появляется дополнительный член — действующая на заряд лоренцева сила. Соответственно в левой стороне кинетического уравнения появляется член

$$-e\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}\left[\frac{\partial\varepsilon}{\partial\mathbf{p}}\mathbf{B}\right]\right)\frac{\partial n}{\partial\mathbf{p}}.$$

Электрическое поле обычно предполагается слабым и в члене $-e\mathbf{E}\,\partial n/\partial\mathbf{p}$ достаточно положить $n=n_0$. Член же с магнитным полем обращается тождественно в нуль для функции $n_0(\varepsilon)$, зависящей только от ε. Но если поле сильное, то может оказаться необходимым сохранение также и членов первого порядка по δn. Эти члены таковы:

$$-\frac{e}{c}[\mathbf{vB}]\frac{\partial\,\delta n}{\partial\mathbf{p}}-\frac{e}{c}\left[\frac{\partial\,\delta\varepsilon}{\partial\mathbf{p}}\mathbf{B}\right]\frac{\partial n_0}{\partial\mathbf{p}}=-\frac{e}{c}[\mathbf{vB}]\left\{\frac{\partial\,\delta n}{\partial\mathbf{p}}-\frac{\partial n_0}{\partial\varepsilon}\frac{\partial\,\delta\varepsilon}{\partial\mathbf{p}}\right\}$$

(где $\mathbf{v}=\partial\varepsilon_0/\partial\mathbf{p}$). В фигурной скобке можно внести множитель $\partial n_0/\partial\varepsilon$, зависящий только от ε, под знак $\partial/\partial\mathbf{p}$ (его производная направлена вдоль $\mathbf{v}$ и дает нуль при умножении на $[\mathbf{vB}]$). В результате эти члены сведутся к виду

$$-\frac{e}{c}[\mathbf{vB}]\frac{\partial\,\delta\tilde{n}}{\partial\mathbf{p}},\qquad(74,26)$$

снова содержащему только $\delta\tilde{n}$.

§ 75. Теплопроводность и вязкость ферми-жидкости

Температурные зависимости коэффициентов вязкости и теплопроводности ферми-жидкости могут быть установлены уже из простых качественных соображений (*И. Я. Померанчук*, 1950).

Согласно элементарной газокинетической формуле (8,11), коэффициент вязкости $\eta\sim mN\bar{v}l$, где m — масса частиц, N — плотность их числа, $\bar{v}$ — средняя тепловая скорость, l — длина свободного пробега. В данном случае роль частиц играют квазичастицы, но, поскольку числа тех и других совпадают, произведение mN есть независящая от температуры величина — плотность жидкости[1]). Скорость $\bar{v}\sim v_F$, где v_F — независящая от температуры скорость на ферми-поверхности. Длина пробега $l\sim v_F\tau$, где τ — время между столкновениями квазичастиц. Последнее меняется с температурой как T^{-2} (см. IX, § 1), так что и вязкость

$$\eta\propto T^{-2}.\qquad(75,1)$$

[1]) Поскольку мы ищем предельный закон зависимости $\eta(T)$ при низких температурах, то для всех величин, стремящихся при $T\to 0$ к конечному пределу, подразумевается, конечно, именно этот предел.

Коэффициент теплопроводности оценивается по формуле (7,10): $\varkappa \sim cN\bar{v}l$, где c—теплоемкость (отнесенная к одной частице). Для ферми-жидкости $c \propto T$, и потому

$$\varkappa \propto T^{-1}. \tag{75,2}$$

Для точного определения η и $\varkappa$ надо обратиться к кинетическому уравнению. Наметим, на примере теплопроводности, ход соответствующих вычислений.

Преобразование левой части кинетического уравнения (74,4) производится аналогично тому, как это было сделано в § 7 для задачи о теплопроводности классического газа.

Пусть вдоль жидкости существует градиент температуры, причем жидкость макроскопически неподвижна. В силу последнего условия, давление постоянно вдоль жидкости, а распределение температуры стационарно. В левой стороне уравнения (74,4) в качестве n и ε подставляем их локально-равновесные выражения с меняющейся вдоль жидкости температурой. Тогда $\partial\varepsilon/\partial\mathbf{r} = 0$ и остается лишь член $\mathbf{v}\,\partial n_0/\partial\mathbf{r}$ (индекс 0 у ε и $\mathbf{v}$ опускаем). Функция n содержит лишь комбинацию $(\varepsilon-\mu)/T$, а поскольку мы ищем лишь предельные (при $T \to 0$) законы, то химический потенциал $\mu(T)$ можно положить равным его значению при $T=0$ (совпадающему с граничной энергией ε_F). Тогда

$$\mathbf{v}\frac{\partial n_0}{\partial\mathbf{r}} = \frac{\partial n_0}{\partial T}(\mathbf{v}\nabla T) = \frac{n_0(1-n_0)}{T}\frac{\varepsilon-\mu}{T}\mathbf{v}\nabla T$$

и кинетическое уравнение принимает вид

$$n_0(1-n_0)\frac{\varepsilon-\mu}{T^2}\mathbf{v}\nabla T = I(\varphi) \tag{75,3}$$

с $I(\varphi)$ из (74,24). На решение этого уравнения должно быть наложено дополнительное условие, выражающее отсутствие макроскопического переноса массы:

$$\int \mathbf{v}\varphi\frac{\partial n_0}{\partial\varepsilon}\frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} = 0. \tag{75,4}$$

В силу этого условия, в потоке энергии (74,23) остается лишь второй член.

Как уже отмечалось в предыдущем параграфе, система уравнений (75,3—5) не содержит явно функции взаимодействия квазичастиц, так что задача о теплопроводности ферми-жидкости (и то же самое относится к задаче о вязкости) по форме совпадает с такой же задачей для ферми-газа.

Определяющую роль во всех интегралах играет область размытости распределения Ферми, в которой $\varepsilon-\mu \sim T$, а импульсы квазичастиц близки к радиусу ферми-сферы p_F; в этой области $\varepsilon-\mu =$

$=v_F(p-p_F)$. Во всех местах, где импульсы фигурируют не в виде разности $p-p_F$, можно положить $p=p_F$, а скорость можно положить везде равной v_F. В частности, это можно сделать в w, которая становится в результате функцией только от углов, определяющих относительную ориентацию векторов $\mathbf{p}$, $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}'$, $\mathbf{p}_1'$. При заданных $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}_1$ закон сохранения импульса фиксирует угол между векторами $\mathbf{p}'$ и $\mathbf{p}_1'=\mathbf{p}+\mathbf{p}_1-\mathbf{p}'$; интегрирование по этому углу устраняет δ-функцию в интеграле столкновений. После этого остаются интегрирования по абсолютным величинам p_1 и p' (помимо интегрирований по остальным угловым переменным). Интегрирование по ним заменяем интегрированием по $T^2du_1\,du'$, где $u=(\varepsilon-\mu)/T=v_F(p-p_F)/T$ — переменные, от которых зависят функции распределения n_0; ввиду быстрой сходимости эти интегрирования можно распространить от $-\infty$ до ∞. В результате найдем, что весь интеграл $I(\varphi)$ пропорционален T, а решение уравнения (75,3) будет иметь вид

$$\varphi=-T^{-2}g(u)\,\mathbf{v}\nabla T.$$

После подстановки этой функции в (74,23) и интегрирования по направлениям $\mathbf{v}$ тепловой поток примет вид $\mathbf{q}=-\varkappa\nabla T$, причем

$$\varkappa=\frac{8\pi v_F p_F^2}{3T}\int\limits_{-\infty}^{\infty}ug(u)\left|\frac{\partial n_0}{\partial u}\right|du.$$

Отсюда снова видно, что $\varkappa\propto T^{-1}$.

Указанные выше упрощения интеграла столкновений оказываются достаточными для того, чтобы точно решить кинетическое уравнение (и то же самое относится к задаче о вязкости). В результате для коэффициентов $\varkappa$ и η получаются формулы, выражающие их через параметры p_F и v_F и через определенным образом усредненную по направлениям функцию w[1]).

§ 76. Поглощение звука в ферми-жидкости[2])

Напомним (см. IX, § 4), что характер распространяющихся в ферми-жидкости волн существенно зависит от величины произведения $\omega\tau$, где τ — время свободного пробега.

При $\omega\tau\ll 1$ мы имеем дело с обычными гидродинамическими звуковыми волнами. Частотную и температурную зависимости коэффициента γ их поглощения (на единице пути) можно найти по известной формуле $\gamma\sim\omega^2\eta/\rho u^3$, где η — коэффициент вязкости, ρ — плотность жидкости, u — скорость звука (см. VI, § 77).

---

[1]) См. *Brooker G. A., Sykes J.* — Phys. Rev. Lett., 1968, v. 21, p. 179.

[2]) Результаты этого параграфа принадлежат *Л. Д. Ландау* (1957).