новых «промежуточных» областей температуры со своими законами температурной зависимости кинетических коэффициентов. Листы замкнутых ферми-поверхностей могут подходить «аномально» близко друг к другу; это может привести к отодвиганию экспоненциального закона (81,3) в область «аномально» низких температур.

§ 82. Кинетические коэффициенты металла. Низкие температуры

В количественном исследовании кинетических явлений при низких температурах мы будем иметь в виду случай открытых ферми-поверхностей, соответственно чему не будем специально заботиться о процессах переброса.

Прежде всего покажем, что релаксация в фононной системе осуществляется (при $T \ll \Theta$) в основном за счет фонон-электронных, а не фонон-фононных столкновений.

Для оценки фонон-электронного интеграла столкновений (79,10) замечаем, что при низких температурах $\omega \sim T$, $\varepsilon - \mu \sim T$ и поэтому $N_0 \sim n_0 \sim 1$, $\partial N_0/\partial\omega \sim 1/T$. Интегрирование по d^3p производится по объему слоя толщины $\sim T/v_F$ вдоль ферми-поверхности. Ввиду малости k/p, аргумент δ-функции можно представить в виде

$$\varepsilon(\mathbf{p}) - \varepsilon(\mathbf{p}-\mathbf{k}) - \omega(\mathbf{k}) \approx \mathbf{k}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\mathbf{p}} - \omega \approx \mathbf{v}_F\mathbf{k} - \omega. \qquad (82,1)$$

δ-функция устраняется интегрированием по направлениям $\mathbf{p}$ (или, что то же, по направлениям $\mathbf{v}_F$) при заданном $\mathbf{k}$, что вносит в подынтегральное выражение множитель $1/v_Fk$. Наконец, w оценивается по формуле (79,18). В результате найдем

$$I_{ph,e}(\chi) \sim -\chi(m^*/M)^{1/2} \sim -T(m^*/M)^{1/2}\delta N,$$

т. е. эффективная частота столкновений

$$\nu_{ph,e} \sim T\sqrt{\frac{m^*}{M}}. \qquad (82,2)$$

Эффективная же частота фонон-фононных столкновений при низких температурах, согласно оценке (69,15):

$$\nu_{ph,ph} \sim T\sqrt{\frac{m^*}{M}}\left(\frac{T}{\Theta}\right)^4 \ll \nu_{ph,e}, \qquad (82,3)$$

что и доказывает сделанное утверждение.

Ниже мы будем пренебрегать фонон-фононными столкновениями. Тогда кинетическое уравнение для фононов имеет вид

$$\mathbf{u}\frac{\partial N_0}{\partial\mathbf{r}} = -\frac{\omega}{T}\frac{\partial N_0}{\partial\omega}\mathbf{u}\nabla T = I_{ph,e}(\chi, \varphi). \qquad (82,4)$$

Это уравнение может быть решено в явном виде относительно фононной функции χ. Поскольку $\mathbf{k}$ в этом уравнении — заданная величина, то функция $\chi_\mathbf{k}$ может быть вынесена из содержащего ее интеграла и получается

$$\chi_\mathbf{k} = -\frac{\omega}{T\nu_{ph,\,e}}(\mathbf{u}\nabla T) + \\ + \frac{1}{\nu_{ph,\,e}}\int w\,(n_0' - n_0)\,\delta(\varepsilon - \varepsilon' - \omega)\,(\varphi - \varphi')\,\frac{2d^3p}{(2\pi)^3} \equiv \chi_1 + \chi_2, \tag{82,5}$$

где

$$\nu_{ph,\,e} = \int w\,(n_0' - n_0)\,\delta(\varepsilon - \varepsilon' - \omega)\,\frac{2d^3p}{(2\pi)^3}. \tag{82,6}$$

Легко видеть, что $\chi_2 \gg \chi_1$. Действительно, из определения функции χ_2 видно, что $\chi_2 \sim \varphi$ (интегралы в числителе и знаменателе отличаются только множителем $\varphi - \varphi'$ в подынтегральном выражении). Порядок же величины функции φ определяется кинетическим уравнением для электронов:

$$(\mathbf{v}\nabla T)\,\frac{\partial n_0}{\partial T} = I_{e,\,ph}(\varphi) \sim -\nu_{e,\,ph}\delta\tilde{n} \sim -\nu_{e,\,ph}\frac{\varphi}{T},$$

откуда

$$\varphi \sim \frac{v_F}{\nu_{e,\,ph}}\,|\nabla T|.$$

Эффективная же частота электрон-фононных столкновений оценивается так же, как это было сделано выше для $\nu_{ph,\,e}$; разница состоит лишь в том, что интегрирование по d^3k в интеграле $I_{e,\,ph}$ производится по объему импульсного пространства $\sim (T/u)^3$ (вместо объема $\sim p_F^2T/v_F$ при интегрировании по d^3p в интеграле $I_{ph,\,e}$):

$$\nu_{e,\,ph} \sim T^3/\Theta^2. \tag{82,7}$$

Наконец, заметив, что $\chi_1 \sim |\nabla T|\,u/\nu_{ph,\,e}$, находим

$$\frac{\chi_1}{\chi_2} \sim \frac{u\nu_{e,\,ph}}{v_F\nu_{ph,\,e}} \sim \frac{T^2}{\Theta^2} \ll 1, \tag{82,8}$$

что и требовалось доказать.

При вычислении электро- и теплопроводности (но не термоэлектрического коэффициента — см. ниже) можно пренебречь малой величиной χ_1. Подставив затем выражение $\chi \approx \chi_2$ из (82,5) в электрон-фононный линеаризованный интеграл столкновений (представленный в виде (79,11)), получим

$$I_{e,\,ph}(\varphi,\,\chi) = I_{e,\,ph}^{(1)}(\varphi) + I_{e,\,ph,\,e}(\varphi), \tag{82,9}$$

где $I_{e,\,ph,\,e}(\varphi)$ обозначает результат подстановки χ_2 в интеграл $I_{e,\,ph}^{(2)}(\chi)$. Первый член в (82,9) есть интеграл столкновений электронов с равновесными фононами, а второй можно назвать интегралом столкновений между электронами через посредство фононов.

Введем (как это уже делалось в § 79) в качестве независимых переменных в функции $\varphi(\mathbf{p})$ величину $\eta=\varepsilon-\mu$ и вектор $\mathbf{p}_F$, проведенный в направлении $\mathbf{p}$ и оканчивающийся на ферми-поверхности. Оба члена в (82,9) содержат в своих подынтегральных выражениях разность

$$\varphi(\eta,\ \mathbf{p}_F)-\varphi(\eta',\ \mathbf{p}'_F), \tag{82,10}$$

причем

$$\eta-\eta'=\pm\omega, \quad \mathbf{p}_F-\mathbf{p}'_F=\boldsymbol{\varkappa},$$

где $\boldsymbol{\varkappa}$ — проекция вектора $\mathbf{k}$ на плоскость, касательную к ферми-поверхности в точке $\mathbf{p}_F$.

По переменной $\mathbf{p}_F$ функция $\varphi(\eta,\ \mathbf{p}_F)$ существенно меняется на интервалах $\sim p_F$; разность же $\varkappa\sim k\ll p_F$. В этом смысле зависимость φ от переменной $\mathbf{p}_F$ является медленной, и в первом приближении можно положить в разности (82,10) $\mathbf{p}'_F=\mathbf{p}_F$, т. е. заменить ее на

$$\varphi(\eta,\ \mathbf{p}_F)-\varphi(\eta',\ \mathbf{p}_F). \tag{82,11}$$

Зависимость же от переменной η является сильной в том смысле, что разность $|\eta-\eta'|=\omega\sim T$ совпадает, по порядку величины, с тем интервалом, на котором функция φ существенно меняется.

Обозначим оператор, получающийся из $I_{e,\,ph}$ (82,9) заменой (82,10) на (82,11), через L_0; тогда $I_{e,\,ph}$ представится в виде

$$I_{e,\,ph}(\varphi)=L_0(\varphi)+L_1(\varphi),$$

причем $L_0\gg L_1$. Кинетическое уравнение для электронов (при наличии как электрического поля, так и градиента температуры) имеет вид

$$-\left(e\mathbf{E}+\frac{\eta}{T}\nabla T\right)\mathbf{v}\frac{\partial n_0}{\partial\varepsilon}=L_0(\varphi)+L_1(\varphi). \tag{82,12}$$

Два члена в правой стороне имеют существенно различный физический смысл: первый ответствен за быструю релаксацию по энергии, а второй — за медленную, «диффузионную», релаксацию по направлениям квазиимпульса.

Отметим два очевидных свойства оператора L_0. Во-первых, он обращается в нуль для всякой функции, зависящей только от $\mathbf{p}_F$ (так как обращается в нуль разность (82,11)). Во-вторых, обращается в нуль интеграл

$$\int L_0(\varphi)\,d\eta=0; \tag{82,13}$$

оператор L_0 описывает столкновения с изменением только энергии, и равенство (82,13) означает просто сохранение числа электронов с заданным направлением $\mathbf{p}$.

Будем искать решение кинетического уравнения в виде

$$\varphi(\eta, \mathbf{p}_F) = a(\mathbf{p}_F) + b(\eta, \mathbf{p}_F), \tag{82,14}$$

где $a(\mathbf{p}_F)$—функция только от $\mathbf{p}_F$, причем $|a| \gg |b|$. Тот факт, что функция a (обращающая в нуль часть L_0 интеграла столкновений) велика, выражает собой быстроту процесса релаксации по энергиям. Подставив (82,14) в (82,12) и пренебрегая относительно малым членом $L_1(b)$, получим уравнение

$$-\left(e\mathbf{E} + \frac{\eta}{T}\nabla T\right)\mathbf{v}\frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon} = L_0(b) + L_1(a). \tag{82,15}$$

Оба члена в его правой стороне, вообще говоря, одинакового порядка величины. Но при вычислении коэффициентов электро- или теплопроводности существен каждый раз лишь один из этих членов.

В этом легко убедиться, вспомнив, что линеаризованный электрон-фононный оператор $I_{e,ph}$ (а с ним и операторы L_0 и L_1) при воздействии на функцию $\varphi(\eta, \mathbf{p}_F)$ не меняет ее четности по переменной η[1]). Имея это в виду, разделим функцию φ на четную (φ_g) и нечетную (φ_u) по η части:

$$\varphi_g = a + b_g, \quad \varphi_u = b_u$$

(независящая от η функция a по определению четна). Подставив $\varphi = \varphi_g + \varphi_u$ в (82,15) и отделив нечетные и четные по η члены уравнения, получим два уравнения:

$$-\frac{\eta}{T}\frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon}\mathbf{v}_F \nabla T = L_0(b_u) \tag{82,16}$$

$$-\frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon} e\mathbf{E}\mathbf{v}_F = L_0(b_g) + L_1(a); \tag{82,17}$$

в левой стороне уравнений скорость $\mathbf{v}$ заменена, с достаточной точностью, независящей от η скоростью $\mathbf{v}_F$ на ферми-поверхности. Второе из этих уравнений проинтегрируем еще по η; ввиду свойства (82,13) член с L_0 в результате выпадает и остается

$$e\mathbf{E}\mathbf{v}_F = \int L_1(a)\, d\eta. \tag{82,18}$$

Тепловой поток (при $\mathbf{E} = 0$) целиком определяется решением уравнения (82,16), содержащего только оператор L_0, —как и

[1]) Для оператора $I^{(1)}_{e,ph}$ это было показано в § 79. Мы не будем останавливаться на вполне аналогичном доказательстве для оператора $I_{e,ph,e}$.

следовало ожидать, он зависит от процессов релаксации по энергиям электронов. По решению уравнения (82,16) тепловой поток вычисляется как интеграл

$$\mathbf{q}' = \int \mathbf{v}\eta\delta\tilde{n}\,\frac{2d^3p}{(2\pi)^3} \approx -\int \mathbf{v}_F\eta\,\frac{\partial n_0}{\partial\eta}\,b_u\,\frac{2d^3p}{(2\pi)^3}; \qquad (82,19)$$

четная по η часть функции φ не дает вклада в интеграл ввиду нечетности получающегося под интегралом выражения.

Оператор L_0—основная часть электрон-фононного интеграла столкновений. Отвечающая ему эффективная частота столкновений есть поэтому $\nu_{e,\,ph}$ из (82,7); об этой величине надо, точнее, говорить как об эффективной частоте столкновений по отношению к обмену энергией. Соответствующая длина пробега электронов есть $l \sim v_F/\nu_{e,\,ph}$. Коэффициент же теплопроводности можно оценить по газокинетической формуле (7,10): $\varkappa \sim c\bar{v}lN$. В данном случае N—плотность числа электронов, c—электронная часть теплоемкости (отнесенная к одному электрону проводимости), а $\bar{v} \sim v_F$. Величины N и v_F от температуры не зависят, теплоемкость электронной ферми-жидкости пропорциональна T, а согласно (82,7) длина пробега $l \propto T^{-3}$. Поскольку вычисленный таким образом тепловой поток относится к $\mathbf{E}=0$, коэффициент в нем есть не сам коэффициент теплопроводности $\varkappa$, а сумма $\varkappa' = \varkappa + T\sigma\alpha^2$ (см. (78,3)). Таким образом, $\varkappa' \propto T^{-2}$. Член $T\sigma\alpha^2$, однако, оказывается малым по сравнению с $\varkappa'$ (см. ниже примечание на стр. 417); поэтому и $\varkappa \propto T^{-2}$. Положив для грубой оценки

$$c \sim \frac{m^* p_F T}{N\hbar^3}$$

(обычные единицы; ср. IX, (1, 15)), получим

$$\varkappa \sim \frac{\varepsilon_F p_F}{\hbar^2}\,\frac{\Theta^2}{T^2}. \qquad (82,20)$$

Электропроводность определяется решением уравнения (82,18), содержащего только оператор L_1—как и следовало ожидать, электрический ток зависит от процессов релаксации по направлениям квазиимпульсов электронов. В начале § 81 было отмечено, что эти процессы имеют характер диффузии вдоль ферми-поверхности. В следующем параграфе будет показано, каким образом кинетическое уравнение (82,18) может быть действительно приведено к виду уравнения диффузии. Закон же температурной зависимости электропроводности может быть выяснен уже путем следующих простых рассуждений.

Перемещение вдоль ферми-поверхности происходит малыми скачками—на расстояния $k \sim T/u$; эта величина играет роль «длины свободного пробега» в импульсном пространстве (l_p), частота же «актов рассеяния» совпадает с частотой электрон-фононных столкновений $\nu_{e,ph}$. Коэффициент диффузии вдоль ферми-поверхности можно оценить по газокинетической формуле $D \sim l\bar{v} \sim l^2\nu$, написав в ней l_p и $\nu_{e,ph}$ в качестве l и ν. Таким образом, получим (обычные единицы)

$$D_p \sim \frac{p_F^2\Theta}{\hbar}\left(\frac{T}{\Theta}\right)^5. \qquad (82,21)$$

Отсюда можно найти время релаксации, которое должно фигурировать в оценке электропроводности согласно (78,16): $\sigma \sim e^2Nv_F\tau/p_F$. Это — время, за которое квазиимпульс электрона меняется на величину порядка его самого. Другими словами, за время τ электрон должен продиффундировать вдоль ферми-поверхности на расстояние $\sim p_F$. Но при диффузионном перемещении средний квадрат смещения пропорционален времени (и коэффициенту диффузии). Отсюда находим соотношение $p_F^2 \sim D_p\tau$, и затем для проводимости (обычные единицы):

$$\sigma \sim \frac{\hbar e^2N}{m^*\Theta}\left(\frac{\Theta}{T}\right)^5. \qquad (82,22)$$

Таким образом, при низких температурах проводимость пропорциональна T^{-5} [1]).

Остановимся на вопросе о термоэлектрическом коэффициенте. Ситуация здесь аналогична той, которая имеет место при высоких температурах.

Если вычислить ток $\mathbf{j}$ по функции b_u — решению уравнения (82,16), то ввиду нечетности этой функции по переменной η интеграл обращается в первом приближении в нуль, а отличный от нуля результат получается лишь с учетом следующего по η/ε_F члена разложения подынтегрального выражения. Это приводит (как и при $T \gg \Theta$) к значению термоэлектрического коэффициента (обычные единицы)

$$\alpha^{\mathrm{I}} \sim T/e\varepsilon_F \qquad (82,23)$$

вместо «нормального» порядка величины $\alpha \sim 1/e$ [2]).

Другой вклад в термоэлектрический коэффициент возникнет от отброшенного в (82,5) члена χ_1 в фононной функции χ; этот вклад связан с эффектом увлечения электронов фононами. Если сохранить этот член, то в интеграле столкновений (82,9) добавится член

$$I^{(2)}_{e,ph}(\chi_1) \sim \nu_{e,ph}\chi_1\frac{\partial N_0}{\partial\omega} \sim -\nu_{e,ph}\frac{u\,|\nabla T|}{\nu_{ph,e}T}. \qquad (82,24)$$

---

[1]) Этот результат был впервые получен *Блохом* (*F. Bloch*, 1929).

[2]) Из оценок (82,20—23) видно, что $T\alpha^2\sigma/\varkappa \sim (\Theta/\varepsilon_F)^2 \ll 1$, чем оправдывается сделанное при выводе (82,21) пренебрежение.

Этот член можно перенести затем в левую сторону кинетического уравнения (82,12), где его следует сравнивать с членом

$$-\frac{\partial n_0}{\partial T}\frac{\eta}{T}(\mathbf{v}\nabla T). \qquad (82,25)$$

Член (82,24) мал по сравнению с (82,25) в отношении T^2/Θ^2 (оценка, аналогичная (82,8)). Но учет этого члена приводит к появлению в решении φ кинетического уравнения слагаемого (пропорционального ∇T), которое не будет уже нечетным по η. Поэтому при вычислении соответствующего вклада в ток никаких дополнительных малостей не возникает и в термоэлектрическом коэффициенте появляется слагаемое

$$\alpha^{\text{II}} \sim T^2/e\Theta^2 \qquad (82,26)$$

(*Л. Э. Гуревич*, 1946)[1]).

По мере понижения температуры частота электрон-фононных столкновений уменьшается и в конце концов главная роль в создании электро- и теплосопротивления переходит к столкновениям электронов с примесными атомами. Отметим, что ввиду различной температурной зависимости переход к «остаточному теплосопротивлению» происходит позже, чем переход к остаточному электрическому сопротивлению.

В очень чистых металлах может существовать область температур, в которой кинетические свойства металла определяются электрон-электронными столкновениями. Соответствующая длина свободного пробега в электронной жидкости в металле, как и во всякой другой ферми-жидкости, зависит от температуры как T^{-2}, причем малым параметром разложения является отношение T/ε_F (см. § 75). При $T \sim \varepsilon_F$ этот пробег должен был бы стать $\sim d$, так что

$$l_{ee} \sim d\,(\varepsilon_F/T)^2. \qquad (82,27)$$

Отсюда следует закон температурной зависимости электро- и теплопроводности

$$\sigma \propto T^{-2}, \quad \varkappa \propto T^{-1} \qquad (82,28)$$

---

[1]) Здесь надо сделать следующее замечание. Ввиду малости квазиимпульса фонона, из закона сохранения энергии имеем

$$\varepsilon(\mathbf{p})-\varepsilon(\mathbf{p}-\mathbf{k}) \approx \mathbf{v}_F\mathbf{k} \approx \pm\,\omega(\mathbf{k}),$$

откуда видно, что угол θ между $\mathbf{v}_F$ и $\mathbf{k}$ близок к $\pi/2$: $\cos\theta \sim \omega/v_Fk \sim u/v_F \ll 1$. В изотропном случае направления квазиимпульса $\mathbf{k}$ и скорости $\mathbf{u}$ фонона совпадают, так что мало и произведение $\mathbf{u}\mathbf{v}_F$. Такое же произведение возникает и в интеграле, определяющем ток по функции φ, пропорциональной $\mathbf{u}\nabla T$; это обстоятельство привело бы, в изотропном случае, к дополнительной малости в α^{II}. В анизотропном же кристалле (в том числе кубической симметрии) оснований для появления такой малости, вообще говоря, нет.

(*Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук*, 1936). При понижении температуры эффективная частота ν_{ee} электрон-электронных столкновений убывает медленнее, чем частота электрон-фононных столкновений $\nu_{e,ph}$. Но поскольку малым параметром в ν_{ee} является T/ε_F, а не T/Θ, как в $\nu_{e,ph}$, электрон-электронные столкновения могут стать определяющими лишь при очень низких температурах.

Отметим также, что законы (82,28) могут в принципе относиться к случаям как открытых, так и закрытых ферми-поверхностей. Поскольку квазиимпульсы электронов велики, то необходимость в существовании процессов переброса не является, вообще говоря, в случае закрытых ферми-поверхностей источником какой-либо дополнительной малости.

Задача

Вычислить термоэлектрический коэффициент α для металла с закрытой ферми-поверхностью при низких температурах в пренебрежении процессами переброса.

Решение. Кинетическое уравнение для электронов:

$$-e\mathbf{E}\frac{\partial n_0}{\partial \mathbf{p}}-\frac{\varepsilon-\mu}{T}\frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon}(\mathbf{v}\nabla T)=\mathrm{St}_{e,\,ph}n. \tag{1}$$

Кинетическое уравнение для фононов записываем в виде

$$-\frac{\omega}{T}\frac{\partial N_0}{\partial \mathbf{k}}\nabla T=\mathrm{St}_{ph,\,e}N, \tag{2}$$

заметив, что

$$\mathbf{u}\frac{\partial N_0}{\partial T}=-\frac{\omega}{T}\frac{\partial N_0}{\partial \omega}\mathbf{u}=-\frac{\omega}{T}\frac{\partial N_0}{\partial \mathbf{k}}.$$

Умножим уравнение (1) на $\mathbf{p}$, уравнение (2) на $\mathbf{k}$, проинтегрируем их соответственно по $2d^3p/(2\pi)^3$ и по $d^3k/(2\pi)^3$, после чего сложим оба уравнения почленно. Правая сторона обратится в нуль в силу сохранения суммарного квазиимпульса электронов и фононов в отсутствие процессов переброса. В результате получим

$$\int e\left(\mathbf{E}\frac{\partial n_0}{\partial \mathbf{p}}\right)\mathbf{p}\frac{2d^3p}{(2\pi)^3}+$$
$$+\frac{\nabla T}{3}\int\frac{\varepsilon-\mu}{T}\frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon}(\mathbf{vp})\frac{2d^3p}{(2\pi)^3}+\frac{\nabla T}{3}\int\frac{\omega}{T}\left(\frac{\partial N_0}{\partial \mathbf{k}}\mathbf{k}\right)\frac{d^3k}{(2\pi)^3}=0; \tag{3}$$

второй и третий интегралы записаны в предположении кубической симметрии кристалла.

Первый интеграл в (3) преобразуется как при выводе (81,4) и дает $-e\mathbf{E}(N_e-N_h)$. Второй интеграл вычисляется как при выводе (78,12) и равен $-AT\nabla T$, где

$$A=\frac{\pi^2}{9}\left[\frac{\partial}{\partial\varepsilon}\int\mathbf{vp}\frac{dS}{v(2\pi)^3}\right]_{\varepsilon=\varepsilon_F}$$

(интеграл берется по изоэнергетической поверхности $\varepsilon=\mathrm{const}$). Третий интеграл после преобразования по частям принимает вид

$$-\frac{\nabla T}{3T}\int N_0(3\omega+\mathbf{ku})\frac{d^3k}{(2\pi)^3}$$

(интеграл по поверхности граней ячейки обратной решетки обращается в нуль ввиду быстрого убывания функции N_0 с увеличением ω при низких температурах). Для акустических длинноволновых фононов (которые только и существенны при малых T) скорость $\mathbf{u}$ и отношение $\varkappa = \mathbf{k}/\omega$ зависят только от направления $\mathbf{k}$ (но не от ω). Использовав для интеграла по ω известное выражение, найдем, что третий интеграл в (3) равен $-BT^3\nabla T$, где

$$B = \frac{\pi^4}{15}\sum\int\left(1+\frac{\varkappa\mathbf{u}}{3}\right)\varkappa^2\frac{do_{\mathbf{k}}}{(2\pi)^3}$$

(суммирование по трем акустическим ветвям фононного спектра).

Таким образом, равенство (3) принимает вид

$$-e\mathbf{E}\,(N_e - N_h) = \nabla T\,(AT + BT^3).$$

Сравнив его с (78,1) (при $\mathbf{j}=0$), найдем термоэлектрический коэффициент

$$\alpha = \frac{AT + BT^3}{N_h - N_e}. \tag{4}$$

Условие $\mathbf{j}$ может быть обеспечено должным образом подобранным слагаемым вида (81,1) в решении кинетического уравнения. В соответствии со сказанным в § 81, выражение (4) конечно для некомпенсированного металла, но обращается в бесконечность при $N_e = N_h$.

§ 83. Диффузия электронов по ферми-поверхности

В этом параграфе будет показано, каким образом кинетическое уравнение задачи об электрической проводимости при низких температурах (82,17) может быть приведено к диффузионному виду[1]). Интересуясь только этой задачей, мы будем рассматривать лишь независящую от $\eta = \varepsilon - \mu$ часть функции φ и обозначать ее как $\varphi(\mathbf{p}_F)$ (вместо специального обозначения $a(\mathbf{p}_F)$ в предыдущем параграфе). Как и в § 82, будем иметь в виду случай открытых ферми-поверхностей.

Функция

$$\frac{\delta\tilde{n}}{(2\pi)^3} = -\frac{\partial n_0}{\partial\varepsilon}\frac{\varphi}{(2\pi)^3}$$

есть неравновесная добавка к распределению электронов по импульсному пространству. От него можно перейти к распределению по ферми-поверхности, написав элемент объема d^3p в виде $d\varepsilon\, dS/v$ (74,19), проинтегрировав по $d\varepsilon = d\eta$ и приближенно заменив зависящие от ε элемент площади изоэнергетической поверхности dS и скорость v их значениями dS_F и v_F на ферми-поверхности. Функция φ, по предположению, от ε не зависит, а интегрирование множителя $-\partial n_0/\partial\varepsilon$ дает 1. Таким

[1]) В излагаемом ниже выводе мы следуем *Р. Н. Гуржи* и *А. И. Копелиовичу* (1971).