электрона $\tau(\varepsilon)$, отвечающей заданному значению $|\varepsilon|$. При $\sigma_t = \text{const}$ находим

$$\langle \sigma_t p^3 \rangle = \frac{\sigma_t}{\tau(\varepsilon)} \int p^3 \delta\left(|\varepsilon| + \frac{p^2}{2m} - \frac{ze^2}{r}\right) d^3x\, d^3p = \frac{32\sqrt{2}}{3\pi} \sigma_t m |\varepsilon|^{3/2}.$$

Таким образом,

$$B = \frac{64\sqrt{2}\, T\sigma_t N |\varepsilon|^{3/2}}{3\pi M},$$

и затем вычисление по (24,13) дает окончательно

$$\alpha = \frac{32\sqrt{2\pi}\, m^{1/2} (ze^2)^3 \sigma_t N}{3MT^{5/2}}. \tag{2}$$

Пренебрежение связью электрона в атоме законно, если частота возмущения, создаваемого атомом вблизи электрона ($\sim d/\bar{v}_{\text{ат}}$, d — атомные размеры), велика по сравнению с частотой обращения электрона с энергией $|\varepsilon| \sim T$. Отсюда получается условие $T \ll (e^2/d)(m/M)^{1/2}$.

§ 25. Амбиполярная диффузия

Рассмотрим диффузию заряженных частиц в слабо ионизованном газе. Как и в § 22, степень ионизации предполагается настолько малой, что столкновениями заряженных частиц друг с другом можно пренебречь по сравнению с их столкновениями с нейтральными атомами. Даже в этих условиях диффузия двух родов заряженных частиц — электронов и ионов — происходит не независимо ввиду возникновения, в процессе диффузии, электрического поля (*W. Schottky*, 1924).

Уравнения диффузии имеют вид уравнений непрерывности для электронов (e) и ионов (i):

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{i}_e = 0, \quad \frac{\partial N_i}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{i}_i = 0, \tag{25,1}$$

причем плотности потоков выражаются через плотности числа частиц и их градиенты согласно

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_e &= -N_e b_e e\mathbf{E} - D_e \nabla N_e, \\ \mathbf{i}_i &= N_i b_i e\mathbf{E} - D_i \nabla N_i, \end{aligned} \tag{25,2}$$

где D_e, D_i — коэффициенты диффузии, а b_e, b_i — подвижности электронов и ионов[1]). Те и другие связаны друг с другом соотношениями Эйнштейна

$$D_e = Tb_e, \quad D_i = Tb_i, \tag{25,3}$$

[1]) Кратность заряда ионов полагаем $z_i = 1$, как это обычно и имеет место при малой степени ионизации газа.

выражающими собой условие исчезновения потоков (25,2) в равновесии. С учетом этих соотношений и выразив напряженность поля через его потенциал ($\mathbf{E}=-\nabla\varphi$), перепишем уравнения (25,1) в виде

$$\frac{\partial N_e}{\partial t}=D_e \operatorname{div}\left[\nabla N_e-\frac{eN_e}{T}\nabla\varphi\right], \tag{25,4}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial t}=D_i \operatorname{div}\left[\nabla N_i+\frac{eN_i}{T}\nabla\varphi\right]. \tag{25,5}$$

К ним надо добавить уравнение Пуассона для потенциала:

$$\Delta\varphi=-4\pi e\,(N_i-N_e). \tag{25,6}$$

Система уравнений (25,4—6) существенно упрощается, если распределения концентраций N_e, N_i почти однородны. Тогда в коэффициентах при $\nabla\varphi$ в (25,4—5) можно положить $N_e\approx N_i\approx\approx \mathrm{const}\equiv N_0$ и исключить φ с помощью (25,6). В результате получим

$$\frac{\partial N_e}{\partial t}=D_e\left[\Delta N_e-\frac{N_e-N_i}{a^2}\right], \tag{25,7}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial t}=D_i\left[\Delta N_i+\frac{N_e-N_i}{a^2}\right], \tag{25,8}$$

где $a^{-2}=4\pi e^2 N_0/T$ (a — дебаевский радиус электронов или ионов; см. ниже § 31).

Хотя сечения рассеяния электронов и ионов, вообще говоря, одинакового порядка величины, их коэффициенты диффузии существенно различны благодаря разнице в средних тепловых скоростях (v_T) тех и других:

$$\frac{D_e}{D_i}\sim\frac{v_{Te}}{v_{Ti}}\sim\sqrt{\frac{M}{m}}, \tag{25,9}$$

так что $D_e\gg D_i$. Это обстоятельство придает процессу диффузии своеобразные черты.

Рассмотрим эволюцию слабого возмущения электронной и ионной плотностей, характерные размеры которого $L\gg a$[1]). В начальной стадии процесса, пока переменные части плотностей $|\delta N_e|\sim\sim|\delta N_i|\sim|\delta N_e-\delta N_i|$, первые члены в правых сторонах уравнений (25,7—8) малы по сравнению со вторыми:

$$\Delta N_e\sim\delta N_e/L^2\ll(\delta N_e-\delta N_i)/a^2. \tag{25,10}$$

[1]) Уже для применимости самих уравнений диффузии L во всяком случае должно быть велико по сравнению с длиной пробега ионов и электронов l. Поэтому условие $L\gg q$ представляет собой дополнительное ограничение, лишь если $a>l$.

Замечая также, что ввиду (25,9) $|\partial N_i/\partial t| \ll |\partial N_e/\partial t|$, имеем

$$\frac{\partial}{\partial t}(\delta N_e - \delta N_i) = -\frac{D_e}{a^2}(\delta N_e - \delta N_i),$$

откуда

$$\delta N_e - \delta N_i = (\delta N_e - \delta N_i)_0 \exp\left(-\frac{D_e}{a^2} t\right). \qquad (25,11)$$

Отсюда видно, что за время $\tau_{e1} \sim a^2/D_e$ разность $|\delta N_e - \delta N_i|$ станет малой по сравнению с самими δN_e и δN_i, т. е. газ станет квазинейтральным.

Следующая стадия процесса состоит в эволюции распределения электронов к равновесному (при заданном распределении ионов), определяемому условием обращения в нуль правой стороны (25,7):

$$\delta N_e - \delta N_i = a^2 \Delta N_e \approx a^2 \Delta N_i \sim \frac{a^2}{L^2} \delta N_i. \qquad (25,12)$$

Эта стадия протекает по диффузионному уравнению (25,7) с характерным временем $\tau_{e2} \sim L^2/D_e$. Это время мало по сравнению с характерным временем диффузии ионов $\tau_i \sim L^2/D_i$, распределение которых можно поэтому все еще считать неизменным.

Окончательная релаксация возмущения электронной и ионной плотностей происходит согласно уравнению (25,8), которое после подстановки (25,12) принимает вид

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = 2D_i \Delta N_i. \qquad (25,13)$$

Таким образом, в течение времени $\sim \tau_i$ электроны и ионы диффундируют вместе ($\delta N_e \approx \delta N_i$) с удвоенным коэффициентом диффузии ионов (так называемая *амбиполярная диффузия*). Половина этого коэффициента связана с собственной диффузией ионов, а половина — с электрическим полем, создаваемым разбегающимися электронами.

Отметим, наконец, что уравнение (25,13) имеет более широкую область применимости, чем это следует из приведенного вывода. Даже если возмущение не является слабым, движение электронов быстро приводит к установлению их больцмановского распределения в поле и к выравниванию концентрации электронов и ионов, т. е. квазинейтральности. При этом

$$N_e = N_i = N_0 e^{e\varphi/T}, \quad e\varphi = T \ln \frac{N_i}{N_0}. \qquad (25,14)$$

Подставив (25,14) в (25,5), приходим снова к уравнению (25,13), но уже без предположения о малости возмущения.