Представив кинетическую энергию посредством формулы $E_к = \frac{1}{2} m_а \dot{X}^2 = \frac{1}{2} \frac{\rho}{K} \dot{X}^2$, найдем общую формулу для вычисления проводимости, соответствующей той или иной неоднородности звукового поля:

$$K = \frac{\rho \dot{X}^2}{2E_к} = \frac{\left(\frac{1}{S} \int\limits_y \int\limits_z \frac{\partial \Phi}{\partial x} n_x \, dy \, dz \right)^2}{\int\limits_x \int\limits_y \int\limits_z \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 dx \, dy \, dz}.$$

В частности, для проводимости круглого отверстия, расположенного в прямой трубе, получена [13] формула

$$K = f\left(\frac{d}{D}\right) d, \qquad (III.2.10)$$

где $f(d/D)$ — функция Фока, имеющая следующий вид:

$$f\left(\frac{d}{D}\right) = \left[1 - 1{,}4093\left(\frac{d}{D}\right) + 0{,}3382\left(\frac{d}{D}\right)^3 + 0{,}0579\left(\frac{d}{D}\right)^5 + \ldots\right]^{-1} \approx$$
$$\approx \left[1 - 1{,}41 \frac{d}{D} + 0{,}39\left(\frac{d}{D}\right)^3\right]^{-1}. \qquad (III.2.11)$$

Нестеровым [13] проведена экспериментальная проверка теории Фока. Эта проверка дала хорошее согласование выводов теории с экспериментальными результатами.

§ III.3. АКУСТИЧЕСКАЯ ПОДАТЛИВОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ ЗВУКОПРОВОДА

Входной импеданс трубы, закрытой жесткой стенкой, равен

$$z_{вх} = \frac{\rho c S}{j \operatorname{tg}(\omega l / c)}.$$

Для случая, когда длина трубы l значительно меньше длины волны λ, тангенс можно заменить его аргументом:

$$z_{вх} = \frac{\rho c S}{j \omega l / c} = \frac{1}{j \omega V / (\rho c^2 S^2)}.$$

Сравнивая полученный результат с формулой емкостного сопротивления $z = 1/(j\omega c)$, получаем

$$z_{вх} = \frac{1}{j \omega c} = \frac{1}{j \omega V / (\rho c^2 S^2)}.$$

Следовательно, отрезок трубы, закрытой на одном конце жесткой стенкой, при низких частотах действует как механическая податливость:

$$\frac{dx}{dF} = c_м = \frac{V}{\rho c^2 S^2} = c_а / S^2, \qquad (III.3.1)$$

где

$$c_а = V/(\rho c^2) \qquad \text{(III.3.2)}$$

— акустическая податливость.

Таким образом, простейшим устройством, имеющим только механическую гибкость, является малый отрезок трубы с жестким дном. Разумеется, в данном случае мы отвлекаемся от присоединенной массы, возникающей за счет краевого эффекта и активного сопротивления потерь и излучения.

Покажем, что формула (III.3.1) выполняется не только для короткого цилиндра, но и для объема произвольной формы, если его линейные размеры значительно меньше длины звуковой волны. Известно, что если замкнутый объем жидкости или газа уменьшается на $\delta V/V$, то стенки, ограничивающие этот объем, испытывают изменение давления

$$\delta p = -\frac{1}{\beta_S}\frac{\delta V}{V},$$

где β_S — коэффициент адиабатической сжимаемости среды, который связан со скоростью звука соотношением $\beta_S = 1/(\rho c^2)$.

Подставляя выражение коэффициента адиабатической сжимаемости формулу для приращения давления, получаем

$$\delta p = -c^2\rho\frac{\delta V}{V}. \qquad \text{(III.3.3)}$$

Согласно системе электроакустических аналогий, электрическим аналогом формулы (III.3.3) является выражение

$$\delta U = -\frac{1}{C}\delta q, \qquad \text{(III.3.4)}$$

где δU — напряжение — аналог давления δp; заряд δq на конденсаторе — аналог объема δV; C — электрическая емкость проводника — аналог акустической податливости $c_а$:

$$c_а = \frac{V}{\rho c^2}. \qquad \text{(III.3.5)}$$

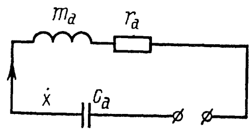

Рис. III.3.1

В качестве примера рассмотрим расчет входного акустического импеданса резонатора Гельмгольца. Обозначим акустическое сопротивление в горле резонатора $r_а$; плотность газа в резонаторе ρ; объем резонатора V; диаметр горла резонатора d; акустическую проводимость горла K; площадь отверстия в резонаторе S; длину горла l. Электрическая схема, соответствующая этому устройству, представлена на рис. III.3.1. Параметры схемы следующие:

$$r_а;\ m_а = \frac{\rho}{K};\quad c_а = \frac{V}{\rho c^2};\quad K = \frac{S}{l + 0{,}2\pi d}.$$

Пользуясь ими, находим комплексный импеданс резонатора:

$$z_а = r_а + j\omega m_а + \frac{1}{j\omega c_а} = r_а + j\omega\frac{\rho}{K} + \frac{\rho c^2}{j\omega V}. \qquad \text{(III.3.6)}$$