

Если радиус трубы значительно меньше глубины проникновения вязких стоксовских волн, то реактивной частью импеданса можно пренебречь. В этом случае импеданс трубы имеет только активную составляющую, которая не зависит от частоты:

$$z \approx x \approx \frac{8\eta l}{a^2}. \quad (\text{III.4.12})$$

В прикладной акустике в качестве элемента активного сопротивления применяют активное сопротивление тонкой трубки (III.4.12).

Для случая, когда модуль фактора $|ka|$ удовлетворяет неравенству

$$1 < |ka| = 2a \sqrt{\frac{\omega\rho}{\eta}} < 10, \quad (\text{III.4.13})$$

можно получить следующее приближенное выражение импеданса трубы при условии, когда $(\delta/a)^2 \ll 1$:

$$z \approx j\omega\rho l \left(1 + \frac{\delta}{a}\right) + \rho c' l \left(1 + \frac{2\delta}{a}\right), \quad (\text{III.4.14})$$

$$Z = zS = X + jY,$$

где $j\omega\rho l$ — удельное инерционное сопротивление жидкости, заполняющей трубу; $X = \rho c' l (1 + (2\delta)/a)S$; $Y = \omega\rho l (1 + \delta/a)S$; $c' = \sqrt{(2\eta\omega)/\rho}$; $\delta = \sqrt{(\omega\rho)/(2\eta)}$.

Выражение (III.4.14) показывает, что пристеночный слой вследствие вязкости вносит дополнительное сопротивление $\omega\rho l\delta/a$. Поскольку формула верна для отношений δ/a , близких к 0,1, следует считать, что это сопротивление не играет существенной роли: при $\delta/a \approx 0,2$ приближение $(\delta/a)^2 \ll 1$ не имеет места и формула теряет смысл.

Наряду с инерционным сопротивлением пристеночный вязкий слой создает активное сопротивление, которое приблизительно равно удельному волновому сопротивлению стоксовских волн, умноженному на длину трубы. Потери колебательной энергии, рассчитанные на полное сечение трубы, определяют как

$$W = \frac{X |\langle v \rangle|^2}{2} = \frac{1}{2} \rho c' l S |\langle v \rangle|^2,$$

где $|\langle v \rangle|^2$ — квадрат средней скорости движения частиц.

§ III.5. КОРРЕКТИРУЮЩИЕ КОНТУРЫ И ИХ АКУСТИЧЕСКИЕ АНАЛОГИ

В электротехнике принято называть *корректирующим контуром* дополнительную часть общей цепи, обеспечивающую сглаживание частотной характеристики выходного сигнала. Отношение напряжения на нагрузке к напряжению на входе цепи называют *коэффициентом передачи напряжения*:

$$K_U(\omega) = \frac{U_H}{U_{ВХ}}.$$

Отношение силы тока в нагрузке к напряжению на входе называют *коэффициентом передачи тока*:

$$K_I(\omega) = \frac{I_H}{U_{вх}}.$$

Между коэффициентами передачи тока и напряжения существует связь:

$$K_I = \frac{1}{Z_H} K_U.$$

Зная частотную зависимость коэффициентов передачи, легко найти частотные характеристики напряжения и тока на выходе:

$$U_H(\omega) = K_U(\omega) U_{вх}; \quad I_H(\omega) = K_I(\omega) U_{вх}. \quad (\text{III.5.1})$$

Существует два типа корректирующих контуров: параллельный и последовательный. В первом типе осуществляется шунтирование импеданса нагрузки цепочкой, состоящей из комбинации индуктивности, емкости и сопротивления. Во втором совершают последовательное подключение корректирующей цепочки.

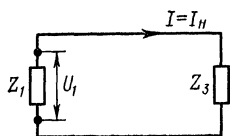


Рис. III.5.1

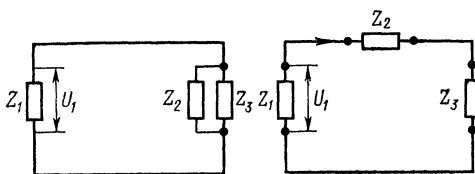


Рис. III.5.2

Пусть электрическая цепь состоит из генератора и двух последовательно включенных импедансов Z_1 и Z_3 (рис. III.5.1). Первый назовем входным, а второй — выходным.

Параллельный корректирующий контур Z_2 шунтирует импеданс нагрузки (см. рис. III.5.2, а). Выходной ток, протекающий через импеданс Z_3 , до подключения корректирующего контура равен

$$I_3 = \frac{U_1}{Z_1 + Z_3}$$

и после подключения корректирующего контура определяется зависимостью

$$I_3 = \frac{U_1 Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}.$$

Коэффициент передачи параллельного корректирующего контура

$$K_I(\omega) = \frac{I_3}{U_1} = \frac{Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}. \quad (\text{III.5.2})$$

При последовательном подключении корректирующего контура (рис. III.5.2, б) коэффициент передачи имеет вид

$$K_I(\omega) = \frac{1}{Z_1 + Z_2 + Z_3}. \quad (\text{III.5.3})$$

Из (III.5.2) и (III.5.3) следует, что при последовательном соединении корректирующий импеданс влияет на характеристику коэффициента передачи тем больше, чем больше импеданс корректирующего контура по сравнению с суммой входного импеданса и импеданса нагрузки. При $Z_2 \gg Z_1 + Z_3$ характеристика коэффициента передачи по току приближается к характеристике комплексной проводимости корректирующего контура. В случае параллельного подсоединения корректирующего контура действие последнего на характеристику коэффициента передачи зависит от соотношения между комплексной проводимостью корректирующего контура и суммой комплексных проводимостей входа и нагрузки.

В частности, если $\frac{1}{Z_2} \gg \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3}$, то характеристика коэффициента передачи близка к характеристике отношения импеданса корректирующего контура и произведению импедансов входа и нагрузки. При малой проводимости корректирующего контура последний не влияет на характеристику коэффициента передачи.

Действие корректирующего параллельного контура на коэффициент передачи определяется Z_2 . Если Z_2 больше, чем входной и выходной импедансы, то частотная характеристика коэффициента передачи параллельным контуром не корректируется. Лишь при условии, когда $Z_2 < Z_3$ и $Z_2 < Z_1$, коэффициент передачи определяется импедансом Z_2 . Если, например, импеданс Z_2 имеет индуктивный характер, т. е. пропорционален частоте, то характеристика коэффициента передачи имеет вид плавной возрастающей кривой. Если корректирующий контур емкостный, то характеристика имеет вид кривой, убывающей с ростом частоты. При последовательном соединении емкости, индуктивности и сопротивления $Z_2 = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) + R$ коэффициент передачи (III.5.2) имеет частотную характеристику в виде плавной кривой с минимумом в области резонансной частоты.

Пользуясь методом электроакустических аналогий, можно построить акустические устройства, эквивалентные электрическим цепям с корректирующими контурами. Примеры последовательных и параллельных электрических корректирующих контуров и их акустических аналогов приведены в табл. III.5.1.

Имея коэффициент передачи акустической системы по давлению, легко найти и частотную зависимость амплитуды давления и объемной скорости на выходе системы по формулам:

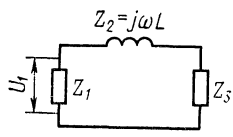
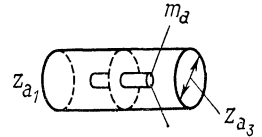
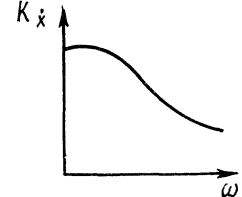
$$p_3(\omega) = p_1 K_p(\omega), \quad \dot{X}_3 = \frac{1}{z_3} K_p(\omega) p_1.$$

Если импеданс нагрузки не зависит от частоты, то частотную характеристику давления нагрузки определяют частотной характеристикой коэффициента передачи.

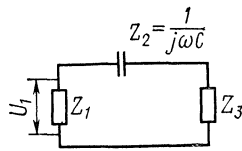
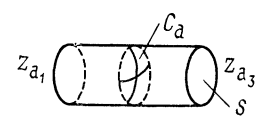
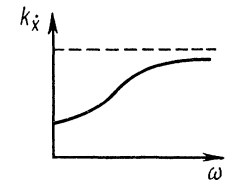
Ниже приводим формулы для расчета корректирующих элементов с последовательным корректирующим контуром для открытой трубы. Если конец трубы снабжен фланцем, то $z_{a_3} = j\omega\rho/D$. Входной аку-

№ п/п	Система		Характеристика передачи
	электрическая	акустическая	

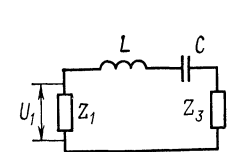
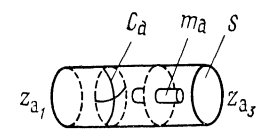
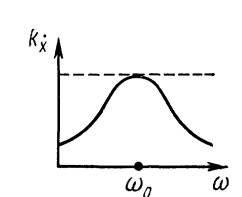
Короткая узкая трубка в широкой трубе

A1			
	$K_U = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3 + j\omega L}$ $K_I = \frac{1}{Z_1 + Z_3 + j\omega L}$	$z_{a_2} = j\omega m_a$ $m_a = \rho \left[\frac{l}{S} + \frac{1 - 0,47d/D}{d} + \frac{0,47d/D}{d} \right]$	$k_{\dot{x}}(\omega) = \frac{1}{z_{a_1} + z_{a_3} + j\omega m_a}$

Мембрана в широкой трубе

A2			
	$Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$ $K_I(\omega) = \frac{1}{Z_1 + Z_3 + \frac{1}{j\omega C}}$	$c_a = c_M S^2$ $z_{a_2} = \frac{1}{j\omega c_a}$	$k_{\dot{x}}(\omega) = \frac{1}{z_{a_1} + z_{a_3} + \frac{1}{j\omega c_a}}$

Мембрана и трубка в широкой трубе, соединенные в узел

A3			
	$Z_2 = j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$ $K_I(\omega) = \frac{1}{Z_3 + Z_1 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$	$m_a = \rho \left[\frac{l}{S} + \frac{1 - 1,47d/D}{d} + \frac{0,47(d/D)^3}{d} \right]$ $z_{a_2} = j\omega m_a + \frac{1}{j\omega c_a}$ $c_a = c_M S^2, \quad \omega_0 = \sqrt{1/m_a c_a}$	$k_{\dot{x}}(\omega) = \frac{1}{z_{a_1} + z_{a_2} + j\omega m_a + \frac{1}{j\omega c_a}}$

№ п/п	Система		Характеристика передачи
	электрическая	акустическая	

Мембрана и трубка в широкой трубе, соединенные в цепочку

A4

$$Z_2 = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

$$K_I(\omega) = \frac{1}{Z_1 + Z_3 + j \frac{\omega L}{1 - \omega^2 CL}}$$

$$z_{a2} = \frac{j\omega m_a}{1 - \omega^2 m_a c_a}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{m_a c_a}}$$

$$k_{\dot{x}} = \frac{1}{z_{a3} + z_{a1} + j \frac{\omega m_a}{1 - \omega^2 m_a c_a}}$$

Мембрана и трубка с потерями в широкой трубе, соединенные в узел

A5

$$Z_2 = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$K_I(\omega) = \frac{1}{Z_1 + Z_3 + R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$z_{a2} = r_a + j\omega m_a + \frac{1}{j\omega c_a}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{m_a c_a}}$$

$$k_{\dot{x}}(\omega) = \frac{1}{z_{a3} + z_{a1} + r_a + j\omega M_a + \frac{1}{j\omega c_a}}$$

Мембрана и трубка с потерями в широкой трубе, соединенные в цепочку

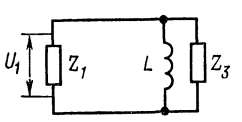
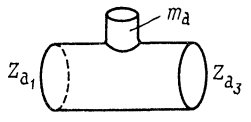
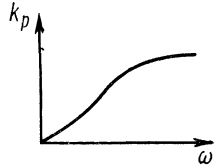
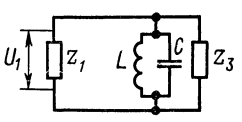
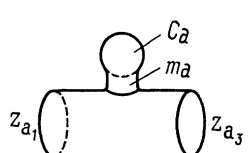
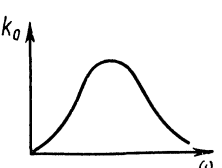
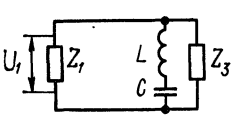
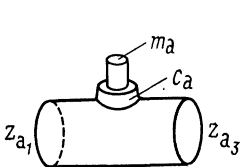
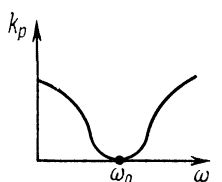
A6

$$Z_2 = \frac{j\omega RL}{R - \omega^2 RC + j\omega L}$$

$$K_I(\omega) = \frac{1}{Z_3 + Z_1 + \frac{j\omega RL}{R - \omega^2 RC + j\omega L}}$$

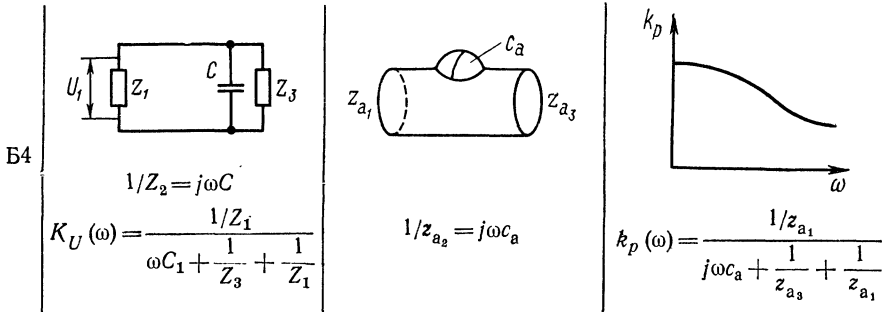
$$z_{a2} = \frac{j\omega m_a r_a}{r_a - \omega^2 r_a c_a + j\omega m_a}$$

$$k_{\dot{x}}(\omega) = \frac{1}{z_{a3} + z_{a1} + j \frac{\omega r_a m_a}{r_a - \omega^2 r_a c_a + j\omega m_a}}$$

№ п/п	Система		Характеристика передачи
	электрическая	акустическая	
<i>Ответвление в виде открытой трубки</i>			
Б1	 $Z_2 = j\omega L$ $K_U(\omega) = \frac{1/Z_1}{\frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_1}}$	 $z_{a_2} = j\omega m_a$	 $k_p(\omega) = \frac{1/z_{a_1}}{\frac{1}{j\omega m_a} + \frac{1}{z_{a_1}} + \frac{1}{z_{a_3}}}$
	<i>Ответвление в виде трубки с закрытым объемом на конце</i>		
Б2	 $\frac{1}{Z_2} = \frac{1}{j\omega L} + j\omega C$ $K_U(\omega) = \frac{1/Z_1}{\frac{1}{(j\omega L)} + j\omega C + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_1}}$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{CL}}$	 $1/z_{a_2} = \frac{1}{j\omega m_a} + j\omega c_a$	 $k_p(\omega) = \frac{1/z_{a_1}}{\frac{1}{j\omega m_a} + j\omega c_a} + \frac{1}{z_{a_3}} + \frac{1}{z_{a_1}}$
	<i>Ответвление в виде объема с открытой трубкой на конце</i>		
Б3	 $1/Z_2 = \frac{1}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}$ $K_U(\omega) = \frac{1/Z_1}{\frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC} + \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3}}$	 $1/z_{a_2} = \frac{j\omega m_a}{1 - \omega^2 m_a c_a}$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{m_a c_a}}$	 $k_p(\omega) = \frac{1/z_{a_1}}{\frac{j\omega m_a}{1 - \omega^2 m_a c_a}} + \frac{1}{z_{a_1}} + \frac{1}{z_{a_3}}$

№ п/п	Система		Характеристика передачи
	электрическая	акустическая	

Ответвление в виде закрытого объема



стический импеданс трубы длиной l

$$z'_{a_1} = \frac{z'_{a_3} + j \operatorname{tg} kl}{1 + j z'_{a_3} \operatorname{tg} kl} = \frac{\frac{j\omega\rho/D}{\rho c/S} + jkl}{1 + j \frac{j\omega\rho/D}{\rho c/S} \operatorname{tg} kl} = j \frac{\omega\pi D/(4c) + \operatorname{tg}(\omega l/c)}{1 - \omega\pi D \operatorname{tg}(\omega l/c) l/(4c)},$$

$$z'_{a_1} = z'_{a_1} \frac{\rho c}{\pi D^2/4} = j \frac{4\rho c}{\pi D^2} \frac{\omega\pi D/(4c) + \operatorname{tg}(\omega l/c)}{1 - \omega\pi D \operatorname{tg}(\omega l/c) l/(4c)}.$$

Таким образом, некорректированная передаточная функция имеет вид

$$k_{\dot{x}}(\omega) = \frac{1}{z_{a_1} + z_{a_n}} = \left[j \frac{\pi D \omega}{4c} \left(1 + \frac{\frac{\omega\pi D}{4c} + \operatorname{tg} \frac{\omega l}{c}}{1 - \frac{\pi D \omega}{4c} \operatorname{tg} \frac{\omega l}{c}} \right) \right]^{-1}.$$

В табл. III.5.1 (A1) показан пример, когда контуром является акустическая масса. Частотная характеристика $K_{\dot{x}}$ имеет вид спадающей кривой. Последовательное введение инерционного сопротивления осуществляется при введении в канал трубы диафрагмы с отрезком трубы диаметром d и длиной l . Формула акустической массы записана с учетом влияния на концах трубы.

Последовательное включение акустической гибкости осуществлено с помощью упругой мембраны или тонкой пластины, перекрывающей трубопровод (A2). Если известна механическая гибкость мембраны, то ее акустическая гибкость получается при умножении механической гибкости на квадрат площади мембраны. Подключение последовательного гибкого контура дает возрастающую характеристику коэффициента передачи.

В A3 и A4 приведены примеры последовательных корректирующих устройств, состоящих из последовательного и параллельного соединения гибкости и акустической массы. В первом случае коэффициент передачи имеет максимум, во втором минимум. Экстремальные значения коэффициента передачи возникают на резонансной частоте корректирующего контура. Активное сопротивление, подключенное к корректирующему устройству (A5 и A6), сглаживает частотную характеристику.

Акустическая масса (табл. III.5.1), включенная параллельно импедансу нагрузки, выполняется в виде открытого отверстия в трубе или патрубке. В этом

случае характеристика коэффициента передачи K_p представляет собой возрастающую плавную кривую (Б1). Параллельно включенная гибкость (Б4) выражается в форме утолщения канала трубы или дополнительной плоскости, сообщающейся с каналом трубы. В этом случае реализуется спадающая частотная характеристика. Параллельная (Б2) и последовательная (Б3) комбинации в параллельном корректирующем устройстве дают характеристику с максимумом (Б2) и минимумом (Б3).

Экстремум характеристики в обоих случаях приходится на резонансную частоту корректирующего контура. Введение сопротивления в корректирующий контур вызывает сглаживание частотной характеристики.

Формулы простейших корректирующих контуров, приведенные в табл. III.5.1, позволяют найти амплитудные характеристики давления и объемной скорости на выходе акустического устройства.

§ III.6. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ, МЕХАНИЧЕСКИЕ И АКУСТИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ

Во многих технических устройствах необходимо подавить одни частоты и выделить другие. Устройства, назначение которых состоит в том, чтобы пропускать желательный диапазон и задерживать колебания нежелательных частот, называют *фильтрами*. В зависимости от природы колебательного процесса фильтры могут быть электрическими, механическими и акустическими. Наиболее развита теория электрических фильтров, поэтому механические и акустические фильтры удобно рассматривать как аналоги электрических фильтров. Идеальные электрические фильтры, т. е. фильтры, не вносящие потерь, состоят только из реактивных сопротивлений-реактансов. Их типичная схема представляет определенное включение параллельного и последовательного корректирующих контуров. Иначе говоря, П- или Т-образная цепочка, включенная в линию, обладает свойством пропускать тот или иной диапазон частот (рис. III.6.1).

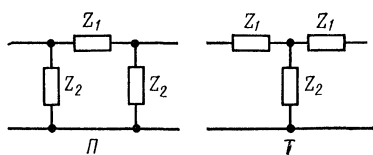


Рис. III.6.1

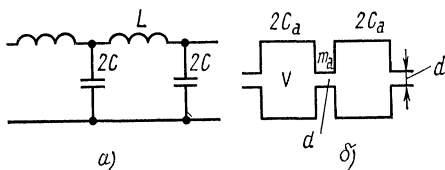


Рис. III.6.2

В теории электрических фильтров показано, что П-образная цепочка способна пропускать те или иные частоты, если отношение последовательного и параллельного импедансов удовлетворяет условию

$$0 \geq \frac{Z_1}{Z_2} \geq -4. \quad (\text{III.6.1})$$

В зависимости от вида реактансов фильтр способен пропускать тот или иной диапазон частот. В этой связи возможны четыре типа простейших фильтров: нижних частот (полоса пропускания $0 \leq \omega \leq \omega_{2p}$), верхних частот ($\omega_{2p} \leq \omega$), полосовой ($\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$) и режекторный ($0 \leq \omega \leq \omega_1$; $\omega_2 \leq \omega \leq \infty$; $\omega_1 \leq \omega_2$).