

§ 81. Процессы переброса в металле

Характер электрон-фононного рассеяния при низких температурах радикально отличен от характера рассеяния при $T \gg \Theta$. При $T \ll \Theta$ в кристалле возбуждены фононы с энергиями $\omega \sim T$ (относящиеся, вообще говоря, к акустическим ветвям спектра). При испускании или поглощении такого фонона энергия электрона меняется на величину $\sim T$, т. е. на порядок величины всей ширины области размытости ферми-распределения. Изменение же квазиимпульса электрона совпадает с квазиимпульсом фонона. Поскольку $k \sim T/u \ll k_{\max}$, а $k_{\max} \sim p_F$, то это значит, что квазиимпульс электрона изменяется лишь на относительно малую величину. Таким образом, при низких температурах имеет место предельный случай, обратный по отношению к упругому рассеянию: релаксация электронов по энергиям происходит значительно быстрее, чем по направлениям их квазиимпульсов.

Релаксация по энергиям представляет собой быстрое «перемешивание» в зоне размытости фермиевского распределения. Релаксация же по направлениям есть выравнивание распределения вдоль этой поверхности; оно происходит малыми ($\sim T/u$) скачками, т. е. имеет характер медленной диффузии по этой поверхности.

Прежде чем перейти к детальному рассмотрению кинетических явлений в этих условиях, сделаем некоторые общие замечания о роли процессов переброса.

Как и в диэлектрических кристаллах, конечность кинетических коэффициентов идеального (без примесей или дефектов) металлического кристалла связана с существованием процессов переброса. С учетом одних лишь нормальных процессов, идущих с сохранением суммарного квазиимпульса электронов и фононов, кинетические уравнения имели бы паразитные решения, отвечающие движению электронной и фононной систем как целого относительно решетки. Это — решения вида

$$\varphi = p\delta\mathbf{V}, \quad \chi = k\delta\mathbf{V} \quad (81,1)$$

с постоянным вектором $\delta\mathbf{V}$ (ср. (67,19)); эти функции обращают в нуль интегралы столкновений (79,9—10), если испускание или поглощение фононов электронами происходит с сохранением квазиимпульса ($\mathbf{p} = \mathbf{p}' + \mathbf{k}$).

При высоких температурах, когда квазиимпульсы как электронов, так и фононов велики ($\sim 1/d$), процессы переброса происходят, вообще говоря, с той же частотой, что и нормальные процессы. Необходимость их учета не приводит поэтому ни к каким специфическим особенностям в кинетических явлениях.

Квазиимпульсы электронов расположены вблизи ферми-поверхности и в этом смысле от температуры практически не зави-

сят. Но при низких температурах становятся малыми квазиимпульсы фононов, в связи с чем процессы переброса могут оказаться затрудненными. В этом отношении ситуация существенно различна в случаях закрытых и открытых ферми-поверхностей.

Открытая ферми-поверхность при любом выборе элементарной ячейки в p -пространстве (обратной решетке) пересекает границы ячейки. Ясно, что в этом случае всегда возможны процессы переброса с испусканием или поглощением фонона со сколь угодно малой энергией: уже малое изменение квазиимпульса электрона вблизи границы ячейки может «перебросить» его в соседнюю ячейку. В течении своей диффузии по ферми-поверхности все электроны в конце концов достигают границ ячейки и, таким образом, могут участвовать в процессах переброса. Следовательно, и в этом случае вероятность процессов переброса не обладает какой-либо дополнительной (по сравнению с нормальными процессами) малостью. Само разделение процессов на нормальные и с перебросом зависит от способа выбора ячейки обратной решетки и в этом смысле условно. При открытой ферми-поверхности указанное выше свойство (отсутствие особой малости частоты процессов переброса) остается при любом выборе ячейки. В этом случае целесообразно вообще отказаться от разделения актов рассеяния на два типа, рассматривая их все как нормальные (т. е. идущие с сохранением квазиимпульса), но допуская значения квазиимпульса электронов во всей обратной решетке. Для фононов же элементарная ячейка выбирается так, чтобы точка $\mathbf{k} = 0$ находилась в ее центре; тогда все длинноволновые фононы (которые только и надо рассматривать при $T \ll \Theta$) находятся в малой части объема одной ячейки в окрестности ее центра. Исключение же паразитного решения (81,1) достигается при таком рассмотрении путем наложения на функцию распределения электронов условия периодичности в обратной решетке:

$$n(\mathbf{p} + \mathbf{b}) = n(\mathbf{p}). \quad (81,2)$$

Равновесное распределение, зависящее только от энергии электрона $\varepsilon(\mathbf{p})$, удовлетворяет этому условию автоматически ввиду периодичности функции $\varepsilon(\mathbf{p})$. Вместе с $n_0(\mathbf{p})$ периодична и производная $\partial n_0 / \partial \varepsilon$, а потому должен быть периодичен и множитель $\varphi(\mathbf{p})$ в δn ; этим требованием устраняется не удовлетворяющее ему решение (81,1).

Обратимся к случаю закрытой ферми-поверхности. В этом случае можно выбрать основную ячейку обратной решетки таким образом, чтобы ферми-поверхность нигде не пересекала ее границ¹⁾. Тогда процессам переброса отвечают переходы электрона

¹⁾ Однако, если ферми-поверхность состоит из нескольких замкнутых полостей, то для этого может оказаться необходимым определить основную ячейку не как параллелепипед с плоскими гранями. Это пояснено схематически

между какими-либо точками ферми-поверхности в основной ячейке и ее повторения в соседней ячейке, как это показано схематически на рис. 29. Соединяющий эти точки вектор \mathbf{k} — квазиимпульс испускаемого или поглощаемого фонона. Расстояние k , вообще говоря, велико ($k \sim 1/d$), и при низких температурах

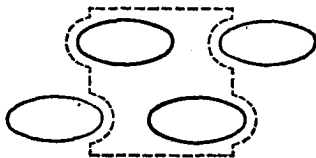


Рис. 28,

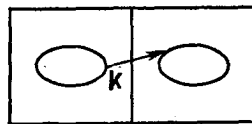


Рис. 29.

число фононов с энергией $\omega(\mathbf{k})$ экспоненциально мало — пропорционально $\exp(-\omega(\mathbf{k})/T)$. Эффективная частота актов рассеяния с перебросом в этих условиях зависит от температуры по закону

$$v_U \propto \exp\{-\omega(\mathbf{k}_{\min})/T\}, \quad (81,3)$$

где \mathbf{k}_{\min} — значение квазиимпульса фонона (среди всех векторов указанного типа), для которого энергия $\omega(\mathbf{k})$ имеет минимальное значение. Здесь существенно, конечно, что скорость электронов много больше скорости фононов ($v_F \gg u$). Именно поэтому нельзя уменьшить экспоненту в (81,3), изменяя длину вектора \mathbf{k} путем удаления от ферми-поверхности. Хотя энергия фонона может при этом уменьшиться на величину $\sim u\delta k$, но одновременно возросла бы на значительно большую величину, $\sim v_F\delta k$, энергия участвующего в процессе электрона, что привело бы в результате к уменьшению, а не увеличению v_U . Для нахождения \mathbf{k}_{\min} достаточно поэтому рассматривать ферми-поверхность как таковую, не учитывая размытия распределения вблизи нее. Фактически обычно оказываются существенными точки вблизи максимального сближения ферми-поверхности с ее повторением в соседней ячейке.

Решение (81,1) означает наличие макроскопического потока электронов в отсутствие электрического поля, т. е. бесконечную электропроводность. Экспоненциально же малая частота процессов переброса приводит к экспоненциально большой электропроводности (*R. Peierls*).

Теплопроводность же металла с закрытой ферми-поверхностью остается конечной и при пренебрежении процессами переброса. Дело в том, что коэффициент теплопроводности κ определяет, согласно (78,2), тепловой поток в отсутствие электрического тока;

на рис. 28 на примере плоской решетки с двумя неэквивалентными замкнутыми полостями «ферми-поверхности». Пунктиром показана основная ячейка, не пересекающая этих полостей. Никаким выбором прямоугольной ячейки нельзя было бы исключить пересечений.

условие же $j=0$ автоматически исключает паразитное решение (81,1). Учет процессов переброса может изменить величину κ лишь в меру своей малости. То же самое относится и к термоэлектрическому коэффициенту α , который связывает (согласно определению (78,1)) градиент температуры с электрическим полем опять-таки при условии $j=0$ (см. задачу к § 82).

Сказанное, однако, не относится к компенсированным металлам с замкнутыми электронными и дырочными ферми-поверхностями, т. е. к металлам с одинаковыми числами электронов и дырок: $N_e = N_h$ (см. IX, § 61). Дело в том, что в этом случае решение (81,1) не связано с существованием электрического тока. Действительно, плотность тока, отвечающая этому решению, есть

$$\begin{aligned} j &= e \int \mathbf{v} \frac{\partial n_0}{\partial \epsilon} (\rho \delta \mathbf{V}) \frac{2d^3 p}{(2\pi)^3} = e \int \frac{\partial n_0}{\partial p} (\rho \delta \mathbf{V}) \frac{2d^3 p}{(2\pi)^3} = \\ &= e \int \frac{\partial n_0^{(e)}}{\partial p} (\rho \delta \mathbf{V}) \frac{2d^3 p}{(2\pi)^3} - e \int \frac{\partial n_0^{(h)}}{\partial p} (\rho \delta \mathbf{V}) \frac{2d^3 p}{(2\pi)^3}. \end{aligned}$$

Первый интеграл берется по объему электронных, а второй — по объему дырочных полостей ферми-поверхности; в последнем введено распределение дырок согласно $n^{(h)} = 1 - n$. Теперь можно преобразовать интегралы по частям; возникающие при этом интегралы по поверхности граней ячейки обращаются в нуль ввиду быстрого убывания $n_0^{(e)}$ и $n_0^{(h)}$ при удалении от соответствующих ферми-поверхностей. В результате найдем, что

$$j = e \delta \mathbf{V} (N_h - N_e). \quad (81,4)$$

Для компенсированного металла $j=0$.

Это значит, что электропроводность компенсированного металла конечна уже и без учета процессов переброса. Напротив, коэффициент теплопроводности и термоэлектрический коэффициент определяются именно процессами переброса и без учета последних оказались бы бесконечными, поскольку условие $j=0$ в этом случае не исключает паразитного решения (81,1).

В рассуждениях и оценках в этом (и в следующем) параграфе по существу подразумеваются простейшие предположения о форме ферми-поверхности: предполагается, что она либо закрыта, либо открыта, причем все ее характерные размеры порядка величины $1/d$. Между тем ферми-поверхности реальных металлов, вообще говоря, имеют сложную форму и могут состоять из нескольких различных листов; мы не будем останавливаться на анализе соответствующих усложнений в поведении кинетических коэффициентов реальных металлов. Так, листы открытых ферми-поверхностей в различных ячейках обратной решетки могут быть связаны тонкими (с толщиной $\Delta p \ll p_F$) перемычками. Появление κ задаче малого параметра $\Delta p/p_F$ может привести к появлению

новых «промежуточных» областей температуры со своими законами температурной зависимости кинетических коэффициентов. Листы замкнутых ферми-поверхностей могут подходить «аномально» близко друг к другу; это может привести к отодвиганию экспоненциального закона (81,3) в область «аномально» низких температур.

§ 82. Кинетические коэффициенты металла. Низкие температуры

В количественном исследовании кинетических явлений при низких температурах мы будем иметь в виду случай открытых ферми-поверхностей, соответственно чему не будем специально заботиться о процессах переброса.

Прежде всего покажем, что релаксация в фоновой системе осуществляется (при $T \ll \Theta$) в основном за счет фоновых столкновений, а не фоновых столкновений.

Для оценки фоновых столкновений (79,10) замечаем, что при низких температурах $\omega \sim T$, $\varepsilon - \mu \sim T$ и поэтому $N_0 \sim n_0 \sim 1$, $\partial N_0 / \partial \omega \sim 1/T$. Интегрирование по d^3p производится по объему слоя толщины $\sim T/v_F$ вдоль ферми-поверхности. Ввиду малости k/p , аргумент δ -функции можно представить в виде

$$\varepsilon(\mathbf{p}) - \varepsilon(\mathbf{p} - \mathbf{k}) - \omega(\mathbf{k}) \approx k \frac{\partial \varepsilon}{\partial p} - \omega \approx v_F k - \omega. \quad (82,1)$$

δ -функция устраняется интегрированием по направлениям \mathbf{p} (или, что то же, по направлениям \mathbf{v}_F) при заданном \mathbf{k} , что вносит в подынтегральное выражение множитель $1/v_F k$. Наконец, ω оценивается по формуле (79,18). В результате найдем

$$I_{ph, e}(\chi) \sim -\chi (m^*/M)^{1/2} \sim -T (m^*/M)^{1/2} \delta N,$$

т. е. эффективная частота столкновений

$$v_{ph, e} \sim T \sqrt{\frac{m^*}{M}}. \quad (82,2)$$

Эффективная же частота фоновых столкновений при низких температурах, согласно оценке (69,15):

$$v_{ph, ph} \sim T \sqrt{\frac{m^*}{M}} \left(\frac{T}{\Theta}\right)^4 \ll v_{ph, e}, \quad (82,3)$$

что и доказывает сделанное утверждение.

Ниже мы будем пренебрегать фоновыми столкновениями. Тогда кинетическое уравнение для фононов имеет вид

$$\mathbf{u} \frac{\partial N_0}{\partial \mathbf{r}} = -\frac{\omega}{T} \frac{\partial N_0}{\partial \omega} \mathbf{u} \nabla T = I_{ph, e}(\chi, \varphi). \quad (82,4)$$