ГЛАВА III

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ ДЛЯ РАСЧЕТА НИЗКОЧАСТОТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ

§ III.1. АКУСТИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ЗВУКОПРОВОДОВ

Многие акустические устройства выполнены в виде труб с различными сочленениями: расширениями, камерами, отводными каналами и т. д. Общая теория распространения звука в таких устройствах сложна. Однако, если неоднородности звукопровода меньше длины волны, их можно рассматривать как элементы с сосредоточенными параметрами. Весь звукопровод в этом случае состоит из отрезков волноводов, имеющих участки с сосредоточенными параметрами.

Отрезки труб, сужения, расширения, заслонки, щели и другие части звукопроводов в приближенной теории называют *акустическими элементами*. Каждый акустический элемент можно сопоставить с электрическим аналогом в виде элемента электрической схемы.

Для отрезка трубы или акустического волновода применимы понятия, установившиеся в теории длинных линий. Расчет полного звукопровода ведут по методу входного акустического импеданса. В дальнейшем будем придерживаться следующих обозначений: p — комплексная амплитуда звукового давления; $\dot{\xi}$ — комплексная амплитуда колебательной скорости; $\dot{X}$ — амплитуда объемной скорости; S, σ — площадь поперечного сечения звукопровода; m — механическая масса; $c_{\text{м}}$ — механическая гибкость; $c_{\text{а}}$ — акустическая гибкость; $m_{\text{а}}$ — акустическая масса; ρ — средняя плотность жидкости; l — длина трубопровода; E — кинетическая энергия; Φ — потенциал скорости; $K_{\text{а}}$ — акустическая проводимость; z — механический импеданс; $z_{\text{а}}$ — акустический импеданс; V — объем; η — сдвиговая вязкость.

Согласно системе электроакустических аналогий, акустический импеданс определяют, как отношение комплексных амплитуд давления и объемной скорости:

$$z_{\text{а}} = \frac{p}{\dot{X}}. \qquad \text{(III.1.1)}$$

Между акустическими и механическими параметрами системы существуют соотношения:

$$z_{\text{а}} = \frac{F/S}{\dot{\xi}S} = \frac{F/\dot{\xi}}{S^2} = \frac{z}{S^2}; \quad m_{\text{а}} = \frac{m}{S^2}; \quad c_{\text{а}} = c_{\text{м}}S^2. \qquad \text{(III.1.2)}$$

Рассмотрим формулы, определяющие указанные параметры для некоторых частных случаев низкочастотных акустических систем.

§ III.2. АКУСТИЧЕСКИЕ МАССА И ПРОВОДИМОСТЬ

Акустические масса и проводимость участка трубы. Допустим, что в трубе постоянного сечения распространяется плоская волна. Если рассматривать участок трубы длиной во много раз меньшей, чем длина волны, то на нем жидкость движется как одно целое, т. е. она несжимаема. Кинетическая энергия жидкости, заполняющей этот участок трубы, равна $\rho Sl\xi^2/2$. Введем вместо линейной скорости $\dot{\xi}$ объемную $\dot{X}$ и получим

$$W_к = \frac{1}{2}\frac{\rho}{S/l}X^2 = \frac{1}{2}m_а\dot{X}^2, \qquad (III.2.1)$$

где $m_а = \frac{\rho l}{S}, \ \frac{кг}{м^4}$. (III.2.2)

По аналогии с обычной формулой кинетической энергии величину $m_а$ называют *акустической массой* отрезка l трубы, имеющей сечение S_0.

Соотношение (III.2.2) по своему виду напоминает формулу сопротивления постоянному току участка проводника площадью поперечного сечения S и длиной l.

Проводимость участка цепи аналогична величине, обратной акустической массе:

$$\frac{1}{m_а} = \frac{S/l}{\rho}. \qquad (III.2.3)$$

Отношение плотности ρ жидкости к акустической массе $m_а$ называют *акустической проводимостью* элемента звукопровода. В частности, как это видно из (III.2.3), акустическая проводимость участка трубы

$$K_l = \frac{S}{l}. \qquad (III.2.4)$$

Учет краевых эффектов. Если поместить в плоское акустическое поле короткий отрезок трубы с открытыми концами, то возникает искажение звуковой волны. Звуковая волна возбудит колебательное движение жидкости так, что сама труба будет действовать как акустический диполь. Полная акустическая масса в этом случае состоит из акустической массы (III.2.2) и присоединенной массы излучения.

Для низких частот присоединенную массу можно рассчитать, пользуясь методами гидродинамики несжимаемой жидкости. С этой целью найдем кинетическую энергию поля вблизи краев отрезка трубы:

$$E_к = \rho\int\limits_V \frac{v^2}{2}dV,$$

где интегрирование проводят по объему внешних частей пространства, для которых скорость v определяют формулами поля дипольного источника.

Для трубы эллиптического сечения с фланцем (труба вставлена в отверстие безграничного экрана) кинетическую энергию движения жидкости, прилегающей к отверстию трубы, вычисляют по формуле [13]

$$E_к = \frac{\rho}{2}\sqrt{\frac{\pi}{4S}}\left(1 + \frac{e^4}{64} + \frac{e^8}{64} + \dots\right)^{-1}\dot{X}^2,$$

где e — эксцентриситет эллипса.

Таким образом, присоединенная акустическая масса конца трубы с эллиптическим отверстием равна

$$m_а(\text{эл}) = \frac{\rho}{2}\sqrt{\frac{\pi}{S}}\left(1+\frac{e^4}{64}+\frac{e^8}{64}+\ldots\right)^{-1}, \tag{III.2.5}$$

а акустическая проводимость

$$\frac{\rho}{m_{а\,(\text{эл})}} = K_{\text{эл}} = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}\left(1+\frac{e^4}{64}+\frac{e^8}{64}+\ldots\right). \tag{III.2.6}$$

В частности, акустическая проводимость круглого отверстия ($e=0$)

$$K_0 = 2\sqrt{\frac{\pi d^2}{4\pi}} = d. \tag{III.2.7}$$

Следовательно, акустическая масса конца круглой трубы

$$m_{а_0} = \frac{\rho}{K_0} = \frac{\rho}{d}.$$

Акустическая масса отрезка трубы, вставленной в экран, состоит из суммы акустической массы внутренней части жидкости $m_{аl}$ и акустической массы отверстия $m_{а_0}$:

$$m_а = \rho\left(\frac{1}{K_l}+\frac{1}{K_0}\right) = \frac{\rho}{K},$$

где K — полная акустическая проводимость отрезка трубы с учетом краевых эффектов:

$$K = \frac{K_l K_0}{K_l + K_0} = \frac{\pi d^2/4}{l + \pi d/4}. \tag{III.2.8}$$

Из сравнения (III.2.8) и (III.2.4) видно, что если в формуле акустической проводимости участка трубы длиной l учесть краевые эффекты, то достаточно к l добавить отрезок, равный четверти периметра трубы.

В общем виде формулы проводимости неоднородного участка звукопровода можно получить, выполнив следующие операции. Используя граничные условия для области, лежащей вблизи неоднородности, необходимо найти потенциал скорости для той части потока, которая может считаться несжимаемой (линейные размеры этой области меньше, чем длина волны).

Определив градиент потенциала, записываем формулу кинетической энергии:

$$E_к = \frac{\rho}{2}\int_V (\nabla\Phi)^2\,dV.$$

Зная распределение скоростей в области, занимаемой неоднородностью звукопровода, можно найти среднюю объемную скорость для характерного сечения неоднородности:

$$\dot{X} = \frac{1}{S}\int_{y_1}^{y_2}\int_{z_1}^{z_2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\,\mathrm{n}_x\right)dy\,dz. \tag{III.2.9}$$

Представив кинетическую энергию посредством формулы $E_к = \frac{1}{2} m_а \dot{X}^2 = \frac{1}{2} \frac{\rho}{K} \dot{X}^2$, найдем общую формулу для вычисления проводимости, соответствующей той или иной неоднородности звукового поля:

$$K = \frac{\rho \dot{X}^2}{2E_к} = \frac{\left(\frac{1}{S} \int\limits_y \int\limits_z \frac{\partial \Phi}{\partial x} n_x \, dy \, dz \right)^2}{\int\limits_x \int\limits_y \int\limits_z \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 dx \, dy \, dz}.$$

В частности, для проводимости круглого отверстия, расположенного в прямой трубе, получена [13] формула

$$K = f\left(\frac{d}{D}\right) d, \qquad \text{(III.2.10)}$$

где $f(d/D)$ — функция Фока, имеющая следующий вид:

$$f\left(\frac{d}{D}\right) = \left[1 - 1{,}4093\left(\frac{d}{D}\right) + 0{,}3382\left(\frac{d}{D}\right)^3 + 0{,}0579\left(\frac{d}{D}\right)^5 + \ldots\right]^{-1} \approx$$

$$\approx \left[1 - 1{,}41\frac{d}{D} + 0{,}39\left(\frac{d}{D}\right)^3\right]^{-1}. \qquad \text{(III.2.11)}$$

Нестеровым [13] проведена экспериментальная проверка теории Фока. Эта проверка дала хорошее согласование выводов теории с экспериментальными результатами.

§ III.3. АКУСТИЧЕСКАЯ ПОДАТЛИВОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ ЗВУКОПРОВОДА

Входной импеданс трубы, закрытой жесткой стенкой, равен

$$z_{вх} = \frac{\rho c S}{j \operatorname{tg}(\omega l / c)}.$$

Для случая, когда длина трубы l значительно меньше длины волны λ, тангенс можно заменить его аргументом:

$$z_{вх} = \frac{\rho c S}{j\omega l / c} = \frac{1}{j\omega V / (\rho c^2 S^2)}.$$

Сравнивая полученный результат с формулой емкостного сопротивления $z = 1/(j\omega c)$, получаем

$$z_{вх} = \frac{1}{j\omega c} = \frac{1}{j\omega V / (\rho c^2 S^2)}.$$

Следовательно, отрезок трубы, закрытой на одном конце жесткой стенкой, при низких частотах действует как механическая податливость:

$$\frac{dx}{dF} = c_м = \frac{V}{\rho c^2 S^2} = c_а / S^2, \qquad \text{(III.3.1)}$$