

Фарадея [см. (II.3.12в)],

$$\Delta p = - \frac{\rho l S}{S^2} \frac{d\dot{X}}{dt}. \quad (\text{II.3.15})$$

В связи с этим величина $\rho l S / S^2 = m_a$ является акустическим аналогом индуктивности и называется *акустической массой*.

Таким образом, система электроакустических аналогий содержит следующие соответствия: давление — электрическое напряжение; объемная скорость — электрический ток; электрическое сопротивление — акустическое сопротивление; электрическая емкость — полная акустическая сжимаемость объема; индуктивность — акустическая масса.

Многие задачи расчета низкочастотных акустических устройств успешно могут быть решены с помощью электроакустических аналогий.

§ II.4. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА НЕКОТОРЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Звуковой гриб представляет собой устройство для создания звукового поля звуковых и инфразвуковых частот в жидкости. Он состоит из магнитострикционного стержня, на концах которого прикреплены m_1 и m_2 . Одна из масс (например, m_1) колеблется в воздухе, а другая (m_2) действует на диафрагму находящуюся в воде.

Механическая модель этого устройства представлена на рис. II.4.1, а. В обмотку магнитостриктора подают ток подмагничивания и переменный ток, возбуждающий работу магнитострикционного стержня. Масса m_1 испытывает небольшое сопротивление излучения, которым можно пренебречь, а масса m_2 — волновое сопротивление воды.

Зададим следующие конструктивные данные: длина стержня $l = 0,2$ м; его поперечное сечение $S = 10$ см² = 10^{-3} м²; добротность устройства $Q = 500$; частота излучателя $f = 30$ Гц. Определим отношение m_1/m_2 и значения масс.

Для решения задачи по условному изображению устройства (рис. II.4.1, а) построим символическую схему соединения механических элементов (рис. II.4.1, б) и составим эквивалентную электрическую схему, по которой проведем расчет.

На рис. II.4.1, б изображена механическая схема, состоящая из двух масс, каждая из которых соединена со своими сопротивлениями r_1 и r_2 в узел; между массами расположен стержень с гибкостью c и сопротивлением потерь r , которые соединены в узел. На упругий элемент c действует внешняя сила F .

Используя прямой метод электромеханических аналогий, по схеме рис. II.4.1, б составим электрическую схему (рис. II.4.2, а). Имея в виду, что сопротивлением излучения в воздух можно пренебречь, эту схему легко упростить и представить, как на рис. II.4.2, б. Далее удобно перейти к эквивалентной схеме с последовательным колебательным контуром. Это сделаем рядом преобразований: цепь с последовательным соединением r_2 и $j\omega m_2$ заменим параллельным соединением r_2^* и $j\omega m_2$

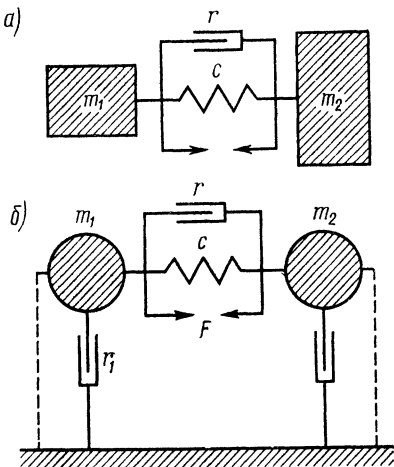


Рис. II.4.1

(рис. II.4.2, в). Так как

$$\frac{1}{r_2^*} + \frac{1}{j\omega m_2} = \frac{1}{j\omega m_2 + r_2},$$

то при $\frac{\omega^2 m_2^2}{r_2} \gg 1$ получим $r_2^* = \frac{\omega^2 m_2^2}{r_2}$. После этого два импеданса, включенные параллельно, заменим одним (рис. II.4.2, в):

$$\frac{1}{j\omega m_2} + \frac{1}{j\omega m_1} = \frac{1}{j\omega m},$$

откуда

$$m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2).$$

Наконец, параллельно включенные импедансы r_2^* и $j\omega m_2$ заменим последовательно включенными r^* и $j\omega m$ (рис. II.4.2, д). Из равенства $\frac{1}{r_2^*} + \frac{1}{j\omega m^*} = \frac{1}{r^* + j\omega m}$ получим при $\omega^2 m^2 / r_2^* \gg 1$

$$r^* = \omega^2 m^2 / r_2^*.$$

Учитывая выражения для m и r_2^* , найдем

$$r^* = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 r_2.$$

При $m_1 \ll m_2$

$$r^* \approx \left(\frac{m_1}{m_2} \right)^2 r_2.$$

Таким образом, эквивалентное сопротивление нагрузки пропорционально квадрату отношения масс.

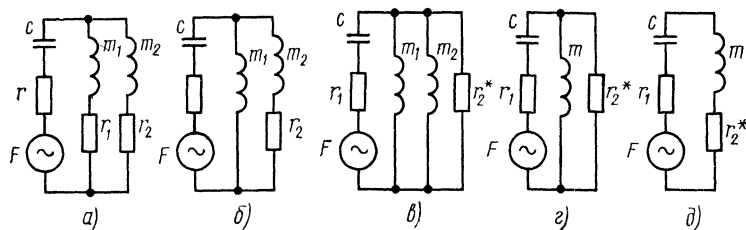


Рис. II.4.2

Известно, что если сопротивление нагрузки равно сопротивлению внутренних потерь, то устройство работает с максимальной отдачей. Для данного случая сопротивление потерь есть потери в магнитострикционном стержне: $r = r^*$, $r = (m_1/m_2)^2 r_2$. Тогда

$$\frac{m_1}{m_2} = \sqrt{\frac{r}{r_2}}. \quad (\text{II.4.1})$$

Сопротивления потерь r_2 и излучения r рассчитаем по данным задачи. Заданы добротность, частота и эквивалентная масса, равная $m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$. Пользуясь (II.3.6), получим

$$r = 2\pi f_0 m_1 / Q. \quad (\text{II.4.2})$$

Чтобы определить массу m_1 , воспользуемся формулой резонансной частоты:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{cm}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{cm_1}}. \quad (\text{II.4.3})$$

Используем закон Гука для однородной деформации растяжения:

$$\sigma = E \xi / l,$$

где ξ — продольное удлинение, E — модуль Юнга, l — длина стержня.

Силу F найдем умножением напряжения σ на площадь поперечного сечения S стержня:

$$F = F\sigma = \frac{ES}{l} \xi.$$

Тогда

$$c = \frac{\xi}{F} = \frac{\xi}{(ES/l)\xi} = \frac{l}{ES}.$$

Воспользовавшись (II.4.3), получим

$$m_1 = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 c} = \frac{ES}{(2\pi f_0)^2 l}.$$

На основании (II.4.2) определяем сопротивление потерь r , зная полное волновое сопротивление воды, находим отношение масс, обеспечивающее работу устройства в заданном режиме.

Резонатор Гельмгольца представляет собой сосуд с коротким горлом. Вследствие резонансных свойств сосуда он действует как глушитель тех частот, на которые приходится резонанс.

При воздействии звуковой волны жидкость в горле сосуда колеблется как поршень, а объем жидкости в сосуде создает необходимую упругость. Таким образом, резонатор Гельмгольца представляет собой колебательную систему, состоящую из массы, упругости и сопротивления потерь. Схематическое изображение механической модели резонатора Гельмгольца дано на рис. II.4.3, а.

Масса колебательной системы, очевидно, равна массе жидкости, заключенной в горле: $m = \rho S h$ (S — площадь поперечного сечения горла, h — высота горла, ρ — плотность жидкости). Жидкость, заключенная в объеме V , действует в системе как упругость. В данном случае упругие свойства жидкости, замкнутой в объеме, определяются величиной, обратной коэффициенту упругости:

$$c = \frac{V}{\rho c_0^2 S^2}, \quad (\text{II.4.4})$$

где c_0 — скорость распространения звука в жидкости.

Коэффициент сопротивления потерь для низкочастотных колебаний приблизительно может быть вычислен по формуле

$$r = 8\eta h / a^2,$$

где η — вязкость жидкости, a — радиус горла резонатора.

Все элементы соединены в узел (рис. II.4.3, б). Поэтому электрическим аналогом системы является последовательное соединение электрических элементов (рис. II.4.4). Механический импеданс этого соединения выражается формулой

$$z = \frac{\rho S}{\xi} = r + j \left(\omega m - \frac{1}{\omega c} \right).$$

Когда реактивная часть импеданса обращается в нуль, наступает резонанс:

$$j \left(\omega m - \frac{1}{\omega c} \right) = 0.$$

Отсюда следует, что резонансная частота определяется массой жидкости, содержащейся в горле резонатора, и податливостью c жидкости, занимающей объем V резонатора:

$$\omega_0 = \sqrt{1/mc}.$$

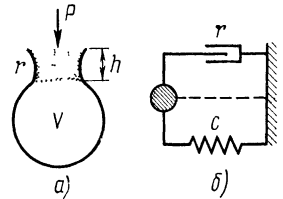


Рис. II.4.3

Учитывая массу жидкости, находящейся в горле резонатора, и выражение для упругой податливости c (II.4.4) жидкости, заполняющей объем V , получим

$$\omega_0 = c_0 \sqrt{S/Vh}. \quad (\text{II.4.5})$$

Найдем коэффициент усиления такого резонатора. Он равен отношению силы F_c , возникающей у основания горла, к силе F , действующей на резонатор (рис. II.4.5):

$$N = \frac{F_c}{F} = \frac{\xi l / (\omega c)}{\xi z_0}. \quad (\text{II.4.6})$$

Здесь

$$z_0 = \sqrt{r^2 + (\omega m - 1/mc)^2} = r \sqrt{1 + Q^2 \gamma^2} \quad (\text{II.4.7})$$

— модуль механического импеданса, где

$$Q = \omega_0 m / r \quad (\text{II.4.8})$$

— добротность; γ — частотная переменная.

Принимая во внимание выражения (II.4.5), (II.4.7) и (II.4.8), получим формулу коэффициента усиления:

$$N = \frac{Q}{n \sqrt{1 + Q^2 \gamma^2}},$$

где $\gamma = n - 1/n$; $n = \omega/\omega_0$; ω_0 — частота резонанса.

Если частота совпадает с резонансной ($n=1$), то N имеет максимальное значение, равное добротности резонатора: $N=Q$.

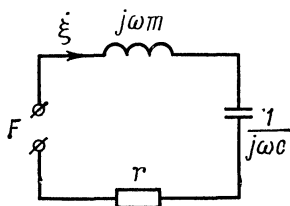


Рис. II.4.4

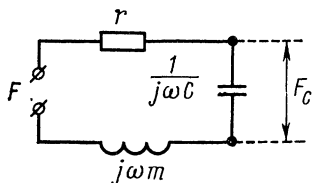


Рис. II.4.5

Для анализа процессов в объемных полостях удобно от сил перейти к давлениям: F и F_c равны произведениям колебательных давлений у входа и основания горла резонатора на площадь поперечного сечения горла. Поэтому коэффициент усиления равен отношению колебательного давления в полости резонатора к колебательному давлению у входного отверстия: $N = p_0/p$.

Из этого следует, что звуковое давление в полости в N раз больше звукового давления у входа в резонатор:

$$p_0 = Np.$$

Если в полость резонатора вставить трубку, конец которой через разветвление подведен к ушам, то можно убедиться, что уровень воспринимаемого звука выше уровня в окружающем пространстве. Усиление будет максимальным на резонансной частоте.

Набор резонаторов различных размеров служил в свое время прекрасным устройством для анализа звука. В технике объемные резонаторы широко используют для звукопоглощения. Если в горле резонатора дополнительно поместить слой звукопоглощающего материала, то поглощение звука резонатором при резонансе заметно возрастет (*резонансный поглотитель*). В строительной технике для эффективного поглощения широко применяют облицовочные плиты с резонансными полостями.

Исследования резонансных поглотителей, методы расчетов специальных звукопоглощающих резонансных устройств и их конструкции впервые были разработаны С. Н. Ржевкиным, В. С. Нестеровым, М. С. Анциферовым и Г. Д. Малюженцем.

Виброизоляционный эффект различных амортизирующих устройств. Для виброизоляции фундамента от колебаний различных механизмов (моторов, насосов, двигателей внутреннего сгорания и т. д.) используют упругие амортизаторы в виде пружин или прокладок из специальных сортов резины и различных амортизирующих устройств.

За меру виброизоляционного эффекта принимают отношение амплитуд колебательной скорости фундамента при введении амортизатора и без него.

Проведем расчет эффекта виброизоляции фундамента для различных видов амортизации.

1. *Виброизоляция с помощью введения упругих амортизаторов* На рис II.4.6, а показана схема установки, где амортизация осуществляется от одного упругого элемента. Здесь амортизируемый механизм с массой M отделен от фундамента упругой прокладкой, коэффициент упругости которой задан и равен $1/c$. Фундамент имеет собственный механический импеданс z_{ϕ} , который может быть комплексным. В расчетах примем z_{ϕ} активным и равным сопротивлению потерь колебательной энергии в фундаменте. На механизм с массой M действует сила, изменяющаяся во времени по гармоническому закону.

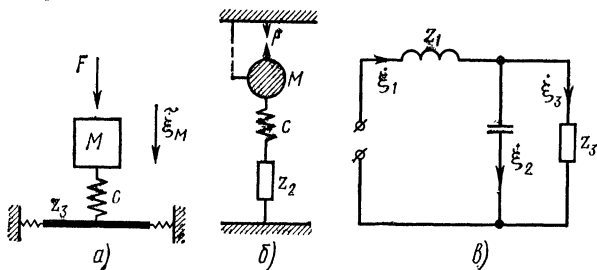


Рис. II.4.6

Рассмотрим случай, когда сила действует в вертикальном направлении. Задачу будем решать с привлечением прямых электромеханических аналогий. Прежде всего изобразим устройство в виде схемы соединения отдельных механических элементов (рис. II.4.6, б). Здесь имеется смешанное соединение элементов механического устройства: гибкость c и импеданс фундамента z_{ϕ} соединены в цепочку; масса и сила, а также цепочка, состоящая из гибкости c и импеданса z_{ϕ} , соединены в узел. По электрической схеме прямых аналогий соединению в узел соответствует последовательное соединение электрических элементов, а соединению в цепочку — их параллельное соединение. Отсюда следует, что аналоговая электрическая схема устройства должна содержать последовательное соединение импеданса, соответствующего массе M , с импедансом механической цепи с параллельным соединением z_{ϕ} и $1/(j\omega c)$ (рис. II.4.6, в). На схеме применены обозначения с использованием символов механических величин. Обозначим для сокращения записей включенные в схему механические импедансы $z_1 = j\omega M$, $z_2 = 1/(j\omega c)$, $z_3 = z_{\phi}$ и найдем силу тока, текущего через импеданс z_3 (токи обозначены символами механической скорости ξ). Так как параллельные ветви с сопротивлениями z_2 и z_3 находятся под одним и тем же напряжением, то токи ξ_2 и ξ_3 обратно пропорциональны сопротивлениям соответствующих ветвей, а их сумма равна полному току в цепи ξ_1 :

$$\frac{\xi_3}{\xi_2} = \frac{z_2}{z_3}, \quad \xi_3 + \xi_2 = \xi_1. \quad (\text{II.4.9})$$

Решая эту систему уравнений, найдем

$$\xi_3 = \frac{z_2}{z_2 + z_3} \xi_1. \quad (\text{II.4.10})$$

Полный ток $\tilde{\xi}_I$ определяется полным сопротивлением цепи:

$$r_{II} = z_1 + \frac{z_2 z_3}{z_2 + z_3} = \frac{z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3}{z_2 + z_3}$$

и напряжением F :

$$\tilde{\xi}_3 = \frac{z_2 + z_3}{z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3} F. \quad (II.4.11)$$

Подставляя (II.4.11) в (II.4.10), найдем

$$\tilde{\xi}_{31} = \frac{z_2}{z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3} F = \frac{1}{z_1 + z_3 + (z_1 z_3)/z_2} F,$$

или, возвращаясь к начальным обозначениям и принимая, что $\dot{\xi}_3 = \dot{\xi}_{zy}$ — скорость колебаний фундамента при амортизации упругостью, получим

$$\tilde{\xi}_{zy} = \frac{F}{j\omega M + z_\phi + \frac{j\omega M z_\phi}{1/(\omega c)}} = \frac{F}{j\omega M + z_\phi (1 - \omega^2 M c)}. \quad (II.4.12)$$

Амплитудное значение $\tilde{\xi}_{zy}$ есть модуль комплексного выражения (II.4.12):

$$\dot{\xi}_{zy} = \frac{F}{\sqrt{z_\phi^2 (1 - \omega^2 M c)^2 + \omega^2 M^2}}.$$

Обозначая $n = \frac{\omega}{\omega_0}$, $\omega^2 M c = n^2$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{M c}}$, найдем выражение для амплитуды скорости колебаний фундамента:

$$\dot{\xi}_{zy} = \frac{F}{\sqrt{z_\phi^2 (1 - n^2)^2 - \omega^2 M^2}} = \frac{F}{\sqrt{z_\phi^2 (1 - n^2)^2 + \omega_0^2 M^2 n^2}}. \quad (II.4.13)$$

При жестком креплении механизма M на тот же фундамент (рис. II.4.7, а) сила F , масса M и импеданс z_ϕ соединены в узел (рис. II.4.7, б). Соответствующая

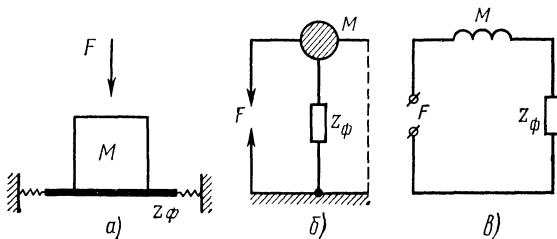


Рис. II.4.7

этому устройству электрическая схема содержит последовательное соединение аналогов силы и механических импедансов системы (рис. II.4.7, в). Механическим аналогом тока является скорость колебаний общая как для массы M , так и для фундамента. Она выражается формулой

$$\tilde{\xi}_{zж} = \frac{F}{j\omega M + z_\phi}. \quad (II.4.14)$$

Ее амплитуда

$$\dot{\xi}_{zж} = \frac{F}{\sqrt{\omega^2 M^2 + z_\phi^2}}.$$

Отношение скорости колебаний фундамента при жестком креплении механизма к скорости колебаний фундамента при наличии упругой связи выражается формулой

$$\frac{\dot{\xi}_{zж}}{\dot{\xi}_{zy}} = \sqrt{\frac{z_\phi^2 (1 - n^2)^2 + \omega_0^2 M^2 n^2}{z_\phi^2 + \omega_0^2 M^2 n^2}}. \quad (II.4.15)$$

Виброизоляционный эффект упругой прокладки есть отношение скоростей (II.4.15), выраженное в децибелах:

$$B_{Iy} = 20 \lg \frac{\dot{\xi}_{zж}}{\dot{\xi}_{zy}} = 10 \lg \frac{z_{\Phi}^2 (1 - n^2)^2 + \omega_0^2 M^2 n^2}{z_{\Phi}^2 + \omega_0^2 M^2 n^2}. \quad (II.4.16)$$

Из формулы вибрационного эффекта упругих амортизаторов можно сделать следующие выводы о роли упругого элемента в виброгашении фундаментов:

а) при низких частотах ($n = \omega/\omega_0 \ll 1$) виброизоляционный эффект упругих амортизаторов равен нулю;

б) на резонансной частоте B_{Iy} отрицателен и определяется формулой

$$B_{Iy} \approx_{n=1} 10 \lg \frac{\omega_0^2 M^2}{z^2 + \omega_0^2 M^2}. \quad (II.4.17)$$

Это значит, что на резонансной частоте скорость фундамента при упругом креплении механизма больше, чем при жестком креплении;

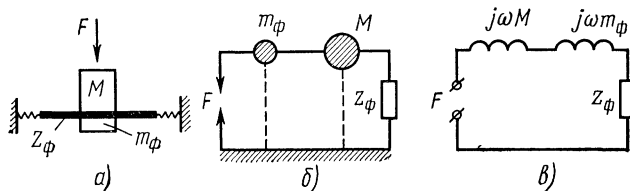


Рис. II.4.8

в) на высоких частотах, т. е. при выполнении условия ($n \gg 1$) виброизоляции, B_{Iy} определяется формулой

$$B_{Iy} = 10 \lg \frac{z_{\Phi}^2 n^2 + \omega_0^2 M^2}{z_{\Phi}^2 + \omega_0^2 M^2 n^2}. \quad (II.4.18)$$

В частности, если импеданс фундамента во много раз больше импеданса виброизолируемого механизма, т. е. выполняется условие $\frac{\omega_0^2 M^2 n^2}{z_{\Phi}^2} \ll 1$, то виброизоляция, вносимая упругостью, может быть вычислена по формуле

$$B_{Iy} \approx 20 \lg n = 20 \lg \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (II.4.19)$$

2. *Виброизоляция, вносимая массой m_{Φ} , подсоединенной к фундаменту.* Если механизм установлен на пластине (протяженная палуба корабля, крышка лабораторного стола и т. п.) (рис. II.4.8, а) с прикрепленной к ней массой m_{Φ} , то нетрудно построить по механической схеме устройства (рис. II.4.8, б) эквивалентную электрическую схему (рис. II.4.8, в). Она отличается от схемы для случая, когда дополнительной массы нет (см. рис. II.4.7, в), только тем, что последовательно с z_{Φ} включен импеданс $j\omega m_{\Phi}$ (рис. II.4.8, в). Таким образом, колебательная скорость фундамента определяется формулой (II.4.13), где вместо массы M механизма надо подставить сумму $M + m_{\Phi}$:

$$\dot{\xi}_{mж} = \frac{F}{\sqrt{\omega^2 (M + m_{\Phi})^2 + z_{\Phi}^2}}. \quad (II.4.20)$$

В этом случае ослабление амплитуды колебательной скорости основания, вносимое массой m_{Φ} , определяется формулой

$$\frac{\dot{\xi}_{zж}}{\dot{\xi}_{mж}} = \sqrt{\frac{\omega^2 (M + m_{\Phi})^2 + z_{\Phi}^2}{\omega^2 M^2 + z_{\Phi}^2}},$$

а виброизоляционный эффект, выраженный в децибелах, — соотношением

$$ВИ = 10 \lg \frac{\omega^2(M + m_\Phi)^2 + z_\Phi^2}{\omega^2 M^2 + z_\Phi^2} = 10 \lg [\omega^2(M + m_\Phi)^2 + z_\Phi^2] - 10 \lg (\omega^2 M^2 + z_\Phi^2). \quad (II.4.21)$$

3. *Виброизоляция упругой прокладкой.* На рис. II.4.9, а показана механическая схема крепления механизма на пластину с дополнительной массой m_Φ . Между механизмом и пластиной имеются упругие прокладки, гибкость которых c . Требуется рассчитать виброизоляционный эффект, вносимый упругостью прокладок этого крепления, относительно жесткого крепления на ту же пластину с дополнительной массой.

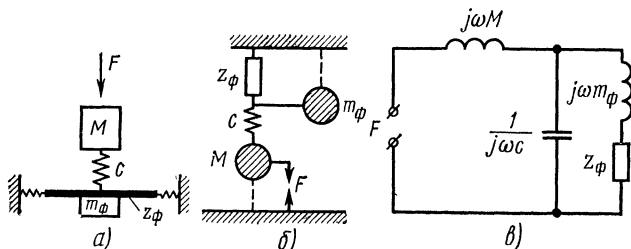


Рис. II.4.9

Составим механическую схему устройства (рис. II.4.9, б) и, пользуясь ею, эквивалентную электрическую схему (рис. II.4.9, в).

Виброизоляционный эффект, вносимый в систему с добавочной массой упругими прокладками, определяется как

$$ВИ = 20 \lg \frac{\dot{\xi}_{mж}}{\dot{\xi}_{m\Phi}}, \quad (II.4.22)$$

где $\dot{\xi}_{mж}$, $\dot{\xi}_{m\Phi}$ — амплитуды скорости колебаний фундамента с дополнительной массой m_Φ при жестком креплении механизма M и посредством упругого амортизатора.

Амплитуда $\dot{\xi}_{mж}$ рассчитана в п. 2 и выражается формулой (II.4.20). Для нахождения амплитуды $\dot{\xi}_{m\Phi}$ обратим внимание на то, что рис. II.4.9, в отличается от рис. II.4.6, в только тем, что в разветвление второй схемы добавлен импеданс $j\omega m_\Phi$, соединенный с импедансом z_Φ последовательно. Поэтому формулы для колебательной скорости $\dot{\xi}_{m\Phi}$ легко получить из (II.4.12) заменой z_Φ на $z_\Phi + j\omega m_\Phi$:

$$\dot{\xi}_{m\Phi} = \frac{F}{j\omega M + (z_\Phi + j\omega m_\Phi)(1 - \omega^2 M c)}.$$

Модуль этого выражения представляется в виде функции

$$\dot{\xi}_{m\Phi} = \frac{F}{\sqrt{z_\Phi^2(1 - n^2)^2 + \omega_0^2 n^2 [M - m_\Phi(n^2 + 1)]^2}}, \quad (II.4.23)$$

где $n = \omega/\omega_0 = \omega\sqrt{Mc}$.

Подставляя в (II.4.22) выражения для скоростей $\dot{\xi}_{mж}$ и $\dot{\xi}_{m\Phi}$, получим

$$ВИ' = 10 \lg \frac{z_\Phi^2(1 - n^2)^2 + \omega_0^2 n^2 [M - m_\Phi(n^2 - 1)]^2}{z_\Phi^2 + \omega_0^2 n^2 (M + m_\Phi)^2}, \quad (II.4.24)$$

В частности, для высоких частот ($n \gg 1$)

$$ВИ' \approx 10 \lg \frac{z_\Phi^2 n^4 + \omega_0^2 n^2 (M - m_\Phi n^2)^2}{z_\Phi^2 + \omega_0^2 n^2 (M + m_\Phi)^2},$$

или

$$VI' = 20 \lg |1 - n^2| + 10 \lg \frac{z_{\phi}^2 + \omega_0^2 n^2 m_{\phi}^2}{z_{\phi}^2 + \omega_0^2 n^2 (M + m_{\phi})^2}, \quad (\text{II.4.25})$$

где $n = \omega/\omega_0$; $\omega_0 = \sqrt{1/(Mc)}$; z_{ϕ} — импеданс фундамента; m_{ϕ} — масса, присоединенная к фундаменту.

4. *Виброизоляционный эффект при двухъярусном креплении механизма.* Рассмотрим эффект виброизоляции, когда к системе с упругим элементом c_1 присоединены дополнительная масса и дополнительная упругость (рис. II.4.10, а).

Здесь импедансы z_{ϕ} и $1/(j\omega c_2)$, а также масса m_1 и гибкость c_1 соединены в цепочку. Эти две цепочки соединены с массой m_2 в узел (рис. II.4.10, б). Скорости движения элементов системы и механические силы, действующие на отдельные элементы, должны удовлетворять дифференциальным уравнениям, которые согласно правилам прямых электромеханических аналогий можно составить для электрических напряжений и токов эквивалентной электрической цепи. Эта электрическая цепь изображена на рис. II.4.10, в, где напряжение, индуктивность и емкости отмечены символами механических сил, масс и гибкостей соответствующих элементов системы, причем соединению механических элементов в узел отвечает последовательное соединение электрической цепи, а соединению в цепочку — параллельное.

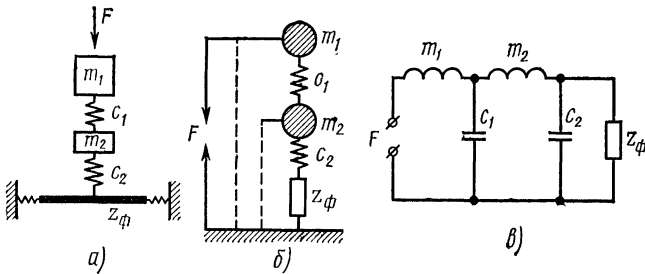


Рис. II.4.10

Найдем выражение колебательной скорости через механическую силу и импеданс z_{ϕ} для частот, лежащих выше частот резонансов. В этой области частот можно пренебречь механическим трением в опорах и механическими импедансами упругих элементов. Тогда виброизоляционный эффект двухъярусного крепления механизма по отношению к жесткому соединению выражается формулой

$$VI_{зд} = 20 \lg \frac{\xi_{зж}}{\xi_{зд}},$$

где $\xi_{зж}$ — скорость основания при жестком креплении, которая выражается формулой (II.4.14) при замене M на m_1 ; $\xi_{зд}$ — скорость при двухъярусном креплении.

Для вычисления колебательной скорости основания в случае двухъярусного крепления (рис. II.4.10, в) поступим следующим образом: найдем импеданс, соответствующий скорости движения, массы m_1 механизма при зажатой массе m_2 (т. е. при $\xi_2 = 0$):

$$z_1 = j\omega m_1 + \frac{1}{j\omega c_1}.$$

Для частот $\omega \gg \omega_1 = \sqrt{1/(m_1 c_1)}$

$$z_1 \approx j\omega m_1.$$

Скорость движения механизма равна

$$\dot{\xi}_1 = \frac{F}{z_1} = \frac{F}{j\omega m_1}.$$

Сила, действующая на упругий элемент c_1 при разорванной ветви соседнего контура (m_2, c_2), определяется формулой

$$F_1 = \dot{\xi}_1 \frac{1}{j\omega c_1} = -F \frac{1}{n_1^2},$$

где $n_1 = \frac{\omega}{\omega_1}$, $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{m_1 c_1}}$.

Сила F_1 , действуя на массу m_2 и последующие элементы цепи, вызывает движение массы m_2 . Скорость этого движения определяется выражением

$$\dot{\xi}_2 = \frac{F_1}{z_2},$$

где z_2 — импеданс смешанного соединения элементов, входящих в правую часть схемы рис. II.4.10, в:

$$z_2 = j\omega m_2 + \frac{z/(j\omega c_2)}{z + 1/(j\omega c_2)}.$$

Если импеданс фундамента значительно больше импеданса упругого элемента ($z_\Phi \gg \frac{1}{j\omega c}$) и $\omega m_2 \gg \frac{1}{\omega c_2}$, то $z_2 \approx j\omega m_2$.

Сила, действующая на упругий элемент, при условии неподвижного основания ($\dot{\xi}_z = 0$) равна

$$F_z = \ddot{\xi}_2 z' \approx \ddot{\xi}_2 \frac{1}{j\omega c_2},$$

где $z' = \frac{z(j\omega c_2)}{z + 1/(j\omega c_2)} \approx \frac{1}{j\omega c_2}$.

Подставляя сюда выражения для $\ddot{\xi}_2$ и F_1 , получим $F_z = \dot{\xi}_1 \frac{1}{j\omega c_2} = \frac{F_1}{j\omega m_2} \frac{1}{j\omega c_2} = -\frac{F}{n_1^2} \frac{1}{(-\omega^2 m_2 c_2)} = \frac{F}{n_1^2 n_2^2}$.

Наконец, скорость колебания фундамента при двухъярусном креплении механизма для $\omega > \omega_1$, $\omega > \omega_2$, $z \gg \frac{1}{j\omega c_2}$, $j\omega m_1 \gg \frac{1}{j\omega c_1}$ равна

$$\dot{\xi}_{дз} = \frac{F_z}{z} = \frac{F}{n_1^2 n_2^2 z}.$$

Учитывая (II.4.14), находим для двухъярусного крепления виброизоляцию при высоких частотах

$$VI_{зд} = 20 \lg \frac{\dot{\xi}_{жз}}{\dot{\xi}_{дз}} \underset{\substack{n^2 \gg 1 \\ |z| \gg \frac{1}{\omega c_2}}}{\approx} 20 \lg \frac{n_1^2 n_2^2 |z|}{\sqrt{(\omega m_1)^2 + z^2}} = 10 \ln \frac{n_1^4 n_2^4 z^2}{n_1^2 \omega_1^2 m_1^2 + z^2}. \quad (II.4.26)$$

Когда частота вынужденных колебаний близка к резонансной, расчет виброизоляционного эффекта следует проводить по более точным формулам, которые могут быть найдены при полном анализе схемы, изображенной на рис. II.4.10, в [3]. Оказывается, эффект виброизоляции при двухъярусном креплении для низких частот может иметь отрицательный знак, т. е. привести к усилению колебаний фундамента.