

Зависимость функции распределения от угла  $\varphi$  этой формулой определяется в явном виде. В частности, при  $n=0$  и  $k_{\perp} \rightarrow 0$  распределение вообще не зависит от  $\varphi$ . Происхождение этого свойства очевидно из условия  $\omega \ll \omega_{Be}$  ((53,18) с  $n=0$ ): частота ларморова вращения велика по сравнению с частотой изменения поля, что и приводит к «усреднению» функции распределения по углу вращения<sup>1)</sup>.

#### § 54. Диэлектрическая проницаемость магнитоактивной максвелловской плазмы

Электронный вклад в тензор диэлектрической проницаемости вычисляется по функции распределения согласно формуле

$$P_{\alpha} = \frac{\epsilon_{\alpha\beta} - \delta_{\alpha\beta}}{4\pi} E_{\beta} = \frac{e}{i\omega} \int v_{\alpha} \delta f d^3p \quad (54,1)$$

(и аналогично, с заменой  $e \rightarrow -ze$  — ионный вклад). Для максвелловской плазмы интегрирование по  $d^3p$  в этом выражении может быть выполнено в явном виде.

Функция  $\delta f$  дается интегралом (53,12), причем согласно определению (53,10):

$$Q = -\frac{e\mathbf{E}\mathbf{v}}{\omega_{Be}T} f_0. \quad (54,2)$$

Перепишем этот интеграл в более компактном виде, введя вместо векторов  $\mathbf{k} = (k_z, \mathbf{k}_{\perp})$  и  $\mathbf{E} = (E_z, \mathbf{E}_{\perp})$  векторы

$$\mathbf{K} = \left( k_z \tau, 2\bar{\mathbf{k}}_{\perp} \sin \frac{\tau}{2} \right), \quad \bar{\mathbf{E}} = (E_z, \bar{\mathbf{E}}_{\perp}), \quad (54,3)$$

где  $\bar{\mathbf{k}}_{\perp}$  — вектор  $\mathbf{k}_{\perp}$ , повернутый на угол  $\tau/2$  (в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{B}_0$ ), а  $\bar{\mathbf{E}}_{\perp}$  — вектор  $\mathbf{E}_{\perp}$ , повернутый на угол  $\tau$ . Тогда  $\delta f$  примет вид

$$\delta f = -\frac{e}{T\omega_{Be}} \int_0^{\infty} \exp \left\{ \frac{i}{\omega_{Be}} (\omega\tau - \mathbf{K}\mathbf{v}) \right\} f_0(p) (\bar{\mathbf{E}}\mathbf{v}) d\tau,$$

где  $f_0(p)$  — максвелловская функция распределения.

Это выражение подставим в (54,1) и заменим переменную интегрирования  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$  согласно

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} - i\mathbf{K}T/m\omega_{Be}.$$

<sup>1)</sup> Соответствующие рассуждения изложены более подробно по аналогичному поводу в § 1.

Интегрирование по  $d^3u$  производится элементарно, и в результате находим

$$\mathbf{P} = \frac{ie^2 N_e}{m\omega_{Be}} \int_0^\infty \left( \ddot{\mathbf{E}} - \frac{T}{m\omega_{Be}^2} (\ddot{\mathbf{E}}\mathbf{K})\mathbf{K} \right) \exp \left[ -\frac{i\omega\tau}{\omega_{Be}} - \frac{K^2 T}{2m\omega_{Be}^2} \right] d\tau. \quad (54,4)$$

При этом, согласно определению (54,3):

$$K^2 = k_z^2 \tau^2 + 4k_\perp^2 \sin^2 \frac{\tau}{2}.$$

Расписав выражение (54,4) в компонентах, найдем компоненты тензора  $\varepsilon_{\alpha\beta}$ . При этом условимся о выборе осей координат: ось  $z$ —по  $\mathbf{B}_0$ , ось  $x$ —по  $\mathbf{k}_\perp$ , ось  $y$ —по  $[\mathbf{B}_0\mathbf{k}_\perp]$  (рис. 15). После простых вычислений получим

$$\varepsilon_{\alpha\beta} - \delta_{\alpha\beta} = \frac{i\Omega_e^2}{\omega\omega_{Be}} \int_0^\infty \kappa_{\alpha\beta} \exp \left\{ i\tau \frac{\omega + i0}{\omega_{Be}} - \frac{1}{2} k_z^2 r_{Be}^2 \tau^2 - 2k_\perp^2 r_{Be}^2 \sin^2 \frac{\tau}{2} \right\} d\tau, \quad (54,5)$$

где

$$\begin{aligned} \kappa_{xx} &= \cos \tau - (k_\perp r_{Be})^2 \sin^2 \tau, \\ \kappa_{yy} &= \cos \tau + 4(k_\perp r_{Be})^2 \sin^4 \frac{\tau}{2}, \\ \kappa_{zz} &= 1 - (k_z r_{Be})^2 \tau^2, \\ \kappa_{xy} &= -\kappa_{yx} = -\sin \tau + 2(k_\perp r_{Be})^2 \sin \tau \sin^2 \frac{\tau}{2}, \\ \kappa_{xz} &= \kappa_{zx} = -k_z k_\perp r_{Be}^2 \tau \sin \tau, \\ \kappa_{yz} &= -\kappa_{zy} = -2k_z k_\perp r_{Be}^2 \tau \sin^2 \frac{\tau}{2} \end{aligned} \quad (54,6)$$

( $r_{Be} = v_{Te}/\omega_{Be}$  — ларморов радиус электронов).

Отметим, что равенства

$$\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx}, \quad \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx}, \quad \varepsilon_{yz} = -\varepsilon_{zy} \quad (54,7)$$

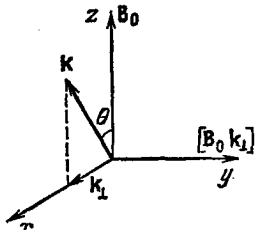
заранее очевидны. Действительно, при фиксированной системе координат согласно принципу Онсагера должно быть  $\varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{B}_0) = \varepsilon_{\beta\alpha}(-\mathbf{B}_0)$ . При условленном же выше выборе осей, связанных с направлениями  $\mathbf{B}_0$  и  $\mathbf{k}_\perp$ , направления осей  $y$  и  $z$  при замене  $\mathbf{B}_0 \rightarrow -\mathbf{B}_0$  меняются на обратные. Поэтому в таких осях будет

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xy}(\mathbf{B}_0) &= -\varepsilon_{yx}(-\mathbf{B}_0), \quad \varepsilon_{xz}(\mathbf{B}_0) = -\varepsilon_{zx}(-\mathbf{B}_0), \\ \varepsilon_{yz}(\mathbf{B}_0) &= \varepsilon_{zy}(-\mathbf{B}_0). \end{aligned} \quad (54,8)$$

С другой стороны,  $\mathbf{B}_0$  (направление оси  $z$ ) — псевдовектор, а  $\mathbf{k}_\perp$  и  $[\mathbf{B}_0\mathbf{k}_\perp]$  (направления осей  $x$  и  $y$ ) — истинные векторы. Поэтому,

в силу требования инвариантности по отношению к инверсии координат, компоненты  $\epsilon_{xz}$  и  $\epsilon_{yz}$  (содержащие индекс  $z$  один раз) должны быть нечетными, а все остальные компоненты — четными функциями  $\mathbf{B}_0$ . Отсюда и из (54,8) следует (54,7).

Отметим, что ввиду соотношений (54,7) эрмитовы и антиэрмитовы части различных компонент  $\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon'_{\alpha\beta} + i\epsilon''_{\alpha\beta}$  выражаются по-разному через их вещественную и мнимую части. Именно, разбиение на эрмитову и антиэрмитову части дается следующей суммой:



$$(\epsilon_{\alpha\beta}) = \begin{pmatrix} \epsilon'_{xx} & i\epsilon''_{xy} & \epsilon'_{xz} \\ -i\epsilon''_{xy} & \epsilon'_{yy} & i\epsilon''_{yz} \\ \epsilon'_{xz} & -i\epsilon''_{yz} & \epsilon'_{zz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} i\epsilon''_{xx} & \epsilon'_{xy} & i\epsilon''_{xz} \\ -\epsilon'_{xy} & i\epsilon''_{yy} & \epsilon'_{yz} \\ i\epsilon''_{xz} & -\epsilon'_{yz} & i\epsilon''_{zz} \end{pmatrix}. \quad (54,9)$$

Рис. 15.

Хотя мы производили все вычисления для электронной части проницаемости, но вполне аналогичные формулы справедливы и для ионного вклада. Переход к случаю ионов совершается заменой  $\Omega_e, v_{Te} \rightarrow \Omega_i, v_{Ti}$ ;  $\omega_{Be} \rightarrow -\omega_{Bi}$  и одновременной заменой верхнего предела интеграла в (54,5) на  $-\infty$  (см. примечание на стр. 270). Заменяв затем переменную интегрирования  $\tau \rightarrow -\tau$ , мы вернемся к прежним выражениям (54,5—6) с  $\Omega_i, v_{Ti}, \omega_{Bi}$  вместо  $\Omega_e, v_{Te}, \omega_{Be}$  и с тем лишь отличием, что изменится знак  $\kappa_{xy}$  и  $\kappa_{yz}$ . Таким образом, правило перехода от электронного к ионному вкладу в проницаемость состоит в замене электронных параметров ионными с одновременным изменением знака компонент  $\epsilon_{xy}$  и  $\epsilon_{yz}$ .

## § 55. Затухание Ландау в магнитоактивной плазме

Учет теплового движения частиц плазмы приводит к появлению у тензора  $\epsilon_{\alpha\beta}$  антиэрмитовой части. В бесстолкновительной плазме, ввиду отсутствия истинной диссипации энергии, эта часть тензора связана с затуханием Ландау.

Мы видели в § 30, что механизм затухания Ландау связан с передачей энергии электромагнитного поля частицам, движущимся в фазе с волной: в затухании участвуют частицы, для которых  $\omega = \mathbf{k}\mathbf{v}$ , т. е. проекция скорости  $\mathbf{v}$  на направление  $\mathbf{k}$  совпадает с фазовой скоростью волны  $\omega/\mathbf{k}$ . В магнитоактивной плазме это условие несколько меняется: должны совпадать проекции скорости частицы и фазовой скорости волны на направление постоянного поля  $\mathbf{B}_0$ :

$$v_z k_z = \omega. \quad (55,1)$$