стоящее в фигурных скобках в (11,8), получим

$$c = \mathrm{const}\,\frac{T}{\langle v/\sigma_t\rangle}. \qquad (11,12)$$

Предполагая сечение σ_t не зависящим от скорости и заметив, что $\langle v\rangle \sim (T/m_1)^{1/2}$, найдем, что при диффузионном равновесии в смеси с малой концентрацией легкого газа последняя пропорциональна $\sqrt{T}$; другими словами, легкий газ концентрируется в местах с большей температурой.

По порядку величины коэффициент диффузии

$$D \sim \bar{v}l, \qquad (11,13)$$

где $\bar{v}$ — средняя тепловая скорость молекул легкого газа, а $l \sim 1/N\sigma$ — длина свободного пробега. Напомним известный элементарный вывод этой формулы. Число молекул газа *1*, проходящих слева направо в 1 с через единичную площадку, перпендикулярную оси x, равно по порядку величины произведению $N_1\bar{v}$, причем плотность N_1 должна быть взята на расстоянии l влево от площадки, т. е. в тех местах, откуда молекулы достигают эту площадку уже без столкновений. Аналогичным образом определяется число молекул, пересекающих ту же площадку справа налево, а разность обоих чисел дает диффузионный поток:

$$i \sim N_1(x-l)\,\bar{v} - N_1(x+l)\,\bar{v} \sim -l\bar{v}\frac{dN_1}{dx},$$

откуда и следует (11,13)[1]).

§ 12. Диффузия тяжелого газа в легком

Рассмотрим теперь обратный предельный случай, когда мала концентрация тяжелого газа в смеси. В этом случае коэффициент диффузии можно вычислить косвенным способом, не прибегая к помощи кинетического уравнения. Именно, определим так называемую *подвижность* частиц тяжелого газа, предполагая его находящимся во внешнем поле. Подвижность же b связана с коэффициентом диффузии этих же частиц известным

---

[1]) Диффузия, теплопроводность и вязкость осуществляются одним и тем же механизмом — непосредственным молекулярным переносом. Теплопроводность можно рассматривать как «диффузию энергии», а вязкость — как «диффузию импульса». Поэтому можно утверждать, что коэффициент диффузии D, температуропроводность $\chi = \varkappa/Nc_p$ и кинематическая вязкость $\nu = \eta/Nm$ имеют один и тот же порядок величины, откуда и получаются формулы (7,10) для теплопроводности и (8,11) для вязкости.

соотношением Эйнштейна

$$D=bT \tag{12,1}$$

(см. VI, § 59).

Подвижность есть, по определению, коэффициент пропорциональности между средней скоростью $\mathbf{V}$, приобретаемой частицей газа во внешнем поле, и действующей на частицу со стороны поля силой $\mathbf{f}$:

$$\mathbf{V}=b\mathbf{f}. \tag{12,2}$$

Скорость же $\mathbf{V}$ определяется в данном случае из условия взаимной компенсации силы $\mathbf{f}$ и силы сопротивления $\mathbf{f}_r$, испытываемой движущейся тяжелой частицей со стороны легких (столкновениями тяжелых частиц друг с другом можно пренебречь ввиду их относительной редкости). Функция распределения легких частиц является при этом максвелловской:

$$f_0=\frac{N_1}{(2\pi m_1T)^{3/2}}\exp\left(-\frac{m_1v^2}{2T}\right),$$

где m_1—масса легкой частицы.

Рассмотрим какую-нибудь одну определенную тяжелую частицу; пусть ее скорость есть $\mathbf{V}$. Перейдем теперь к системе координат, движущейся вместе с этой частицей, и пусть $\mathbf{v}$ обозначает скорости легких частиц в этой новой системе. Функция распределения легких частиц в этой системе координат есть $f_0(\mathbf{v}+\mathbf{V})$ (ср. с (6,9)). Предполагая скорость $\mathbf{V}$ малой, можем написать

$$f_0(\mathbf{v}+\mathbf{V})\approx f_0(v)\left(1-\frac{m_1\mathbf{vV}}{T}\right). \tag{12,3}$$

Искомую силу сопротивления $\mathbf{f}_r$ можно вычислить как полный импульс, передаваемый тяжелой частице легкими, которые сталкиваются с нею в единицу времени. Тяжелая частица остается при столкновении неподвижной. Легкая же частица приносит с собой импульс $m_1\mathbf{v}$; после столкновения, при котором ее импульс поворачивается на угол α, она уносит с собой импульс, равный в среднем $m_1\mathbf{v}\cos\alpha$. Поэтому импульс, передаваемый при таком столкновении тяжелой частице, равен в среднем $m_1\mathbf{v}(1-\cos\alpha)$. Умножая его на плотность потока легких частиц со скоростью $\mathbf{v}$ и на сечение $d\sigma$ такого столкновения и интегрируя, получим полный передаваемый тяжелой частице импульс:

$$\mathbf{f}_r=m_1\int f_0(\mathbf{v}+\mathbf{V})\,v\mathbf{v}\sigma_t\,d^3p,$$

где опять введено обозначение (11,4). При подстановке сюда $f_0(\mathbf{v}+\mathbf{V})$ в виде (12,3) первый член обращается в нуль (интегрированием по направлениям скорости **v**), так что остается

$$\mathbf{f}_r = -\frac{m_1^2}{T} \int f_0(v)\,(\mathbf{V}\mathbf{v})\,\mathbf{v} v \sigma_t\, d^3p,$$

или, усредняя по направлениям **v**,

$$\mathbf{f}_r = -\frac{m_1^2}{3T} \mathbf{V} \int f_0(v)\, \sigma_t v^3\, d^3p = -N_1 \frac{m_1^2}{3T} \mathbf{V} \langle \sigma_t v^3 \rangle,$$

где угловые скобки снова обозначают усреднение по обычному максвелловскому распределению. Наконец, имея в виду, что в рассматриваемом случае $N_1 \gg N_2$, пишем $N_1 \approx N = P/T$, так что

$$\mathbf{f}_r = -\frac{m_1^2 P}{3T^2} \langle \sigma_t v^3 \rangle \mathbf{V}.$$

Приравняв нулю сумму силы сопротивления $\mathbf{f}_r$ и внешней силы $\mathbf{f}$, получим согласно (12,2) подвижность b, а затем и искомый коэффициент диффузии

$$D = bT = \frac{3T^3}{m_1^2 P \langle \sigma_t v^3 \rangle}. \tag{12,4}$$

Что касается термодиффузии, то для ее вычисления в рассматриваемом случае необходимо было бы знать функцию распределения частиц легкого газа при наличии в нем градиента температуры. Поэтому коэффициент термодиффузии не может быть вычислен здесь в общем виде.

По порядку величины $D \sim \bar{v}/N\sigma$, где $\bar{v} \sim \sqrt{T/m_1}$ — снова (как и в (11,13)) средняя тепловая скорость молекул легкого газа. Таким образом, порядок величины коэффициента диффузии в обоих случаях одинаков:

$$D \sim T^{3/2}/\sigma P m_1^{1/2}. \tag{12,5}$$

Задача

Определить коэффициент диффузии в смеси двух газов (легкого и тяжелого), рассматривая их частицы как твердые упругие шарики диаметров d_1 и d_2.

Решение. Сечение столкновений $d\sigma = \pi (d_1 + d_2)^2\, do/16\pi$, откуда транспортное сечение $\sigma_t = \pi (d_1 + d_2)^2/4$ (в данном случае совпадает с полным сечением σ). Коэффициент диффузии имеет вид

$$D = \frac{AT^{3/2}}{(d_1 + d_2)^2 P m_1^{1/2}},$$

где m_1 — масса легкой частицы, а A — численный коэффициент. В случае малой концентрации легкого газа вычисление по (11,10) дает

$$A = \frac{4}{3}\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} = 0{,}68.$$

При малой же концентрации тяжелого газа (12,4) дает

$$A = 3/2\sqrt{2\pi} = 0{,}6.$$

Обратим внимание на близость значений A в обоих предельных случаях.

§ 13. Кинетические явления в газе во внешнем поле

Вращательные степени свободы молекул создают тот механизм, через который внешнее магнитное или электрическое поле может оказывать влияние на кинетические явления в газе[1]). Характер этого влияния одинаков в магнитном и электрическом случаях; будем говорить сначала о газе в магнитном поле.

Вращающаяся молекула обладает, вообще говоря, магнитным моментом, среднее (в квантовомеханическом смысле) значение которого обозначим через $\boldsymbol{\mu}$. Магнитное поле будем предполагать ограниченным по величине настолько, что произведение μB мало по сравнению с интервалами тонкой структуры молекулярных уровней[2]). Тогда можно пренебречь влиянием поля на состояние молекулы, так что магнитный момент вычисляется по ее невозмущенному состоянию. При не слишком низких температурах (которые мы и рассматриваем) величина μB будет мала также и по сравнению с T; это позволяет пренебречь влиянием поля на равновесную функцию распределения молекул газа.

Магнитный момент направлен вдоль вращательного момента молекулы $\mathbf{M}$; напишем его в виде

$$\boldsymbol{\mu} = \gamma \mathbf{M}. \tag{13,1}$$

Классическому вращению молекулы отвечают большие вращательные квантовые числа; при этом можно пренебречь в $\mathbf{M}$ различием между полным (включающим спин) и вращательным моментами. Значение постоянного коэффициента γ зависит от рода молекулы и природы ее магнитного момента. Так, для двухатомной молекулы с отличным от нуля спином S имеем

$$\gamma \approx \frac{2\sigma}{M}\mu_B, \tag{13,2}$$

где μ_B — магнетон Бора, а число $\sigma = J - K$ — разность между квантовыми числами полного момента J и вращательного момента K (эта разность пробегает значения $S, S-1, \ldots, -S$); в знаменателе же различие между J и K несущественно: $M \approx$

---

1) Этот механизм был указан *Ю. М. Каганом* и *Л. А. Максимовым* (1961); им же принадлежат излагаемые в этом параграфе результаты.

2) Напомним, что в макроскопической электродинамике среднее (по физически бесконечно малым объемам) значение напряженности магнитного поля называется магнитной индукцией и обозначается как **B**. При малой плотности среды — в газе — ее намагниченностью можно пренебречь, и тогда вектор **B** совпадает с вектором макроскопической напряженности **H**.