

§ 20. Политропический процесс. Уравнение политропы

Реальные процессы в общем случае нельзя строго представить в виде одного из четырех простейших процессов.

В частности, такого представления не допускают процессы, происходящие в тепловых машинах и изображаемые в виде индикаторной диаграммы, т. е. в виде цикла в $p\upsilon$ -диаграмме.

Однако небольшие отрезки кривых аналитически могут быть определены уравнением

$$p\upsilon^n = \text{const}, \quad (20.1)$$

где n любое, но постоянное, в пределах данного отрезка кривой, число.

Так как n может принимать различные значения, то уравнению (20.1) отвечает множество процессов. В силу этого процессы, описываемые уравнением (20.1), называются политропическими процессами, а само уравнение (20.1) является уравнением политропы (поли — много, тропос — путь).

Простейшие процессы, рассмотренные нами, являются частными случаями политропических процессов. Действительно, положим в уравнение (20.1)

$n = 0$; тогда $p\upsilon^0 = p = \text{const}$ дает изобару;

$n = \pm \infty$; тогда $p\upsilon^{\pm \infty} = \text{const}$, или $p^{\pm \frac{1}{\infty}} \upsilon = \text{const}$, или $p^0 \upsilon = \text{const}$, $\upsilon = \text{const}$ дает изохору;

$n = 1$; тогда $p\upsilon = \text{const}$ дает изотерму идеального газа;

$n = \kappa$; тогда $p\upsilon^\kappa = \text{const}$ дает адиабату идеального газа.

Показатель политропы n определяется путем соответствующей обработки индикаторных диаграмм.

Пусть две точки 1 и 2, лежащие на одной политропе, характеризуются соответственно величинами: p_1, υ_1 и p_2, υ_2 .

Привлечем уравнение политропы (20.1) и прологарифмируем его:

$$\ln p + n \ln \upsilon = \ln C. \quad (20.2)$$

Точки 1 и 2 должны удовлетворять этому уравнению.

Следовательно,

$$\ln p_1 + n \ln v_1 = \ln C; \quad (20.2')$$

$$\ln p_2 + n \ln v_2 = \ln C. \quad (20.2'')$$

Вычтем (20.4) из (20.3). Получим

$$\ln p_1 - \ln p_2 = -n (\ln v_1 - \ln v_2).$$

Если теперь в прямоугольной системе координат нанести на осях $\ln p$ и $\ln v$, то n — показатель политропы — определится как тангенс угла наклона прямой (1—2) к оси абсцисс.

Из рис. 10 следует, что

$$n = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\ln p_1 - \ln p_2}{\ln v_2 - \ln v_1}.$$

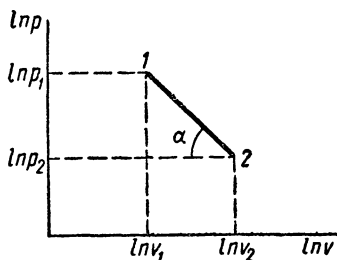


Рис. 10

Правильность разбиения индикаторной диаграммы на отрезки, описываемые политропами, может быть проверена на графике.

Если разбиение произведено правильно, то точки

данного отрезка индикаторной диаграммы должны ложиться в логарифмической системе координат на одну и ту же прямую.

Уравнение политропы (20.1) формально совпадает с уравнением адиабаты для идеального газа (18.14); поэтому можно применять соотношения, полученные для адиабатического процесса, заменив κ на n . В частности, уравнение политропы в других параметрах (не p и v) может быть получено из (18.15) и (18.16)

$$T v^{n-1} = \text{const}, \quad (20.3)$$

$$T p^{-\frac{n-1}{n}} = \text{const}. \quad (20.3')$$

Вычислим теплоемкость политропического процесса. Для этого привлечем (16.10) и учтем, что $n = \text{const}$. Тогда

$$c_n = c_v + T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_n. \quad (20.4)$$

Вычислим производную $\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_n$ из (20.3). Прологариф-

мируем (20.3), а затем продифференцируем полученное выражение. Имеем

$$\frac{dT}{T} + (n-1) \frac{dv}{v} = 0,$$

отсюда

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_n = -\frac{1}{n-1} \frac{v}{T}. \quad (20.5)$$

Производная $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$ определяется выражением (17.13). Подставляем (20.5) и (17.13) в (20.4). Имеем

$$c_n = c_v + T \frac{p}{T} \frac{1}{n-1} \frac{v}{T} = c_v + \frac{R}{n-1}, \quad (20.6)$$

или, в связи с тем, что $R = c_p - c_v$ и $\frac{c_p}{c_v} = \kappa$, окончательно

$$c_n = c_v \frac{n-\kappa}{n-1}. \quad (20.7)$$

Формула (20.7) при соответствующем выборе n приводит к известным выражениям теплоемкостей простейших процессов. Действительно,

$$\begin{aligned} n = 0 \text{ (изобара)}, & \quad c_p = \kappa c_v; \\ n = \pm \infty \text{ (изохора)}, & \quad c_v = c_v; \\ n = 1 \text{ (изотерма)}, & \quad c_T = \infty; \\ n = \kappa \text{ (адиабата)}, & \quad c_s = 0. \end{aligned}$$

§ 21. Термодинамическая шкала температур

Шкалы термометров с различными термометрическими телами различны и отражают физические особенности этих тел. В термодинамике температура является весьма важной физической величиной — термическим потенциалом — и поэтому, естественно, возникает вопрос о построении такой шкалы температур, которая не была бы связана со свойствами какого бы то ни было термометрического вещества. Такого рода шкалу можно считать абсолютной в смысле ее независимости от свойств вещества.

Метод построения абсолютной, термодинамической шкалы температур был разработан в свое время Томсо-