убывает с декрементом $\gamma(k_3)$. Рис. 10 иллюстрирует рассмотренное явление: первые две кривые изображают ход изменения потенциала в двух импульсах, приложенных в моменты $t=0$ и $t=\tau$, а третья кривая — форму эха. Около кривых указаны соответствующий декремент или инкремент.

Изложенные расчеты произведены в пренебрежении столкновениями. Поэтому условие применимости количественной формулы (35,20) требует, чтобы к заданному моменту t осцилляции функции распределения не успели еще затухнуть под влиянием столкновений. Забегая вперед и воспользовавшись результатами задачи к § 41, можно сформулировать это условие в виде

$$\nu(v_T)(kv_T)^2 t^3 \ll 1, \qquad (35,22)$$

где $\nu(v_T)$ — средняя частота кулоновских столкновений электрона.

§ 36. Адиабатический захват электронов

Рассмотрим вопрос о распределении электронов плазмы в медленно включаемом потенциальном электрическом поле. Пусть L — порядок величины протяженности поля, а τ — характерное время его изменения. Будем считать, что

$$\tau \gg L/\bar{v}_e. \qquad (36,1)$$

В то же время будем предполагать τ малым по сравнению со временем свободного пробега электронов, так что речь идет попрежнему о бесстолкновительной плазме.

В силу условия (36,1) поле можно считать стационарным в течение времени его пролета электроном. С этой же точностью будет стационарной также и функция распределения электронов в поле. Как было указано в конце § 27, решение бесстолкновительного кинетического уравнения зависит только от интегралов движения частицы; для стационарного распределения это могут быть только те интегралы, которые не зависят явно от времени.

Мы ограничимся одномерным случаем, когда потенциал поля φ зависит только от одной координаты x. Так как движение вдоль осей y и z при этом несущественно, речь будет идти о функции распределения f только по импульсу p_x (и по координате x).

В одномерном случае уравнение движения имеет два интеграла, из которых не зависит явно от времени (в стационарном поле) всего один — энергия электрона

$$\varepsilon = \frac{p_x^2}{2m} + U(x), \qquad (36,2)$$

где $U(x) = -e\varphi(x)$[1]. Поэтому стационарная функция распределения будет зависеть от p_x и x только в комбинации (36,2):

$$f = f\left[\varepsilon(x,\ p_x)\right]. \tag{36,3}$$

Вид же функции $f(\varepsilon)$ должен определяться граничными условиями.

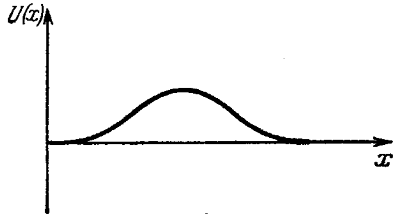
Пусть поле $U(x)$ имеет вид потенциального барьера (рис. 11, *а*). В этом случае функция $f(\varepsilon)$ определяется видом распределения электронов, приходящих к барьеру из бесконечности. Так, если по обе стороны вдали от барьера электроны имеют равновесное (однородное по пространству) распределение с температурой T_e, то и во всем пространстве будет иметь место больцмановское распределение:

$$f = \frac{N_0}{(2\pi m T_e)^{1/2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{T_e}\right). \tag{36,4}$$

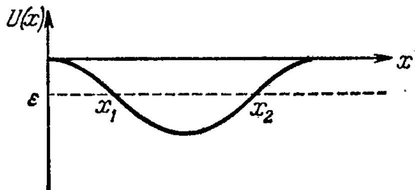
Плотность же электронного газа будет распределена везде по формуле

$$N_e(x) = N_0 e^{-U(x)/T_e}, \tag{36,5}$$

где N_0 — плотность вдали от барьера.



а)



б)

Рис. 11.

Пусть теперь поле имеет вид потенциальной ямы (рис. 11, *б*). В этом случае распределение электронов с положительной энергией ε снова определится распределением частиц, приходящих из бесконечности; при равновесном распределении на бесконечности распределение электронов с $\varepsilon > 0$ будет больцмановским во всем пространстве. Но помимо частиц с $\varepsilon > 0$, в этом случае существуют также и частицы с энергией $\varepsilon < 0$; эти частицы совершают финитное движение внутри потенциальной ямы — они «захвачены». На бесконечности частиц с $\varepsilon < 0$ нет; поэтому изложенные выше соображения, в которых энергия рассматривалась как строго сохраняющаяся величина, недостаточны для нахождения распределения захваченных частиц. Необходимо учесть также и изменение энергии в не строго стационарном

[1]) Вторым интегралом движения может являться, например, начальное (в некоторый заданный момент времени) значение координаты частицы x_0, выраженное в функции от времени и текущей координаты вдоль траектории $x_0(t,\ x)$.

поле, в результате чего это распределение оказывается, вообще говоря, зависящим от предыстории—от хода включения поля (*А. В. Гуревич*, 1967).

В силу условия (36,1) поле мало меняется за время периода финитного движения захваченных частиц. Как известно, в таком случае сохраняется так называемый *адиабатический инвариант*— интеграл

$$I(t,\ \varepsilon)=\frac{1}{2\pi}2\int\limits_{x_1}^{x_2}[2m(\varepsilon-U(t,\ x))]^{1/2}dx, \qquad (36,6)$$

взятый между двумя границами движения (при заданных ε и t). Эта величина и будет играть теперь роль интеграла движения, через который должна выражаться функция распределения захваченных частиц:

$$f_{\text{захв}}=f_{\text{захв}}(I(t,\ \varepsilon)) \qquad (36,7)$$

(причем энергия ε в свою очередь предполагается выраженной здесь через x и p_x согласно (36,2)). Вид же функции (36,7) определяется тем, что при медленном включении поля функция распределения будет непрерывной функцией ε. Поэтому при граничном значении энергии захваченных частиц функция $f_{\text{захв}}(I)$ должна совпадать с функцией распределения частиц, совершающих над ямой инфинитное движение.

Случай потенциальной ямы вида рис. 10, *б*, однако, в особенности прост в виду того, что граничная энергия остается (при постепенном включении поля) постоянной, равной нулю. Тогда из указанного граничного условия следует, что $f_{\text{захв}}$ сводится просто к постоянной:

$$f_{\text{захв}}=f(0), \qquad (36,8)$$

где $f(\varepsilon)$—функция распределения частиц над ямой. Найдем пространственное распределение электронов в этом случае, если $f(\varepsilon)$—больцмановская функция (36,4).

Суммируя числа электронов с $\varepsilon>0$ и с $\varepsilon<0$, имеем

$$N_e=2\int\limits_{p_1}^{\infty}f(\varepsilon)\,dp_x+2\int\limits_{0}^{p_1}f(0)\,dp_x, \qquad p_1=(2m|U|)^{1/2}$$

(множители 2 учитывают частицы с $p_x>0$ и $p_x<0$). Подставив сюда $f(\varepsilon)$ из (36,4), получим

$$N_e(t,\ x)=N_0\left\{e^{|U|/T_e}\left[1-\Phi\left(\sqrt{\frac{|U|}{T_e}}\right)\right]+2\sqrt{\frac{|U|}{\pi T_e}}\right\}, \qquad (36,9)$$

где

$$\Phi(\xi)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\xi} e^{-u^2}\,du. \tag{36,10}$$

При $\xi \ll 1$, разложив подынтегральное выражение в (36,10) по степеням u, имеем

$$\Phi(\xi)\approx\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\xi-\frac{\xi^3}{3}\right).$$

Поэтому распределение электронов, захваченных в неглубокой яме ($|U|\ll T_e$), дается формулой

$$N_e=N_0\left[1+\frac{|U|}{T_e}-\frac{4}{3\sqrt{\pi}}\left(\frac{|U|}{T_e}\right)^{3/2}\right]. \tag{36,11}$$

Первый поправочный член совпадает с тем, что получилось бы из формулы Больцмана (36,5). Но уже следующая поправка отличается от больцмановской.

При $\xi \gg 1$ разность $1-\Phi(\xi)$ экспоненциально мала ($\sim\exp(-\xi^2)$). Поэтому в случае глубокой ямы ($|U|\gg T_e$) в (36,9) существен лишь второй член в фигурных скобках, так что

$$N_e(t,\,x)=2N_0\left(\frac{|U|}{\pi T_e}\right)^{1/2}. \tag{36,12}$$

С увеличением $|U|$ плотность возрастает гораздо медленнее, чем это следовало бы по формуле Больцмана.

§ 37. Квазинейтральная плазма

Уравнения динамики плазмы допускают далеко идущее упрощение для категории явлений, в которых характерные масштабы длин и времени удовлетворяют следующим условиям. Характерный размер неоднородностей в плазме L предполагается большим по сравнению с электронным дебаевским радиусом:

$$a_e/L \ll 1. \tag{37,1}$$

Скорость же процесса предполагается определяющейся движением ионов, так что характерный масштаб скорости дается величиной v_{Ti}, малой по сравнению со скоростями электронов. Движение ионов приводит к медленному изменению электрического потенциала, за которым адиабатически следует распределение электронов.

Пусть δN_e и δN_i — изменения плотностей электронов и ионов в возмущенной плазме. Эти изменения создают в плазме среднюю плотность некомпенсированного заряда: $\delta\rho=e\,(z\delta N_i-\delta N_e)$. Потен-