

получим

$$\frac{dE}{dt} = \frac{4NN'z^2e^4\sqrt{2\pi mL}}{MT'^{3/2}}(T' - T). \quad (42,4)$$

Это же выражение с обратным знаком дает убыль энергии электронной компоненты плазмы, —  $dE'/dt$ . Выразив энергию электронов в единице объема через их температуру согласно  $E' = 3N'T'/2$  и вернувшись к обозначению электронных и ионных величин индексами  $e$  и  $i$ , напомним окончательно следующее выражение для скорости изменения электронной температуры:

$$\frac{dT_e}{dt} = -\frac{T_e - T_i}{\tau_{ei}^e}, \quad \tau_{ei}^e = \frac{T_e^{3/2}M}{8N_i z^2 e^4 L_e (2\pi m)^{1/2}}. \quad (42,5)$$

Фигурирующий здесь кулоновский логарифм равен

$$L_e = \begin{cases} \ln(aT_e/ze^2) & \text{при } ze^2/\hbar v_{Te} \gg 1, \\ \ln(\sqrt{mT_e a}/\hbar) & \text{при } ze^2/\hbar v_{Te} \ll 1. \end{cases} \quad (42,6)$$

Величина  $\tau_{ei}^e$  представляет собой время релаксации для установления электрон-ионного равновесия.

### § 43. Длина пробега частиц в плазме

Мы видели из изложенного в § 41 вывода, что характеристикой столкновений в кинетическом уравнении служит транспортное сечение  $\sigma_i$  (41,7). Поэтому именно это сечение должно фигурировать и в определении длины свободного пробега.

Для электрон-электронных ( $ee$ ) и электрон-ионных ( $ei$ ) столкновений приведенная масса  $\mu \sim m$ , а поскольку скорости электронов много больше скоростей ионов, то

$$\mu(v_e - v_i)^2 \sim mv_{Te}^2 \sim T_e.$$

Для длины пробега электронов получается поэтому оценка

$$l_e \sim T_e^2/4\pi e^4 N L_e \quad (43,1)$$

с  $L_e$  из (42,6). Множители  $z$  в оценках не пишем; предполагается, что  $z_i \sim 1$ . Время свободного пробега электронов  $\tau_e$  (или обратная ей величина — частота столкновений  $\nu_e$ ):

$$\tau_e \sim \frac{1}{\nu_e} \sim \frac{l_e}{v_{Te}} \sim \frac{T_e^{3/2}m^{1/2}}{4\pi e^4 N L_e}. \quad (43,2)$$

Отметим, что

$$\frac{l_e}{a_e} \sim \frac{1}{L_e} \left( \frac{T_e}{N^{1/2}e^2} \right)^{3/2}$$

и в силу условия разреженности плазмы (27,1):  $\lambda_e \gg a_e$ . Соответственно этому частота столкновений мала по сравнению с плазменной частотой электронов:

$$v_e \ll v_{Te}/a_e = \Omega_e. \quad (43,3)$$

Аналогичным образом, длина пробега ионов по отношению к ион-ионным (ii) столкновениям:

$$l_i \sim T_i^2/4\pi e^4 N L_i, \quad L_i = \ln(aT_i/e^2), \quad (43,4)$$

где  $L_i$ —кулоновский логарифм с ионными величинами вместо электронных. Соответствующее время пробега:

$$\tau_{ii} \sim \frac{1}{v_{ii}} \sim \frac{T_i^{3/2} M^{1/2}}{4\pi e^4 N L_i}. \quad (43,5)$$

Величина  $\tau_e$  определяет, по порядку величины, время релаксации для установления локального теплового равновесия электронной компоненты плазмы, а  $\tau_{ii}$ —такое же время для ионной компоненты. Но хотя частоты  $v_{ee}$  и  $v_{ei}$   $ee$ - и  $ei$ -столкновений одного порядка величины, время  $\tau_e$  отнюдь не является временем релаксации для установления равновесия между электронами и ионами; оно характеризует лишь скорость передачи импульса от электронов к ионам, но не скорость обмена энергией между ними. Время же релаксации для электрон-ионного равновесия дается определенной в предыдущем параграфе величиной  $\tau_{ei}^e$ . Сравнение всех этих времен показывает, что

$$\tau_{ee} : \tau_{ii} : \tau_{ei}^e \sim 1 : (M/m)^{1/2} : (M/m). \quad (43,6)$$

С помощью длины пробега произведем оценку кинетических коэффициентов плазмы.

Для оценки электрической проводимости  $\sigma$  воспользуемся известной элементарной «газокинетической» формулой. Частицы (носители тока) с зарядом  $e$  и массой  $m$  в своем свободном движении в течение времени  $\tau$  приобретают под влиянием электрического поля  $E$  «упорядоченную» скорость  $V \sim \tau e E/m$ . Плотность создаваемого этим движением электрического тока есть  $j \sim eNV$ . Проводимость же (коэффициент пропорциональности между  $j$  и  $E$ ) есть, следовательно,

$$\sigma \sim e^2 N \tau / m \sim e^2 N l / m v_T, \quad (43,7)$$

причем под  $l$ ,  $m$  и  $v_T$  следует понимать величины, относящиеся к более легким частицам—электронам. Оценивая с помощью этой формулы, имеем

$$\sigma \sim T_e^{3/2} / e^2 m^{1/2} L_e. \quad (43,8)$$

Коэффициент теплопроводности оценивается аналогичным образом с помощью газокинетической формулы (7,10); основную роль играют электроны. Имеем  $\kappa \sim N_e l_e v_{Te} c_e$  (где  $c_e \sim 1$  — электронная теплоемкость), откуда

$$\kappa \sim T_e^{5/2} / e^4 m^{1/2} L_e. \quad (43,9)$$

В противоположность электро- и теплопроводности, вязкость плазмы связана в основном с движением ионов, поскольку именно в ионной компоненте плазмы в основном сосредоточен ее импульс. Сверх того, импульс иона мало меняется при столкновениях с электронами; по этой причине достаточно рассматривать одни лишь  $ii$ -столкновения. Согласно (8,11), коэффициент вязкости оценивается как  $\eta \sim N_i M_i l_i v_{Ti}$ , откуда

$$\eta \sim M_i^{1/2} T_i^{5/2} / e^4 L_i. \quad (43,10)$$

Вычисление коэффициентов в выражениях (43,8—10) требует решения линеаризованного кинетического уравнения с интегралом столкновений Ландау, что возможно лишь приближенными численными методами. Так, для водородной плазмы ( $z=1$ ) коэффициенты в выражениях для  $\sigma$ ,  $\kappa$ ,  $\eta$  оказываются равными соответственно 0,6; 0,9; 0,4.

#### § 44. Лоренцева плазма

При вычислении электронного вклада в кинетические коэффициенты плазмы надо, вообще говоря, учитывать как  $ei$ -, так и  $ee$ -столкновения. Если, однако, заряд ионов достаточно велик, роль  $ei$ -столкновений может оказаться преобладающей. Действительно, сечение  $ee$ -столкновений пропорционально  $(e^2)^2$ , а частота таких столкновений  $v_{ee}$  — еще и плотности электронов  $N_e$ ; аналогичным образом, частота  $ei$ -столкновений пропорциональна  $(ze^2)^2 N_i = e^4 z_i N_e$ , так что при  $z \gg 1$  будет и  $v_{ei} \gg v_{ee}$ . Плазму, в которой можно пренебречь  $ee$ - по сравнению с  $ei$ -столкновениями, называют *лоренцевой*. Хотя этот случай и не очень реалистичен, он интересен как в методическом отношении, так и по возможным применениям к другим объектам<sup>1)</sup>.

Ввиду малости скоростей ионов по сравнению со скоростями электронов, в первом приближении можно ими пренебречь, т. е. считать ионы неподвижными, а их распределение заданным. В задаче о поведении плазмы во внешнем электрическом поле имеется выделенное направление — направление поля  $E$ . Если электронная функция распределения мало отличается от равно-

<sup>1)</sup> Например, к слабо ионизованному газу, где вместо  $ei$ -столкновений надо говорить о столкновениях электронов с нейтральными атомами.