

в силе и все написанные выше кинетические уравнения и следствия из них¹⁾.

Некоторое отличие возникает, однако, в связи с тем, что электрическое поле \mathbf{E} — истинный (а не псевдо) вектор и что оно не меняется при обращении времени. В силу последнего обстоятельства принцип Онсагера для тензоров теплопроводности и вязкости выразится теперь равенствами

$$\kappa_{\alpha\beta}(\mathbf{E}) = \kappa_{\beta\alpha}(\mathbf{E}), \quad \eta_{\alpha\beta\gamma\delta}(\mathbf{E}) = \eta_{\gamma\delta\alpha\beta}(\mathbf{E}) \quad (13,23)$$

вместо (13,11) и (13,16). Соответственно в выражениях (13,10) и (13,18) (где теперь $\mathbf{b} = \mathbf{E}/E$) будет $\kappa_2 \equiv 0$, $\eta_3 = \eta_4 \equiv 0$ ²⁾. В то же время перекрестные эффекты оказываются возможными не только в газе стереоизомерного вещества (где выражение (13,21) остается в силе целиком), но и в газе из нестереоизомерных молекул: выражение (13,21) с $a_4 \equiv 0$ является теперь истинным тензором.

§ 14. Явления в слабо разреженных газах

Гидродинамические уравнения движения газа с учетом процессов теплопроводности и внутреннего трения содержат тепловой поток \mathbf{q}' (диссипативная часть потока энергии \mathbf{q}) и тензор вязких напряжений $\sigma'_{\alpha\beta}$ (диссипативная часть потока импульса $\Pi_{\alpha\beta}$). Эти уравнения приобретают реальный смысл после того, как \mathbf{q}' и $\sigma'_{\alpha\beta}$ выражены через градиенты температуры и скорости газа. Но обычные выражения, линейные по этим градиентам, представляют собой лишь первые члены разложения по степеням малого отношения l/L — длины свободного пробега к характерным размерам задачи (его называют *числом Кнудсена* K). Если это отношение не очень мало, может иметь смысл введение поправок, учитывающих члены следующего порядка малости по l/L . Такие поправки возникают как в самих уравнениях движения, так и в граничных условиях к ним на поверхности обтекаемых газом тел.

Последовательные члены разложений потоков \mathbf{q}' и $\sigma'_{\alpha\beta}$ выражаются через пространственные производные температуры, давления и скорости различных порядков и в различных степенях. Эти члены должны вычисляться в принципе путем перехода к следующим приближениям в решении кинетического уравнения. «Нулевому» приближению соответствует локально-равновесная

¹⁾ Двухатомные молекулы вращаются в плоскости, перпендикулярной \mathbf{M} ; поэтому для двухатомной полярной молекулы $\sigma = 0$. В таком случае влияние электрического поля на движение молекул проявляется в кинетическом уравнении лишь в квадратичном по полю приближении.

²⁾ В газе из нестереоизомерных молекул отсутствие членов с κ_2 , η_3 , η_4 в электрическом поле требуется и условием инвариантности по отношению к инверсии.

функция распределения f_0 ; этому приближению отвечают гидродинамические уравнения идеальной жидкости. Первому приближению соответствует функция распределения вида $f=f_0(1+\chi^{(1)}/T)$, рассматривавшаяся в §§ 6—8, и ему отвечают гидродинамические уравнения Навье—Стокса и уравнение теплопроводности. В следующем, втором, приближении функцию распределения надо искать в виде

$$f = f_0 \left[1 + \frac{1}{T} \chi^{(1)} + \frac{1}{T} \chi^{(2)} \right] \quad (14,1)$$

и линеаризовать кинетическое уравнение по поправке второго порядка $\chi^{(2)}$. Получающееся уравнение имеет вид

$$\frac{T}{f_0} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \right) \frac{f_0 \chi^{(1)}}{T} - \frac{1}{T^2} \int \omega' f_{01} [\chi^{(1)'} \chi_1^{(1)'} - \chi^{(1)} \chi_1^{(1)}] d\Gamma_1 d\Gamma' d\Gamma'_1 = \frac{1}{T} I(\chi^{(2)}), \quad (14,2)$$

где I —прежний линейный интегральный оператор (6,5). Производные по времени от макроскопических величин, получающиеся в левой стороне уравнения от дифференцирования f_0 и $\chi^{(1)}/T$, должны быть выражены через пространственные производные с помощью гидродинамических уравнений первого приближения.

Мы не будем выписывать всех многочисленных членов в \mathbf{q}' и $\sigma'_{\alpha\beta}$, возникающих во втором приближении (эти члены называют *барнеттовскими*; *D. Burnett, 1935*). В большом числе случаев эти члены вносят в решение вклад, малый по сравнению с поправками в граничных условиях, о которых речь будет идти ниже. В таких случаях учет поправок в самих уравнениях был бы неоправданным превышением над допустимой точностью. Ограничимся рассмотрением лишь некоторых типичных поправочных членов и оценим их для движений различных типов.

Отметим прежде всего, что малый параметр $K=l/L$ определенным образом связан с двумя параметрами, характеризующими гидродинамическое движение,—числом Рейнольдса R и числом Маха M . Напомним, что первое из них определяется как $R \sim VL/\nu$, где V —характерный масштаб изменения скорости течения, а ν —кинематическая вязкость; число же Маха есть $M \sim V/u$, где u —скорость звука. В газе порядок величины скорости звука совпадает со средней тепловой скоростью молекул \bar{v} , а кинематическая вязкость $\nu \sim l\bar{v}$. Поэтому $R \sim VL/\bar{v}l$, $M \sim V/\bar{v}$, а число Кнудсена

$$K \sim M/R. \quad (14,3)$$

Отсюда видно, что условие гидродинамичности движения, $K \ll 1$, накладывает определенное ограничение на относительный порядок величины чисел R и M . Рассмотрим сначала «медленные»

движения, в которых

$$R \ll 1, \quad M \ll 1. \quad (14,4)$$

Рассмотрим какой-либо из барнеттовских членов в тензоре вязких напряжений, содержащих произведение двух первых производных от скорости, например

$$\rho l^2 \frac{\partial V_\alpha}{\partial x_\gamma} \frac{\partial V_\beta}{\partial x_\gamma}; \quad (14,5)$$

написанный здесь коэффициент ρl^2 (ρ — плотность газа) — оценка по порядку величины. Этот член дает в $\sigma'_{\alpha\beta}$ вклад $\sigma^{(2)} \sim \rho l^2 V^2 / L^2$. Порядок же величины основных (навь-стоксовых) членов в вязких напряжениях:

$$\sigma^{(1)} \sim \eta \frac{\partial V}{\partial x} \sim \frac{\rho l \bar{v} V}{L},$$

и отношение

$$\frac{\sigma^{(2)}}{\sigma^{(1)}} \sim \frac{lV}{L\bar{v}} \sim \frac{l^2}{L^2} R.$$

Поскольку $R \ll 1$, то мы видим, что члены (14,5) вносят в вязкие напряжения поправку относительного порядка $\ll (l/L)^2$, между тем как поправка в граничных условиях (см. ниже) вносит в движение поправки относительного порядка l/L , т. е. значительно большие.

Еще меньше будут поправки, происходящие от членов вида ¹⁾

$$\frac{\rho l^2}{m^2 \bar{v}^2} \frac{\partial T}{\partial x_\alpha} \frac{\partial T}{\partial x_\beta}, \quad (14,6)$$

если речь идет о градиентах температуры, возникающих сами собой в результате движения; в этом легко убедиться, заметив, что характерные перепады температуры $\Delta T \sim TV^2/u^2$. Но если значительные перепады температуры ($\Delta T \sim T$) задаются «извне» (скажем, погруженными в газ нагретыми телами), то барнеттовские члены вида (14,6) могут привести к возникновению движения с характерными скоростями, определяющимися условием $\sigma^{(2)} \sim \sigma^{(1)}$, т. е.

$$V \sim \frac{l}{L} \frac{(\Delta T)^2}{mT\bar{v}}. \quad (14,7)$$

Аналогичные соображения относятся к поправочным членам в тепловом потоке \mathbf{q}' . Из производных одной только температуры вообще нельзя составить поправочного члена второго порядка;

¹⁾ Такие члены в вязких напряжениях впервые рассматривались Максвеллом (1879).

первый (после $-\kappa \nabla T$) такой поправочный член имеет вид $\text{const} \cdot \nabla \Delta T$ (Δ —оператор Лапласа), т. е. третьего порядка. Члены же, содержащие наряду с производными от температуры еще и производные от скорости, например

$$\frac{\rho l^2}{m} \text{div } \mathbf{V} \cdot \nabla T,$$

снова приводят к поправкам относительного порядка l^2/L^2 .

Перейдем к «быстрым» движениям, в которых

$$R \gg 1, \quad M \ll 1. \quad (14,8)$$

В таких случаях картина гидродинамического движения газа складывается из двух областей: объемной, в которой вязкие члены в уравнениях движения вообще несущественны, и тонкого пограничного слоя, в котором скорость газа быстро убывает.

Пусть, например, речь идет об обтекании газом плоской пластинки; направление обтекания выберем в качестве оси x . Толщина δ пограничного слоя на пластинке:

$$\delta \sim \left(\frac{xv}{V}\right)^{1/2} \sim \left(\frac{x\bar{v}}{V}\right)^{1/2},$$

где x —расстояние от ее передней кромки (см. VI, § 39). Характерный размер для изменения скорости вдоль оси x дается самой координатой x , а вдоль перпендикулярного пластинке направления оси y —толщиной пограничного слоя δ . При этом $V_y \sim V_x \delta/x$, как это следует из уравнения непрерывности. Главный член в навье-стоксовом тензоре вязких напряжений:

$$\sigma'_{xy} \sim \rho v \frac{\partial V_x}{\partial y} \sim \rho \frac{\bar{v} l V}{\delta}.$$

Среди барнеттовских же членов в σ'_{xy} , однако, нет члена, который бы содержал квадрат $(\partial V_x / \partial y)^2$ —легко сообразить, что из производных $\partial V_\alpha / \partial x_\beta$ нельзя составить квадратичного по ним тензора второго ранга, xy -компонента которого содержала бы этот квадрат. Самыми большими членами в $\sigma_{xy}^{(2)}$ могут быть лишь члены вида

$$\rho l^2 \frac{\partial V_x}{\partial y} \text{div } \mathbf{V} \sim \frac{\rho l^2 V^2}{x \delta}.$$

Их отношение к $\sigma_{xy}^{(1)}$: $\sigma^{(2)}/\sigma^{(1)} \sim lV/x\bar{v} \sim (l/\delta)^2$, т. е. снова второго порядка.

Покажем теперь, что поправочные члены в предельных условиях на границе между газом и твердыми телами приводят к эффектам первого порядка по l/L . Поэтому заметные явления, обусловленные разреженностью газа, имеют место именно вблизи твердых поверхностей.

В неразреженных газах граничным условием на поверхности твердого тела является равенство температур газа и тела. В действительности, однако, это условие приближенно и имеет место лишь постольку, поскольку длину свободного пробега можно считать сколь угодно малой. При учете же конечности длины свободного пробега на поверхности соприкосновения твердого тела и неравномерно нагретого газа имеется некоторая разность температур; эта разность обращается в нуль, вообще говоря, лишь при полном тепловом равновесии, когда температура газа постоянна¹⁾.

Вблизи твердой поверхности (на небольших, но и не на слишком малых расстояниях от нее) градиент температуры газа можно считать постоянным, так что ход температуры как функции расстояния изображается прямой линией. Однако в непосредственной близости от стенки (на расстояниях $\sim l$) ход температуры, вообще говоря, более сложен и ее градиент непостоянен. Примерный ход температуры газа вблизи поверхности изображен на рис. 1 сплошной линией.

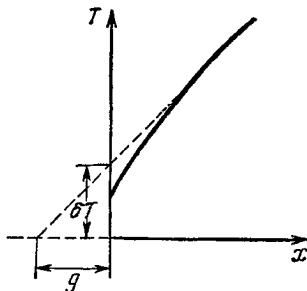


Рис. 1.

Однако этот истинный ход температуры в непосредственной близости стенки, относящийся к расстояниям, сравнимым с длиной свободного пробега, несуществен при рассмотрении распределения температуры во всем объеме газа. При изучении распределения температуры около твердой стенки нас интересует по существу только прямая часть кривой на рис. 1, простирающаяся на расстояния, большие по сравнению с длиной свободного пробега. Уравнение этой прямой определяется углом ее наклона и отрезком, отсекаемым ею от оси ординат. Таким образом, нас интересует не истинный пристеночный скачок температуры, а скачок, получающийся экстраполированием температуры газа до самой стенки, считая ее градиент постоянным вблизи стенки вплоть до равного нулю расстояния (пунктирная прямая на рис. 1). Под δT мы будем понимать именно такой экстраполированный скачок температуры, причем определим его как температуру газа минус температура стенки (на рис. 1 температура стенки условно принята за нуль).

¹⁾ Когда речь идет о температуре газа в участках, размеры которых порядка длины свободного пробега, необходимо, строго говоря, определить, что именно подразумевается под понятием температуры. Температуру будем определять в этом случае по средней энергии молекул в данном месте газа, причем функция, определяющая температуру по средней энергии молекул, полагается той же, какой она является для больших объемов газа.

При равном нулю градиенте температуры скачок δT тоже исчезает. Поэтому при не слишком больших градиентах температуры

$$\delta T = g \frac{\partial T}{\partial n} \quad (14,9)$$

(производная берется по направлению нормали к поверхности, направленной внутрь газа). Коэффициент g можно назвать *коэффициентом температурного скачка*. Если температура газа растет по направлению внутрь его объема ($\partial T/\partial n > 0$), то должно быть и $\delta T > 0$; следовательно, коэффициент g положителен.

Аналогичные явления имеют место на границе между твердой стенкой и движущимся газом. Вместо того чтобы полностью «прилипнуть» к поверхности, разреженный газ сохраняет около нее некоторую конечную, хотя и малую скорость; происходит, как говорят, скольжение газа у поверхности. Аналогично формуле (14,9) имеем для скорости v_0 этого скольжения:

$$v_0 = \xi \frac{\partial V_t}{\partial n}, \quad (14,10)$$

где V_t — касательная составляющая скорости газа вблизи стенки. Как и g , коэффициент скольжения ξ положителен. К величине v_0 относятся те же замечания, которые были сделаны по поводу температурного скачка δT , определяемого (14,9). Эта скорость является, строго говоря, не истинной скоростью газа у самой стенки, а скоростью, экстраполированной в предположении постоянства градиента $\partial V_t/\partial n$ в пристеночном слое газа.

Коэффициенты g и ξ имеют размерность длины и по порядку величины совпадают с длиной свободного пробега:

$$g \sim l, \quad \xi \sim l. \quad (14,11)$$

Самые скачок температуры и скорость скольжения являются, следовательно, величинами первого порядка по l/L . Для вычисления коэффициентов g и ξ надо было бы решать кинетическое уравнение для функции распределения молекул газа вблизи поверхности. В этом уравнении должны были бы быть учтены столкновения молекул со стенкой, и потому должен быть известен закон, по которому происходит их рассеяние при таких столкновениях.

Если продолжить на рис. 1 пунктирную прямую до ее пересечения с осью абсцисс, то она отсечет от этой оси отрезок длины g . Другими словами, можно сказать, что распределение температуры при наличии температурного скачка такое же, каким оно было бы при отсутствии скачка, но со стенкой, отодвинутой на расстояние g . То же самое относится к скольжению газа, причем стенка отодвигается на расстояние ξ . Разумеется, при таких

заменах в решениях гидродинамических задач должны сохраняться только члены первого порядка по g или ξ . Поскольку учет скачков температуры или скорости эквивалентен смещению границ на расстояния порядка величины l , то вызванные этим поправки в решениях задач имеют порядок $l\partial/\partial x \sim l/L$ — первый по величине l/L .

Наряду с рассмотренными поправками к граничным условиям существуют еще и другие эффекты того же порядка по l/L , которые во многих случаях являются более важными, поскольку здесь возникают некоторые качественно новые явления.

Один из них состоит в возникновении движения газа вблизи неравномерно нагретой твердой поверхности — так называемое *тепловое скольжение*. Этот эффект в известном смысле аналогичен термодиффузии в смеси газов. Подобно тому как при наличии градиента температуры в газовой смеси столкновения с молекулами «чужого» газа приводят к появлению потока частиц, в данном случае поток возникает в результате столкновений с неравномерно нагретой стенкой молекул в узком (с толщиной $\sim l$) приповерхностном слое газа.

Обозначим тангенциальную скорость, приобретаемую газом вблизи стенки в результате теплового скольжения, посредством V_t , а тангенциальную составляющую градиента температуры посредством $\nabla_t T$. В первом приближении можно утверждать, что V_t пропорциональна $\nabla_t T$, т. е. для изотропной поверхности

$$V_t = \mu \nabla_t T. \quad (14,12)$$

Коэффициент μ должен быть пропорционален длине пробега (поскольку он связан с частицами в слое газа такой толщины). Тогда из соображений размерности ясно, что $\mu \sim l/m\bar{v}$. Выразив длину пробега через сечение столкновений и плотность газа, имеем $l \sim 1/N\sigma \sim T/\sigma P$ и окончательно

$$\mu \sim \frac{1}{\sigma P} \sqrt{\frac{T}{m}}. \quad (14,13)$$

Знак коэффициента μ не определяется термодинамическими требованиями; согласно опытным данным обычно $\mu > 0$.

Наконец, еще один эффект первого порядка заключается в появлении в движущемся газе дополнительного поверхностного (т. е. сосредоточенного в пристеночном слое толщины $\sim l$) теплового потока $q'_{\text{пов}}$, пропорционального нормальному градиенту тангенциальной скорости:

$$q'_{\text{пов}} = \varphi \frac{\partial V_t}{\partial n} \quad (14,14)$$

(этот поток имеет размерность эрг/см·с).

Коэффициенты μ и φ связаны друг с другом соотношением, следующим из принципа Онсагера. Для вывода этой связи рассмотрим «поверхностную» часть возрастания энтропии, $\dot{S}_{\text{пов}}$, связанную с пристеночным движением газа (и отнесенную к единице площади поверхности стенки). Это возрастание складывается из двух частей. Во-первых, наличие теплового потока $\mathbf{q}'_{\text{пов}}$ дает в производную $\dot{S}_{\text{пов}}$ вклад

$$-T^{-2} \mathbf{q}'_{\text{пов}} \nabla T$$

(ср. аналогичное выражение для возрастания энтропии, связанного с объемным тепловым потоком, — VI, § 49, IX, § 88). Во-вторых, на обтекаемую газом стенку действует сила трения, равная (будучи отнесена к единице площади) $-\eta \partial \mathbf{V}_t / \partial n$. Диссипируемая в единицу времени энергия равна работе этой силы

$$-\eta \frac{\partial \mathbf{V}_t}{\partial n} \mathbf{V}_t,$$

а поделенная на T она дает соответствующий вклад в возрастание энтропии. Таким образом,

$$\dot{S}_{\text{пов}} = -\frac{1}{T^2} \mathbf{q}'_{\text{пов}} \nabla T - \frac{1}{T} \eta \mathbf{V}_t \frac{\partial \mathbf{V}_t}{\partial n}. \quad (14,15)$$

Выберем теперь в качестве величин X_a , фигурирующих в общей формулировке принципа Онсагера (§ 9), векторы

$$\mathbf{X}_1 = \frac{1}{T^2} \nabla T, \quad \mathbf{X}_2 = \frac{1}{T} \frac{\partial \mathbf{V}_t}{\partial n}.$$

Тогда сравнение (14,15) с общим выражением (9,3) показывает, что соответствующими величинами \dot{x}_a будут векторы

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{q}'_{\text{пов}}, \quad \dot{\mathbf{x}}_2 = \eta \mathbf{V}_t.$$

Роль же «уравнений движения» (9,1) играют соотношения (14,12) и (14,14); записав их в виде

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = T \varphi \mathbf{X}_2, \quad \dot{\mathbf{x}}_2 = \eta \mu T^2 \mathbf{X}_1,$$

мы приходим к искомому соотношению

$$\varphi = T \eta \mu \quad (14,16)$$

(L. Waldmann, 1967).

Задачи

1. Два сосуда, содержащие газ при различных температурах T_1 и T_2 , соединены длинной трубкой. В результате теплового скольжения установится разность давлений между газами в обоих сосудах (*термомеханический эффект*). Определить эту разность.

Решение. Граничное условие на поверхности трубки при пуазейлевском течении под влиянием градиентов давления и температуры с учетом теплового скольжения гласит: $v = \mu \frac{dT}{dx}$ при $r = R$ (R — радиус трубки, ось x — вдоль ее длины). Обычным образом (см. VI, § 17) находим распределение скоростей по сечению трубки:

$$v = -\frac{1}{4\eta} \frac{dP}{dx} (R^2 - r^2) + \mu \frac{dT}{dx}.$$

Количество (масса) газа, протекающего через сечение трубки в единицу времени, равно

$$Q = -\frac{\rho\pi R^4}{8\eta} \frac{dP}{dx} + \rho\mu\pi R^2 \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

(ρ — плотность газа). При механическом равновесии $Q = 0$, откуда

$$\frac{dP}{dx} = \frac{8\eta\mu}{R^2} \frac{dT}{dx}.$$

Интегрируя по всей длине трубки, находим для разности давлений:

$$P_2 - P_1 = \frac{8\eta\mu}{R^2} (T_2 - T_1)$$

(при не слишком больших разностях $T_2 - T_1$ коэффициенты η и μ можно считать постоянными). Оценка порядка величины эффекта (с помощью (14,13) и (8,11)) дает

$$\frac{\delta P}{P} \sim \frac{l^2}{R^2} \frac{\delta T}{T}.$$

Распределение скоростей по сечению трубки при $Q = 0$ имеет вид

$$v = \mu \left(\frac{2r^2}{R^2} - 1 \right) \frac{dT}{dx}.$$

Вдоль стенок газ течет в направлении градиента температуры ($v > 0$), а вблизи оси трубки — в противоположном направлении ($v < 0$).

2. Две трубки (с длинами L) различных радиусов ($R_1 < R_2$) соединены своими концами; места соединения поддерживаются при различных температурах ($T_2 > T_1$; разность $T_2 - T_1$ мала). В результате теплового скольжения устанавливается круговое движение газа по трубкам; определить полный расход газа через сечение трубок.

Решение. Разделив соотношение (1) задачи 1 на R^4 и интегрируя по замкнутому контуру, образованному обеими трубками, получим

$$Q = \frac{\rho\mu\pi}{L} (T_2 - T_1) (R_2^2 - R_1^2) \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^4 + R_1^4}.$$

Течение происходит в указанном на рис. 2 направлении.

3. Определить силу F , действующую на шар (радиуса R), погруженный в газ, в котором поддерживается постоянный градиент температуры $\nabla T = A$.

Решение. Распределение температуры внутри шара дается формулой

$$T = \frac{3\kappa_2}{\kappa_1 + 2\kappa_2} Ar \cos \theta,$$

где κ_1 и κ_2 — коэффициенты теплопроводности шара и газа; r и θ — сферические координаты с началом в центре шара и направлением \mathbf{A} в качестве полярной оси (см. VI, § 50, задача 2). Отсюда находим для градиента температуры вдоль поверхности шара:

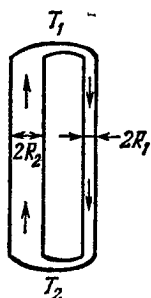
$$\frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} = - \frac{3\kappa_2}{\kappa_1 + 2\kappa_2} A \sin \theta.$$

Возникающее благодаря тепловому скольжению ламинарное движение газа определяется всего одним вектором \mathbf{A} . Поэтому соответствующее решение уравнения Навье—Стокса можно искать в таком же виде, как и в задаче об обтекании жидкостью движущегося в ней шара (см. V, § 20):

$$\mathbf{v} = -a \frac{\mathbf{A} + n(\mathbf{A}n)}{r} + b \frac{3n(\mathbf{A}n) - \mathbf{A}}{r^3},$$

где $n = \mathbf{r}/r$ (аддитивной постоянной в \mathbf{v} не пишем, так как должно быть $\mathbf{v} = 0$ при $r \rightarrow \infty$). Постоянные a и b определяются из условий

$$v_r = 0, \quad v_\theta = \frac{\mu}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} \quad \text{при } r = R$$



и равны

$$a = \frac{b}{R^2} = - \frac{3\kappa_2 R \mu}{2(\kappa_1 + 2\kappa_2)}.$$

Действующая на шар сила:

$$\mathbf{F} = 8\pi a \eta \mathbf{A} = - \frac{12\pi \eta \mu R \kappa_2}{\kappa_1 + 2\kappa_2} \nabla T.$$

Рис. 2.

Для того чтобы рассмотренные в задачах поверхностные эффекты были действительно малы по сравнению с объемными, температура должна мало меняться — в задачах 1 и 2 на радиусе трубки, а в задаче 3 на радиусе шара.

4. Два сосуда, соединенные длинной трубкой, содержат газ при одной и той же температуре и давлениях P_1 и P_2 . Определить тепловой поток между сосудами, сопровождающий Пуазейлевское течение по трубке (*механокалорический эффект*).

Решение. Согласно формулам (14,14), (14,16) тепловой поток вдоль стенок трубки

$$q' = 2\pi R q'_{\text{пов}} = 2\pi R T \eta \mu \frac{dV}{dr}.$$

С другой стороны, из условия механического равновесия жидкости при стационарном течении имеем

$$2\pi R \eta \frac{dV}{dr} = \pi R^2 \frac{dP}{dx} = \pi R^2 \frac{P_2 - P_1}{L}.$$

Отсюда окончательно

$$q' = \pi R^2 T \mu (P_2 - P_1) / L.$$