шероховатости атомных размеров, когда закона сохранения тангенциальных компонент квазиимпульса, строго говоря, уже не существует. Наглядное объяснение состоит в том, что волновая функция скользящего электрона медленно меняется вдоль оси x и потому «не чувствует» атомных шероховатостей поверхности [1]).

Интересно, что значение поверхностного импеданса при предельно аномальном скин-эффекте фактически оказывается вообще малочувствительным к характеру отражения электронов. Так, при диффузном отражении (когда все направления отраженного электрона равновероятны вне зависимости от угла падения) значение импеданса отличается от (86,23) лишь множителем 9/8. Граничное условие при диффузном отражении от плоской поверхности формулируется как $\delta\tilde{n}(v_x > 0,\ v_y,\ v_z) = 0$ при $x = 0$. При этом, однако, метод Фурье оказывается непригодным и решение задачи должно производиться так называемым методом Винера — Хопфа [2]).

§ 87. Скин-эффект в инфракрасной области

Мы рассмотрели, таким образом, два предельных случая скин-эффекта: нормальный эффект, когда наименьшим из трех характерных размеров (δ, l, v_F/ω) является длина пробега l, и аномальный эффект, когда наименьшей является глубина проникновения δ. Теперь мы рассмотрим третий случай, когда наименьшей длиной является

$$v_F/\omega \ll \delta, \quad v_F/\omega \ll l. \tag{87,1}$$

К этому случаю мы приходим естественным образом от аномального скин-эффекта при дальнейшем увеличении частоты; хотя глубина проникновения при этом убывает, но произведение $\omega\delta$ возрастает как $\omega^{2/3}$. В обычных металлах условия (87,1) осуществляются в инфракрасной области.

Условия (87,1) ограничивают область частот снизу. Но справедливость излагаемых ниже результатов, основанных на теории ферми-жидкости, ограничена также и сверху условием $\hbar\omega \ll \varepsilon_F$. Нарушение этого условия приводило бы к возбуждению квазичастиц из глубины ферми-распределения, не имеющих смысла в рамках теории ферми-жидкости.

Для определения связи между током и электрическим полем надо снова обратиться к кинетическому уравнению. Но теперь член с производной по времени в силу условия $\omega \gg v_F/\delta$ велик

---

[1]) Доказательство указанных утверждений можно найти в обзорной статье: *Андреев А. Ф.* — УФН, 1971, т. 105, с. 113.

[2]) См. *Reuter G. E., Sondheimer E. H* — Proc. Roy. Soc., 1948, v. A195, p. 336.

по сравнению с членом с пространственными производными, а в силу условия $\omega \gg v_F/l$ — также и по сравнению с интегралом столкновений. После пренебрежения этими членами кинетическое уравнение принимает вид

$$\frac{\partial\, \delta n}{\partial t} - e\,\mathbf{E}\mathbf{v}\,\frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon} = 0.$$

Написав $\partial\,\delta n/\partial t = -i\omega\,\delta n$, находим отсюда

$$\delta n = -\frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon}\psi, \qquad \psi = \frac{e\,\mathbf{E}\mathbf{v}}{i\omega}. \tag{87,2}$$

Отсутствие в кинетическом уравнении члена с производными по координатам означает отсутствие пространственной дисперсии. В этом смысле скин-эффект снова становится «нормальным». Присутствие члена с производной по времени приводит, однако, к частотной дисперсии проводимости. Ситуация здесь такая же, как при вычислении диэлектрической проницаемости бесстолкновительной плазмы. Отличие состоит лишь в анизотропии металла и в ферми-жидкостных эффектах. Последние проявляются в том, что плотность тока выражается интегралом, зависящим не только от функции распределения δn, но и от функции взаимодействия квазичастиц (электронов проводимости) $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$. Обратим внимание на то, что ввиду наличия в кинетическом уравнении члена $\partial\,\delta n/\partial t$ исключение взаимодействия квазичастиц путем введения эффективной функции распределения $\delta\tilde{n}$ оказывается здесь невозможным.

Согласно (74,21—22), плотность тока выражается через поправку к функции распределения электронов формулой

$$\mathbf{j} = -e\int \mathbf{v}\left[\psi(\mathbf{p}_F) + \int f(\mathbf{p}_F, \mathbf{p}'_F)\,\psi(\mathbf{p}'_F)\,\frac{dS'_F}{v'_F\,(2\pi\hbar)^3}\right]\frac{2dS_F}{(2\pi\hbar)^3},$$

где $\mathbf{v}$ — единичный вектор в направлении скорости $\mathbf{v}_F$, совпадающий с вектором нормали к ферми-поверхности. Подставив сюда функцию ψ из (87,2), найдем связь тока с полем в виде $j_\alpha = \sigma_{\alpha\beta}(\omega)\,E_\beta$, где тензор проводимости

$$\sigma_{\alpha\beta} = -\frac{e^2}{i\,\omega m}\,N^{(\text{эф})}_{\alpha\beta},$$
$$N^{(\text{эф})}_{\alpha\beta} = \int \nu_\alpha\left[v_F\nu_\beta + \int f(\mathbf{p}_F, \mathbf{p}'_F)\,\nu'_\beta\,\frac{dS'_F}{(2\pi\hbar)^3}\right]\frac{2dS_F}{(2\pi\hbar)^3}. \tag{87,3}$$

Симметрия тензора $N^{(\text{эф})}_{\alpha\beta}$ определяется симметрией кристалла (и не зависит от направления поля, как это было в (86,15)). В кристалле кубической симметрии (которую будем предполагать ниже для простоты) этот тензор, а с ним и $\sigma_{\alpha\beta}$, сводится к скаляру, $N_{\alpha\beta}^{(\text{эф})} = N^{(\text{эф})}\delta_{\alpha\beta}$, и тогда

$$\sigma(\omega) = -\frac{e^2}{im\omega} N^{(\text{эф})}. \tag{87,4}$$

Описание свойств металла с помощью этой проводимости можно обычным образом заменить описанием с помощью диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon(\omega) = 1 + i\frac{4\pi\sigma(\omega)}{\omega} = 1 - \frac{4\pi e^2}{m\omega^2} N^{(\text{эф})}. \tag{87,5}$$

Обозначение $N^{(\text{эф})}$ введено по аналогии с известным (см. VIII, § 59) предельным выражением диэлектрической проницаемости при очень больших частотах: $\varepsilon = 1 - 4\pi e^2 N/m\omega^2$, где N — полное число электронов в единице объема вещества. Таким образом, величина $N^{(\text{эф})}$ играет в инфракрасной оптике металлов роль эффективного числа электронов; она зависит от функции взаимодействия электронов проводимости.

Наряду с числом $N^{(\text{эф})}$ целесообразно ввести также и эффективную плазменную частоту

$$\Omega = \left(\frac{4\pi e^2}{m} N^{(\text{эф})}\right)^{1/2}. \tag{87,6}$$

Тогда проводимость запишется в виде

$$\sigma = i\Omega^2/4\pi\omega. \tag{87,7}$$

Величина Ω определяется только параметрами электронного спектра металла; в грубой оценке она совпадает поэтому с параметром $\varepsilon_F/\hbar$ — граничной энергией Ферми. Поскольку излагаемая теория ограничена условием $\hbar\omega \ll \varepsilon_F$, то и $\Omega \gg \omega$.

Проникновение поля в металл описывается уравнением (86,4), которое после подстановки σ из (87,7) принимает вид

$$\mathbf{E}'' - \frac{\Omega^2}{c^2}\mathbf{E} = 0.$$

Его решение, обращающееся в нуль при $x \to \infty$:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-x/\delta}, \qquad \delta = c/\Omega \tag{87,8}$$

(для типичных металлов $c/\Omega \sim 10^{-5}$ см). Таким образом, поле затухает по экспоненциальному закону с независящей от частоты глубиной проникновения. Связь между электрическим и магнитным полями дается теперь (как легко снова убедиться с помощью первого из уравнений (86,3)) соотношением (86,8) с импедансом

$$\zeta = -\frac{i\omega}{c}\delta = -\frac{i\omega}{\Omega}. \tag{87,9}$$

Чисто мнимый импеданс означает полное отражение электромагнитной волны от поверхности металла, без диссипации. Этот результат естествен, поскольку в рассмотренном приближении не учитывались столкновения электронов, являющиеся источником диссипации.

Отметим, что с учетом (87,7) основные условия применимости рассматриваемой теории можно записать как

$$\Omega \gg \omega \gg \Omega v_F/c. \tag{87,10}$$

Левое неравенство обычно совместно с неравенством $\hbar\omega \gg \Theta$ (Θ—дебаевская температура). В этом случае фермиевский параметр v_F и функция f в формуле (87,3) должны браться не на самой ферми-поверхности, а при $|\varepsilon-\varepsilon_F| \gg \Theta$. Как было показано в IX, § 65, электрон-фононное взаимодействие приводит к тому, что v_F в этой области отличается от v_F в области $|\varepsilon-\varepsilon_F| \ll \Theta$ (существенной, например, для статических свойств металла при низких температурах); то же самое относится и к функции взаимодействия квазичастиц f.

§ 88. Геликоидальные волны в металле

Тот факт, что внешнее переменное электромагнитное поле не проникает в глубь металла, означает, другими словами, что в металле невозможно распространение незатухающих электромагнитных волн—с частотами вплоть до плазменной частоты, $\omega \sim \Omega$.

Ситуация, однако, радикально меняется при наличии постоянного магнитного поля **B**. Магнитное поле меняет характер движения электронов и тем самым оказывает сильное влияние на электромагнитные свойства металла. При этом существенно, что движение становится финитным в плоскости, перпендикулярной полю. В сильных полях, когда ларморовский радиус орбиты $r_B \sim cp_F/eB$ становится малым по сравнению с длиной пробега,

$$r_B \ll l \tag{88,1}$$

(или, что то же самое, $\omega_B\tau \gg 1$, где $\omega_B \sim v_F/r_B \sim eB/m^*c$—ларморовская частота, $\tau \sim l/v_F$—время свободного пробега), электрическая проводимость в поперечных к полю направлениях резко уменьшается, стремясь к нулю при $B \to \infty$. Можно сказать, что в этих направлениях металл ведет себя как диэлектрик, в результате чего уменьшается диссипация энергии в волнах с электрическим полем, поляризованным в плоскости, перпендикулярной **B**. Другими словами, становится возможным распространение таких волн как незатухающего (в первом приближении) процесса. При этом допустимые частоты волн ограничены