$\omega=0$, $\mathbf{k}=0$ оно сводится к $\chi(0, 0)=1/4\alpha(T_c-T)$ — в согласии с V, (144,8).

Согласно флуктуационно-диссипационной теореме, обобщенная восприимчивость (101,12) определяет спектральный коррелятор флуктуаций параметра порядка по формуле (в классическом пределе $\hbar\omega \ll T$)

$$(\delta\eta^2)_{\omega\mathbf{k}}=\frac{2T}{\omega}\operatorname{Im}\chi(\omega, \mathbf{k})=\frac{2\gamma T}{\omega^2+\tau_{\mathbf{k}}^{-2}}. \qquad (101,13)$$

Напомним, что это — пространственно-временная фурье-компонента коррелятора $\langle\delta\eta(0, 0)\,\delta\eta(t, \mathbf{r})\rangle$; средние же значения произведений фурье-компонент флуктуаций связаны с функцией $(\delta\eta^2)_{\omega\mathbf{k}}$ соотношением

$$\langle\delta\eta_{\omega\mathbf{k}}\delta\eta_{\omega'\mathbf{k}'}\rangle=(2\pi)^4\,\delta(\omega+\omega')\,\delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}')\,(\delta\eta^2)_{\omega\mathbf{k}}.$$

Интегрирование (101,13) по $d\omega/2\pi$ дает пространственную фурье-компоненту одновременного коррелятора $\langle\delta\eta(0, 0)\,\delta\eta(0, \mathbf{r})\rangle$[1]):

$$(\delta\eta^2)_{\mathbf{k}}=\int(\delta\eta^2)_{\omega\mathbf{k}}\frac{d\omega}{2\pi}=\frac{T}{2gk^2+4\alpha(T_c-T)}. \qquad (101,14)$$

§ 102. Динамическая масштабная инвариантность

Изложенная в предыдущем параграфе теория не учитывает флуктуаций параметра порядка. Поэтому ее применимость ограничена теми же условиями, что и термодинамическая теория фазовых переходов Ландау. Эти условия нарушаются в достаточной близости к точке перехода — во «флуктуационной» области.

В этой области кинетические (как и чисто термодинамические — см. V, § 148) свойства тела могут быть описаны набором «критических индексов», определяющих законы изменения различных величин при приближении к точке перехода. Оказывается возможным получить некоторые соотношения между этими индексами путем распространения на кинетические явления гипотезы масштабной инвариантности, сформулированной для термодинамических свойств в V, § 149; о таком распространении говорят как о *динамической масштабной инвариантности*.

Характер особенности, которую имеют в точке перехода термодинамические величины, зависит от числа компонент параметра порядка, описывающего переход, и от структуры составленного из них эффективного гамильтониана (см. V, § 147). Для кине-

[1]) При сравнении (101,14) с формулой V, (146,8), следует помнить, что в последней рассматриваются компоненты разложения не в интеграл, а в ряд Фурье в конечном объеме V.

тических величин разнообразие возможных случаев возрастает в связи с возможным разнообразием форм «уравнений движения», описывающих релаксацию. Обсудим сначала простейший случай однокомпонентного параметра порядка (*B. I. Halperin, P. C. Hohenberg*, 1969)[1]).

Принципиальный (хотя фактически неосуществимый) путь к определению законов релаксации состоит в вычислении точной (с учетом флуктуаций) обобщенной восприимчивости $\chi(\omega, k; T)$ для параметра порядка η под действием внешнего поля. Ход изменения η со временем при релаксации определяется (как это было объяснено в § 91) особыми точками χ как функции комплексной переменной ω. Если ближайшей к вещественной оси особенностью является простой полюс в точке $\omega = -i\tau^{-1}(k; T)$ на мнимой оси, то каждая фурье-компонента параметра порядка затухает по экспоненциальному закону со временем релаксации $\tau(k; T)$. Наряду с критическими индексами, определяющими поведение термодинамических величин, введем два индекса y и z, характеризующих функцию $\chi(\omega, k; T)$:

$$\tau \propto |T-T_c|^{-y} \quad \text{при} \quad k=0, \tag{102,1}$$

$$\tau \propto k^{-z} \quad \text{при} \quad T=T_c, \tag{102,2}$$

причем $y>0$, $z>0$, поскольку время релаксации становится бесконечным при $k=0$, $T=T_c$.

Представляется весьма правдоподобным утверждать, что вблизи точки фазового перехода второго рода (во флуктуационной области) время релаксации не зависит от температуры, если измерять его в единицах $\tau_0 \equiv \tau(0; T)$, а длины $1/k$ измерять в единицах $r_c(T)$—корреляционного радиуса флуктуаций параметра порядка. Другими словами, функция $\tau(k; T)$ должна иметь вид

$$\tau(k; T) = |T-T_c|^{-y} f(kr_c), \tag{102,3}$$

где функция f зависит от температуры только через посредство $r_c(T)$ в произведении kr_c, а $f(0) = \text{const}$.

Поскольку $r_c \to \infty$ при $T \to T_c$, то в соответствии с определением критического индекса z должно быть $f(\xi) \propto \xi^{-z}$ при $\xi \to \infty$. При этом температурная зависимость τ отделяется в виде произведения

$$|T-T_c|^{-y}|T-T_c|^{z\nu},$$

где ν—критический индекс корреляционного радиуса[2])

$$r_c \propto |T-T_c|^{-\nu}. \tag{102,4}$$

[1]) Речь может идти, например, о релаксации абсолютной величины вектора намагниченности в ферромагнетике (вблизи его точки Кюри), в котором сильные релятивистские взаимодействия фиксируют кристаллографическое направление этого вектора.

[2]) Обозначение критических индексов термодинамических величин здесь и ниже совпадает с их обозначением в V, § 148.

Но τ должно оставаться при $T \to T_c$ (и $k \neq 0$) конечным. Отсюда следует, что должно быть

$$y = z\nu. \tag{102,5}$$

Таким образом, предположение о масштабной инвариантности позволяет связать друг с другом оба индекса в (102,1—2).

Как и в статическом случае, есть все основания полагать, что критические индексы одинаковы по обе стороны точки перехода. Дело в том, что пространственная неоднородность ($k \neq 0$) размывает фазовый переход в том смысле, что устраняет особенности всех величин при $T = T_c$ (в этом отношении неоднородность влияет на фазовый переход так же, как внешнее поле). Другими словами, точка $T = T_c$ теряет свою выделенность, так что нет никаких причин для различия значений индекса z при стремлении T к T_c сверху или снизу. В силу соотношения (102,5), то же самое относится тогда и к индексу y.

Аналогичным образом можно связать с z и другие критические индексы. Рассмотрим, например, зависимость восприимчивости χ от ω при $k = 0$ в точке $T = T_c$.

В соответствии с масштабной инвариантностью, функция $\chi(\omega, k; T_c)$ может быть представлена в виде

$$\chi = |T - T_c|^{-\gamma} f(\omega\tau_0, kr_c), \qquad f(0, 0) = \text{const},$$

где γ — критический индекс для восприимчивости при $k = 0$ и $\omega = 0$. При $k = 0$ и $T \to T_c$ восприимчивость должна стремиться к конечному (при $\omega \neq 0$) пределу. Учитывая, что $\tau_0 \propto |T - T_c|^{-z\nu}$, найдем, что для этого должно быть

$$f(\xi, 0) \propto \xi^{-\gamma/\nu z} \quad \text{при} \quad \xi \to \infty.$$

Тем самым определится искомая зависимость χ от ω:

$$\chi \propto \omega^{-\gamma/\nu z} \quad \text{при} \quad k = 0, \ T = T_c. \tag{102,6}$$

Таким образом, в рассмотренном случае требования масштабной инвариантности позволяют установить определенную связь между кинетическими и термодинамическими критическими индексами, но недостаточны для полного определения первых по последним.

§ 103. Релаксация в жидком гелии вблизи λ-точки

Рассмотрим теперь системы с «вырождением», в которых параметр порядка имеет несколько (n) компонент η_i, но эффективный гамильтониан зависит (в однородной системе) только от суммы их квадратов. Другими словами, если рассматривать совокупность величин η_i как n-мерный вектор, то эффективный гамильтониан не зависит от его направления.