конденсированной среде, разумеется, ван-дер-ваальсовы силы не сводятся к взаимодействию отдельных пар атомов. В то же время тот факт, что их радиус действия велик по сравнению с межатомными расстояниями, позволяет подойти к вопросу об их влиянии на термодинамические свойства тел с макроскопической точки зрения.

В макроскопической теории ван-дер-ваальсово взаимодействие в материальной среде рассматривается как осуществляющееся через длинноволновое электромагнитное поле (Е. М. Лифшиц, 1954); напомним, что это понятие включает в себя не только тепловые флуктуации, но и нулевые колебания поля. Важное свойство вклада этого взаимодействия в свободную энергию состоит в его неаддитивности: он не просто пропорционален объему тел, а зависит еще и от параметров, характеризующих их форму и взаимное расположение. Именно эта неаддитивность, связанная с дальнедействующим характером ван-дер-ваальсовых сил, является тем свойством, которое выделяет их вклад в свободную энергию от гораздо большей ее аддитивной части. В макроскопической картине происхождение этого свойства связано с тем, что всякое изменение электрических свойств среды в некоторой области приводит в силу уравнений Максвелла к изменению флуктуационного поля и вне этой области. Фактически, конечно, эффекты неаддитивности оказываются заметными лишь при достаточно малых (хотя и больших по сравнению с атомными размерами) характерных размерах: для тонких пленок, для тел, разделенных узкой щелью, и т. п.

При вычислении вклада электромагнитных флуктуаций в свободную энергию каждый раз существенны длины волн порядка величины характерных размеров неоднородности среды (толщина пленки, ширина щели и т. п.). Именно это обстоятельство является в макроскопической теории причиной степенного закона убывания ван-дер-ваальсовых сил; если бы были существенны флуктуации с некоторой фиксированной длиной волны λ_0 , то это привело бы к экспоненциальному закону убывания сил с показателем $\sim r/\lambda_0$. Далее, поскольку характерные размеры, а с ними и характерные длины волн флуктуаций много больше атомных размеров, все свойства этих флуктуаций и их вклад в свободную энергию полностью выражаются через комплексную диэлектрическую проницаемость тел.

Наша цель будет состоять в вычислении макроскопических сил, действующих в неоднородной среде¹⁾. В качестве предварительного этапа вывода начнем с определения изменения свободной энергии среды при малом изменении ее диэлектрической проницаемости (магнитными свойствами вещества будем пренебрегать, т. е. магнитная проницаемость $\mu = 1$). Будем считать, что изменение ε вызывается изменением гамильтониана системы на некоторое малое $\delta\hat{H}$. Тогда изменение свободной энергии будет

$$\delta F = \langle \delta\hat{H} \rangle, \quad (80,1)$$

где усреднение производится (при заданных температуре и объеме системы) по распределению Гиббса с невозмущенным гамильтонианом \hat{H} . Представим последний в виде²⁾

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}_{\text{дл}}, \quad \hat{V}_{\text{дл}} = - \int \hat{\mathbf{A}} d^3x, \quad (80,2)$$

где $\hat{V}_{\text{дл}}$ описывает взаимодействие частиц с длинноволновым электромагнитным полем, а в \hat{H}_0 включены все остальные взаимодействия вместе с членами, отвечающими свободным частицам и фотонам (строго говоря, в интеграле в (80,2) должно подразумеваться обрезание на некотором волновом векторе $k_0 \ll 1/a$; в окончательный результат, однако, параметр обрезания не входит). Оператор $\hat{\mathbf{A}}$ — оператор векторного потенциала длинноволнового поля; существенно, что ответственный за изменение диэлектрической проницаемости оператор $\delta\hat{H}$ не содержит в себе $\hat{\mathbf{A}}$ — поскольку диэлектрическая проницаемость определяется лишь взаимодействием частиц на атомных расстояниях.

¹⁾ Излагаемая ниже теория принадлежит И. Е. Дзялошинскому и Л. П. Питаевскому (1959).

²⁾ В этом параграфе полагаем $\hbar = 1$, $c = 1$.

Перейдем теперь в (80,1) к мацубаровским операторам в представлении, которое можно назвать «длинноволновым представлением взаимодействия»: зависимость операторов от τ в этом представлении определяется всеми членами в гамильтониане, за исключением лишь $\hat{V}_{дл}$. Тем же способом, как и при выводе (38,7), получим

$$\delta F = \frac{1}{\langle \hat{\sigma} \rangle_0} \langle T_\tau \delta \hat{H}^M \hat{\sigma} \rangle_0, \quad \hat{\sigma} = T_\tau \exp \int_0^{1/T} \int \hat{j}^M \hat{A}^M d^3x d\tau, \quad (80,3)$$

где $\langle \dots \rangle_0$ означает усреднение по распределению Гиббса с гамильтонианом \hat{H}_0 . Согласно смыслу выбранного представления, мацубаровские операторы определены как

$$\hat{A}^M(\tau, \mathbf{r}) = \exp(\tau \hat{H}_0) \hat{A}(\mathbf{r}) \exp(-\tau \hat{H}_0) \quad (80,4)$$

и аналогично для $\delta \hat{H}^M$ и для ψ -операторов, из которых составляется оператор тока частиц $\hat{j}^{M\lambda}$. Поскольку \hat{H}_0 не содержит взаимодействия длинноволновых фотонов с чем бы то ни было, то \hat{A}^M совпадает с оператором (мацубаровским) свободного фотонного поля; для ψ -операторов частиц это, конечно, не так, поскольку \hat{H}_0 включает в себя взаимодействие между частицами.

Следуя общим принципам построения диаграммной техники, разложим экспоненту в (80,3) по степеням $\hat{V}_{дл}$ ²⁾. При этом в каждом члене разложения произведение операторов свободного поля \hat{A}^M обычным образом усредняется в виде попарных сверток согласно теореме Вика. Нулевой член разложения, не содержащий \hat{A}^M , дает δF_0 — изменение свободной энергии без учета длинноволновых флуктуаций. Следующий, линейный по \hat{A}^M член обращается в результате усреднения в нуль. В квадратичном же по полю члене свертка двух операторов $\langle \hat{A}_i^M \hat{A}_k^M \rangle$ дает $\mathcal{D}_{ik}^{(0)}$ — гриновскую функцию свободных фотонов; этот член можно изобразить диаграммой

$$\delta F^{(2)} = \frac{1}{2} \cdot \text{diagram} \quad (80,5)$$

(выделен численный множитель $1/2!$, возникающий при разложении экспоненты). Светлый пунктир обозначает $\mathcal{D}^{(0)}$ -функцию,

¹⁾ Индекс 0, которым следовало бы снабдить дополнительно операторы в этом представлении, опускаем во избежание загромождения обозначений.

²⁾ Достаточно проследить за разложением числителя в выражении δF . Как обычно, роль множителя $\langle \hat{\sigma} \rangle_0$ в знаменателе сводится к устранению диаграмм, распадающихся на две или более несвязанных друг с другом частей.

а заштрихованный кружок — результат усреднения всех остальных множителей. Явный вид этой последней величины мы не будем выписывать; важно лишь, что это есть не что иное, как $\delta\mathcal{P}_{ik}/4\pi$, где $\delta\mathcal{P}_{ik}$ — изменение поляризационного оператора при изменении гамильтониана системы на $\delta\hat{H}$.

В этом легко убедиться, рассмотрев тем же способом изменение \mathcal{D} -функции. В том же представлении операторов эта функция дается выражением

$$\mathcal{D}_{ik}(\tau_1, \mathbf{r}_1; \tau_2, \mathbf{r}_2) = -\frac{1}{\langle \hat{\sigma} \rangle_0} \langle T_{\tau} \hat{A}_i^M(\tau_1, \mathbf{r}_1) \hat{A}_k^M(\tau_2, \mathbf{r}_2) \hat{\sigma} \rangle_0,$$

где теперь

$$\hat{\sigma} = T_{\tau} \exp \int_0^{1/T} (-\hat{V}_{дл}^M - \delta\hat{H}^M) dt$$

— во «взаимодействие» включается не только $\hat{V}_{дл}$, но и $\delta\hat{H}$. Искомое изменение $\delta\mathcal{D}_{ik}$ дается линейным членом разложения этого выражения по степеням $\delta\hat{H}^M$:

$$\delta\mathcal{D}_{ik} = \frac{1}{\langle \hat{\sigma} \rangle_0} \langle T_{\tau} \int \delta\hat{H} dt \cdot \hat{A}_i^M(\tau_1, \mathbf{r}_1) \hat{A}_k^M(\tau_2, \mathbf{r}_2) \exp \int \hat{j}^M \hat{A}^M dx dt \rangle_0. \tag{80,6}$$

При разложении оставшейся экспоненты по степеням $\hat{V}_{дл}$ нулевой член должен быть отброшен: ему отвечает несвязанная диаграмма (свертка $\langle \hat{A}_i^M \hat{A}_k^M \rangle$ отделяется от других множителей, не содержащих переменных $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$). Член первого порядка содержит нечетное число A -операторов и обращается в нуль при усреднении. Наконец, член второго порядка дает в $\delta\mathcal{D}_{ik}$ выражение, изображающееся диаграммой

$$\delta\mathcal{D}_{ik}^{(2)} = \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \bigcirc \text{---} \text{---} \tag{80,7}$$

с тем же кружком, что и в (80,5) (множитель 1/2 в этом случае устраняется за счет двух способов свертки «внутренних» A -операторов, происходящих из операторов $\hat{V}_{дл}$, с «внешними» \hat{A}_i^M и \hat{A}_k^M). С другой стороны, по определению поляризационного оператора, гриновская функция в рассматриваемом приближении изображается суммой

$$\mathcal{D}_{ik} = \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \bigcirc \text{---} \text{---}$$

где светлый кружок — поляризационный оператор $\mathcal{P}_{ik}/4\pi$. Вариация же этой функции дает, следовательно, диаграмму (80,7) с $\delta\mathcal{P}_{ik}/4\pi$ в качестве заштрихованного кружка.

Все дальнейшие члены разложения в (80,3) представляют собой поправки различных порядков к пунктирной линии и к кружку на диаграмме (80,5). Эти поправки превращают пунктирную линию в точную функцию \mathcal{D}_{ik} . Длинноволновые же поправки к $\delta\mathcal{P}_{ik}$, как уже говорилось, малы, так что под $\delta\mathcal{P}_{ik}$ сразу можно понимать вариацию точного поляризационного оператора.

В аналитическом виде этот результат записывается (после перехода к фурье-разложению по переменной τ) как¹⁾

$$\delta F = \delta F_0 - \frac{1}{2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} T \int \mathcal{D}_{ik}(\zeta_s; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{1}{4\pi} \delta\mathcal{P}_{ki}(\zeta_s; \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) d^3x_1 d^3x_2. \quad (80,8)$$

Согласно (79,17), изменение поляризационного оператора выражается (для изотропной среды) через изменение диэлектрической проницаемости:

$$\delta\mathcal{P}_{ki}(\zeta_s; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \zeta_s^2 \delta_{ki} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta\epsilon(i|\zeta_s|, \mathbf{r}_1);$$

наличие здесь δ -функции устраняет одно из интегрирований в (80,8). Учитывая также четность функции \mathcal{D}_{ik} по ζ_s , перепишем (80,8) в виде

$$\delta F = \delta F_0 - \frac{T}{4\pi} \sum_{s=0}^{\infty} \int \zeta_s^2 \mathcal{D}_{il}(\zeta_s; \mathbf{r}, \mathbf{r}) \delta\epsilon(i|\zeta_s|, \mathbf{r}) d^3x, \quad (80,9)$$

где суммирование производится только по положительным значениям s ; штрих у знака суммы означает, что нулевой член должен быть взят с множителем 1/2 (этот член имеет конечное значение: множитель ζ_s^2 устраняет расходимость в \mathcal{D}_{il} при $\zeta_s = 0$).

Для записи дальнейших формул будет удобно ввести помимо функции \mathcal{D}_{ik} еще две другие функции:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{ik}^E(\zeta_s; \mathbf{r}, \mathbf{r}') &= -\zeta_s^2 \mathcal{D}_{ik}(\zeta_s; \mathbf{r}, \mathbf{r}'), \\ \mathcal{D}_{ik}^H(\zeta_s; \mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \text{rot}_{il} \text{rot}_{km} \mathcal{D}_{lm}(\zeta_s; \mathbf{r}, \mathbf{r}'), \end{aligned} \quad (80,10)$$

построенные по аналогии с выражениями (76,3—4). Тогда δF запишется окончательно в виде

$$\delta F = \delta F_0 + \frac{T}{4\pi} \sum_{s=0}^{\infty} \int \mathcal{D}_{il}^E(\zeta_s; \mathbf{r}, \mathbf{r}) \delta\epsilon(i|\zeta_s|, \mathbf{r}) d^3x. \quad (80,11)$$

¹⁾ Мы не даем общего правила определения знака диаграмм типа (80,5) (диаграммы без свободных концов). В данном случае его легко установить, записав в явном виде соответствующие члены разложения в (80,3) и (80,6). Достаточно, впрочем, заметить, что этот член в (80,3) содержит одну свертку пары A -операторов, а в (80,6) — две пары; поскольку свертка одной пары дает $-\mathcal{D}_{ik}$, то диаграммы (80,5) и (80,7) имеют противоположные знаки, что и приводит к знаку минус в (80,8).

Используем теперь формулу (80,11) для определения сил, действующих в неоднородной среде. Изотропия среды уже была предположена; будем считать теперь ее также и жидкой, так что изменение состояния в каждой ее точке (при заданной температуре) может быть связано лишь с изменением плотности ρ .

Представим себе, что среда подвергнута изотермической малой деформации с вектором смещения $\mathbf{u}(\mathbf{r})$. Соответствующее изменение ее свободной энергии есть

$$\delta F = - \int \mathbf{f} u d^3x, \quad (80,12)$$

где \mathbf{f} —объемная плотность действующих на среду сил. С другой стороны, это же изменение можно определить из (80.11), выразив через тот же вектор смещения вариации δF_0 и $\delta \varepsilon$. Пусть $P_0(\rho, T)$ —давление без учета ван-дер-ваальсовых поправок при заданных значениях ρ и T : соответствующая плотность объемных сил есть $\mathbf{f}_0 = -\nabla P_0$, так что

$$\delta F_0 = \int \mathbf{u} \nabla P_0 d^3x.$$

Далее, изменение плотности связано с вектором смещения уравнением непрерывности $\delta \rho = -\operatorname{div}(\rho \mathbf{u})$. Поэтому изменение диэлектрической проницаемости

$$\delta \varepsilon = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \delta \rho = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \operatorname{div}(\rho \mathbf{u}).$$

Подставив это в (80,11), произведя интегрирование по частям по всему объему тела и сравнив затем получившееся для δF выражение с (80,12), найдем

$$\mathbf{f} = -\nabla P_0 - \frac{T}{4\pi} \sum_{s=0}^{\infty} \rho \operatorname{grad} \left[\mathcal{D}_{ii}^E(\zeta_s; \mathbf{r}, \mathbf{r}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right]. \quad (80,13)$$

Эта формула позволяет, в частности, сразу определить поправку к химическому потенциалу тела. Для этого напишем условие механического равновесия: $\mathbf{f} = 0$. При этом учтем, что при постоянной температуре

$$dP_0(\rho, T) = \frac{\rho}{m} d\mu_0(\rho, T),$$

где $\mu_0(\rho, T)$ —невозмущенный химический потенциал тела (m —масса частицы). Тогда получим это условие в виде $\rho \nabla \mu = 0$, где

$$\mu = \mu_0(\rho, T) + \frac{mT}{4\pi} \sum_{s=0}^{\infty} \rho \mathcal{D}_{ii}^E(\zeta_s; \mathbf{r}, \mathbf{r}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}. \quad (80,14)$$

С другой стороны, условием механического равновесия всякого неоднородного тела является постоянство вдоль него химического потенциала; ясно поэтому, что выражение (80,14) и определяет этот потенциал.

Наиболее полное описание действующих в среде сил осуществляется, как известно, так называемым тензором напряжений σ_{ik} , связанным с компонентами вектора \mathbf{f} соотношениями

$$f_i = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}. \quad (80,15)$$

Для преобразования выражения (80,13) к такому виду перепишем его сначала в форме

$$f_i = -\frac{\partial P_0}{\partial x_i} + \frac{T}{4\pi} \sum' \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \left(\varepsilon(\mathbf{r}) - \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right) \mathcal{D}_{il}^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \right\} - \\ - \frac{T}{4\pi} \sum' \varepsilon(\mathbf{r}) \frac{\partial}{\partial x_i} \mathcal{D}_{il}^E(\mathbf{r}, \mathbf{r})$$

(в целях краткости аргументы ζ_s в промежуточных формулах не выписываем). Первые два члена уже имеют требуемый вид. Третий же член представим как

$$-\frac{T}{4\pi} \sum' \left\{ \varepsilon(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial x_i} + \varepsilon(\mathbf{r}) \frac{\partial}{\partial x'_i} \right\} \mathcal{D}_{il}^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}'),$$

разделив дифференцирования по первому и второму аргументу функции $\mathcal{D}_{il}(\mathbf{r}, \mathbf{r})$; отождествление $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ произведем в конце вычисления. Вычисление производится путем использования уравнений (см. (79,8))

$$\hat{\Lambda}_{il} \mathcal{D}_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -4\pi \delta_{ik} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'),$$

$$\hat{\Lambda}'_{il} \mathcal{D}_{kl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -4\pi \delta_{ik} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'),$$

где

$$\hat{\Lambda}_{il} = \zeta_s^2 \varepsilon(\mathbf{r}) \delta_{il} + \text{rot}_{im} \text{rot}_{ml} = \zeta_s^2 \varepsilon(\mathbf{r}) \delta_{il} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} - \delta_{il} \Delta.$$

В результате получим равенство (при $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$)

$$\varepsilon \frac{\partial}{\partial x_i} \mathcal{D}_{il}^E = 2 \frac{\partial}{\partial x_k} [\varepsilon \mathcal{D}_{ik}^E + \mathcal{D}_{ik}^H] - \frac{\partial}{\partial x_i} \mathcal{D}_{il}^H$$

и окончательно следующее выражение для тензора напряжений:

$$\sigma_{ik} = -P_0 \delta_{ik} - \frac{T}{2\pi} \sum'_{s=0} \left\{ -\frac{1}{2} \delta_{ik} \left[\varepsilon(i\zeta_s, \mathbf{r}) - \rho \frac{\partial \varepsilon(i\zeta_s, \mathbf{r})}{\partial \rho} \right] \mathcal{D}_{il}^E(\zeta_s; \mathbf{r}, \mathbf{r}) + \right. \\ \left. + \varepsilon(i\zeta_s, \mathbf{r}) \mathcal{D}_{ik}^E(\zeta_s; \mathbf{r}, \mathbf{r}) - \frac{1}{2} \delta_{ik} \mathcal{D}_{il}^H(\zeta_s; \mathbf{r}, \mathbf{r}) + \mathcal{D}_{ik}^H(\zeta_s; \mathbf{r}, \mathbf{r}) \right\}. \quad (80,16)$$

Полученные формулы еще не имеют, однако, прямого физического смысла. Дело в том, что функция $\mathcal{D}_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ стремится при $\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}$ к бесконечности, как $1/|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$ (в чем легко убедиться с помощью уравнения (79,8)). Эта расходимость возникает от вклада больших волновых векторов ($k \sim 1/|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$) и связана лишь с неприменимостью уравнения (79,8) при $k \geq a$. Это затруднение можно устранить, не вводя явным образом обрезания на больших k . Для этого заметим, что коротковолновые флуктуации не имеют отношения к интересующим нас эффектам, связанным с неоднородностью среды. Их вклад в термодинамические величины в каждой данной точке тела одинаков для однородной среды и для среды неоднородной, но с тем же значением $\varepsilon(\mathbf{r})$ в данной точке. Для придания формулам однозначного смысла, не зависящего в действительности от характера обрезания, надо поэтому произвести в формулах соответствующие вычитания. Именно под гриновской функцией $\mathcal{D}_{ik}(\xi_s; \mathbf{r}, \mathbf{r})$ надо понимать предел разности

$$\lim_{\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}} \{ \mathcal{D}_{ik}(\xi_s; \mathbf{r}, \mathbf{r}') - \bar{\mathcal{D}}_{ik}(\xi_s; \mathbf{r}, \mathbf{r}') \}, \quad (80,17)$$

где $\bar{\mathcal{D}}_{ik}$ — гриновская функция вспомогательной однородной неограниченной среды, диэлектрическая проницаемость которой совпадает с проницаемостью истинной среды в данной точке \mathbf{r} ; этот предел уже не расходится. Во избежание излишнего усложнения записи формул оставим их в прежнем виде, подразумевая в них под \mathcal{D}_{ik} уже разность (80,17). При этом $P_0(\rho, T)$ есть давление в неограниченной однородной среде при заданных значениях ρ и T .

Как в формулу (80,16), так и в уравнение (79,8), определяющее гриновскую функцию \mathcal{D}_{ik} , свойства среды входят только через $\varepsilon(i\xi)$ — диэлектрическую проницаемость как функцию мнимой частоты. Напомним в этой связи, что эта функция связана простым соотношением с мнимой частью диэлектрической проницаемости при вещественных частотах:

$$\varepsilon(i\xi) = 1 + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\omega \operatorname{Im} \varepsilon(\omega)}{\omega^2 + \xi^2} d\omega \quad (80,18)$$

(см. VIII, § 62). Можно сказать поэтому, что единственной макроскопической характеристикой, определяющей ван-дер-ваальсовы силы в материальной среде, является, в конечном итоге, мнимая часть ее диэлектрической проницаемости.

Формула (80,16) по виду в точности соответствует известному из макроскопической электродинамики выражению для максвелловского тензора напряжений в постоянном электромагнитном поле, причем квадратичные комбинации компонент \mathbf{E} и \mathbf{H} заме-

нены соответствующими функциями — \mathcal{D}_{ik}^E и — \mathcal{D}_{ik}^H . Этой аналогии не следует, однако, придавать слишком глубокое значение: она отнюдь не означает существования для переменного электромагнитного поля как такового общего выражения для тензора напряжений в поглощающей среде (содержащего в качестве характеристики среды лишь ее диэлектрическую проницаемость). В данном случае мы имеем дело не с произвольным электромагнитным полем, а с термодинамически равновесным собственным флуктуационным полем в среде.

§ 81. Молекулярные силы взаимодействия между твердыми телами. Общая формула

Применим полученные в предыдущем параграфе общие формулы к вычислению сил, действующих между твердыми телами, поверхности которых сближены до очень малых расстояний, удовлетворяющих лишь одному условию: они должны быть велики по сравнению с межатомными расстояниями в телах. Именно это условие позволяет подойти к вопросу с макроскопической точки зрения, в которой тела рассматриваются как сплошные среды, а их взаимодействие — как осуществляющееся посредством флуктуационного электромагнитного поля. При этом существенны те флуктуации, длины волн которых порядка величины характерных размеров задачи — ширины щели между телами ¹⁾.

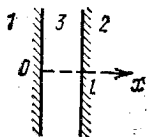


Рис. 17.

Будем обозначать индексами 1 и 2 величины, относящиеся к двум твердым телам, а индексом 3 — величины, относящиеся к пространству щели между ними (рис. 17). Щель будем предполагать плоскопараллельной; ось x направим перпендикулярно ее плоскости (так что поверхностями тел 1 и 2 будут плоскости $x=0$ и $x=l$, где l — ширина щели). Сила F , действующая на единицу площади поверхности, скажем, тела 2, вычисляется как поток импульса, втекающего в тело через эту поверхность. Этот поток дается компонентой σ_{xx} электромагнитного тензора напряжений в пространстве щели, взятого при $x=l$. В пустоте $\epsilon=1$ и выражение σ_{xx} из (80,16) сводится к ²⁾

$$F = \sigma_{xx}(l) = \frac{T}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \{ \mathcal{D}_{yy}^E(\zeta_n; l, l) + \mathcal{D}_{zz}^E(\zeta_n; l, l) - \mathcal{D}_{xx}^E(\zeta_n; l, l) + \mathcal{D}_{yy}^H(\zeta_n; l, l) + \mathcal{D}_{zz}^H(\zeta_n; l, l) - \mathcal{D}_{xx}^H(\zeta_n; l, l) \} \quad (81,1)$$

(индекс суммирования обозначаем в этом параграфе буквой n).

¹⁾ Результаты §§ 81, 82 принадлежат Е. М. Лифшицу (1954).

²⁾ В промежуточных вычислениях полагаем $\hbar=1$, $c=1$.