ГЛАВА VII

ОТРАЖЕНИЕ И ПРОХОЖДЕНИЕ ЗВУКА ЧЕРЕЗ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

§ VII.1. ОТРАЖЕНИЕ И ПРОХОЖДЕНИЕ ЗВУКА ЧЕРЕЗ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ПРИ НОРМАЛЬНОМ ПАДЕНИИ

Граничные условия. На границе раздела двух сред звуковая волна частично отражается, частично проходит во вторую среду. При этом должны быть сохранены условия непрерывности сплошности среды на границе раздела и равенство сил по обеим сторонам границы раздела.

Допустим, что две среды разделены плоскостью $X=0$ так, что по обеим ее сторонам имеются среды со значениями плотности и скорости звука ρ_1, c_1 и ρ_2, c_2. На границе раздела при $X=0$ смещения частиц первой и второй сред вследствие закона неразрывности среды равны:

$$\xi_1 = \xi_2. \tag{VII.1.1}$$

Поэтому

$$\dot{\xi}_1 = \dot{\xi}_2, \tag{VII.1.2}$$

$$\ddot{\xi}_1 = \ddot{\xi}_2. \tag{VII.1.3}$$

Вследствие равенства действия и противодействия должны быть одинаковы на границе раздела и звуковые давления:

$$p_1 = p_2. \tag{VII.1.4}$$

Что касается градиентов давления, то здесь надо воспользоваться уравнением Эйлера и условием (VII.1.3):

$$\frac{\partial \dot{\xi}_1}{\partial t} + \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial p_1}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \dot{\xi}_2}{\partial t} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p_2}{\partial x_2} = 0,$$

откуда по (VI.3.3) имеем

$$\frac{\partial p_1}{\partial x} = \frac{\rho_1}{\rho_2}\frac{\partial p_2}{\partial x} = 0, \tag{VII.1.5}$$

т. е. на границе раздела двух сред отношение градиентов давления равно отношению плотностей.

Применение граничных условий. Расположим ось X так, чтобы ее положительное направление было противоположно направлению падающей волны. Первая среда находится в области отрицательных значений X, вторая — в области положительных. Граница раздела занимает плоскость $x=0$ (рис. VII.1.1).

Плоская волна в первой среде состоит из отраженной и падающей волн:

$$\dot{\xi}_1 = (\dot{\xi}_{01} e^{jk_1x} + \dot{\xi}'_{01} e^{-jk_1x})\, e^{j\omega t};$$

$$p_1 = (p_{01} e^{jk_1x} + p'_{02} e^{-jk_2x})\, e^{j\omega t}.$$

Во второй среде имеется только проходящая волна:

$$\dot{\xi}_2 = \xi_{02} e^{jk_2x} e^{j\omega t}, \quad p_2 = p_{02} e^{jk_2x} e^{j\omega t}.$$

На границе раздела ($x = 0$) для нормальных составляющих скоростей и давлений имеем:

$$\dot{\xi}_{01} + \dot{\xi}'_{01} = \dot{\xi}_{02}, \quad p_{01} + p'_{01} = p_{02}.$$

Между давлением и колебательной скоростью существует соотношение

$$\frac{p}{\dot{\xi}} = \pm \rho c,$$

где верхний знак берут для волны, распространяющейся в положительном направлении X; нижний — в противоположном направлении.

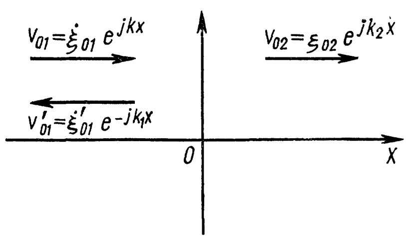

Рис. VII.1.1

Используя эти соотношения, найдем:

$$\dot{\xi}_{01} + \dot{\xi}'_{01} = \dot{\xi}_{02},$$
$$\rho_1 c_1 (\dot{\xi}_{01} - \dot{\xi}'_{01}) = \rho_2 c_2 \dot{\xi}_{02}. \quad \text{(VII.1.6)}$$

Поделив первое уравнение на $\dot{\xi}_{01}$, а второе — на $\rho_1 c_1 \dot{\xi}_{01}$, получаем:

$$1 + r_{\dot{\xi}} = t_{\dot{\xi}}, \quad 1 - r_{\dot{\xi}} = \varepsilon t_{\dot{\xi}}, \quad \text{(VII.1.7)}$$

где $r_{\dot{\xi}} = \dot{\xi}'_{01}/\dot{\xi}_{01}$ — коэффициент отражения волны скорости; $t = \dot{\xi}_{02}/\dot{\xi}_{01}$ — коэффициент прохождения; $\varepsilon = \rho_2 c_2/(\rho_1 c_1)$ — приведенное волновое сопротивление второй среды.

Коэффициенты отражения и прохождения. Решая (VII.1.7), находим:

$$r_{\dot{\xi}} = \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}, \quad t_{\dot{\xi}} = \frac{2}{1+\varepsilon}. \quad \text{(VII.1.8)}$$

Аналогично можно, исключив скорость $\dot{\xi}$, получить уравнения для давления:

$$p_{01} + p'_{01} = p_{02}, \quad \frac{1}{\rho_1 c_1}(p_{01} - p'_{01}) = \frac{p_{02}}{\rho_2 c_2}. \quad \text{(VII.1.9)}$$

Обозначив $r_p = p'_{01}/p_{01}$, $t_p = p_{02}/p_{01}$, $\varepsilon = \rho_2 c_2/(\rho_1 c_1)$, преобразуем эти уравнения к уравнениям относительно безразмерных величин t_p и ε:

$$1 + r_p = t_p, \quad \varepsilon(1 - r_p) = t_p. \quad \text{(VII.1.10)}$$

Тогда

$$r_p = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}, \quad t_p = \frac{2\varepsilon}{\varepsilon + 1}. \quad \text{(VII.1.11)}$$

Так как между давлением и интенсивностью имеются соотношения $\mathscr{I}_1 = \frac{p_{01}^2}{2\rho_1 c_1}$, $\mathscr{I}'_1 = \frac{p'^2_{01}}{2\rho_1 c_1}$, $\mathscr{I}_2 = \frac{p'^2_{02}}{2\rho_2 c_2}$, то в связи с этим коэффициенты отражения и прохождения звука по интенсивности определяют формулами:

$$r_{\mathscr{J}}=\frac{\mathscr{J}_1'}{\mathscr{J}_1}\frac{p_{01}'^2}{p_{01}^2}=r_p^2,\quad t_{\mathscr{J}}=\frac{\mathscr{J}_2}{\mathscr{J}_1}=\frac{p_{02}^2}{p_{01}^2}=t_p^2. \qquad \text{(VII.1.12)}$$

Через приведенное волновое сопротивление ε эти коэффициенты выражают формулами

$$r_{\mathscr{J}}=\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1}\right)^2,\quad t_{\mathscr{J}}=\frac{4\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2}. \qquad \text{(VII.1.13)}$$

Рассмотрим применение формул прохождения и отражения для крайних случаев, когда $\varepsilon \ll 1$ и $\varepsilon \gg 1$. Это практически получается, когда звук проходит из воздуха в воду или наоборот; ρc для воздуха составляет 41 г/(см$^2\cdot$с), а для воды 150 000 г/(см$^2\cdot$с).

При распространении звука из акустически жесткой среды в мягкую ($\varepsilon \ll 1$) коэффициенты звукового давления имеют значения $r_p \approx -1$; $t_p \approx 0$. Это значит, что при прохождении волны давления из воды в воздух или из любой акустически жесткой среды амплитуда отраженной волны давления приблизительно равна амплитуде падающей волны, но имеет противоположный знак. Иными словами, фаза давления при отражении от акустически мягкой среды изменяется на π. В результате на границе раздела в жидкости общее давление равно нулю, а в толще жидкости образуются стоячие волны давления с узлом у поверхности раздела.

Коэффициент прохождения в этом случае приблизительно равен нулю, т. е. во второй среде волна давления имеет очень маленькую амплитуду.

Если точно так же проанализировать значение коэффициентов отражения и прохождения волн колебательной скорости, то получается следующий результат. При прохождении звука в акустически мягкую среду волны колебательной скорости практически не изменят фазы при отражении. Амплитуды падающей и отраженной волн, находясь в одинаковой фазе на границе раздела, складываются, и у самой границы образуется пучность колебательной скорости, а в акустически жесткой среде стоячая волна колебательной скорости смещена по отношению к стоячей волне давления на $\lambda/4$.

Во второй среде будет наблюдаться бегущая волна колебательной скорости, амплитуда которой равна приблизительно удвоенной амплитуде падающей волны:

$$t_{\dot{\xi}}=\frac{2}{1+\varepsilon}\approx 2,\quad \dot{\xi}_{02}\approx 2\dot{\xi}_{01}.$$

Что касается интенсивности звука во второй и первой средах, то она будет ничтожно малой; коэффициент прохождения $t_1 \approx 0$:

$$t_1=\frac{4\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2}=\frac{4}{(1+\varepsilon)^2/\varepsilon}=\frac{4}{[(1/\varepsilon)^2+1/\varepsilon]^2}\approx 0.$$

Это происходит потому, что в жесткой среде образуется практически чистая стоячая волна, в которой полная интенсивность равна $\mathscr{J}_1-\mathscr{J}_1'=0$. Во второй акустической среде образуется проходящая волна, интенсивность которой

$$\mathscr{J}_2=\rho_2 c_2\frac{\dot{\xi}_{02}^2}{2}=\rho_2 c_2\frac{4\dot{\xi}_{01}^2}{2}=\varepsilon\rho_1 c_1\frac{4\dot{\xi}_{01}^2}{2}\approx 0,$$

так как $\varepsilon \to 0$. В итоге интенсивность звука при падении звуковой волны на акустически мягкую среду практически равна нулю. То же самое получается при распространении звука из акустически мягкой (например, из воздуха) в акустически жесткую (например, воду) среду.

Коэффициент прохождения звука останется точно таким же, как и при прохождении звука в обратном направлении. В самом деле,

$$t_{\mathscr{J}}=\frac{4\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2}=\frac{4\rho_2c_2/(\rho_1c_1)}{1+\rho_2c_2/(\rho_1c_1)}=\frac{4\rho_1c_1\rho_2c_2}{(\rho_1c_1+\rho_2c_2)^2}.$$

Очевидно, замена местами сред не повлечет за собой изменения в коэффициенте прохождения звука по интенсивности.

Что касается коэффициентов скорости и давления, то можно легко показать, что при изменении направления прохождения звука на обратное эти коэффициенты просто поменяются друг с другом названиями: коэффициенты для давления станут коэффициентами для скорости, и наоборот.

В этом случае у границы раздела с жесткой средой образуются пучность давления и узел скорости. Примечательно то обстоятельство, что на самой границе раздела будет наблюдаться давление, равное почти удвоенному давлению падающей волны. Поэтому гидрофон или другой измеритель интенсивности, реагирующий на давление, с размерами больше, чем длина звуковой волны, будет показывать завышенное давление. Чтобы гидрофон показывал такое же давление, какое существует в свободной звуковой волне, надо или добиться отсутствия отраженной от гидрофона волны, или выполнить его по размерам меньше, чем длина звуковой волны в данной среде.

§ VII.2. ПРОХОЖДЕНИЕ ЗВУКА ЧЕРЕЗ ПЛОСКУЮ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД ПРИ КОСОМ ПАДЕНИИ

Пусть две среды с плотностями и сжимаемостями ρ_1, β_{1s} и ρ_2, β_{2s} имеют плоскую границу раздела. Рассмотрим распространение плоской волны из первой среды во вторую под углом θ к нормали. Плоская волна будет частично проходить через границу во вторую среду, частично отражаться, в результате чего в первой среде образуется звуковое поле, состоящее из первичной φ_1 и отраженной φ_1' волн. Во второй же среде должно существовать поле прошедшей волны φ_2.

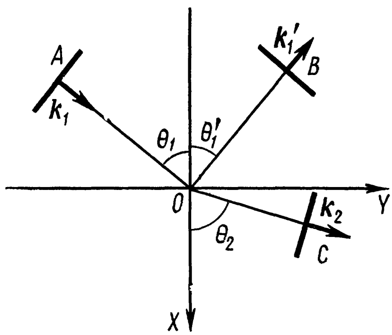

Рис. VII.2.1

Спрашивается, каков характер поля в первой и второй средах?

Для количественного изучения явлений выберем систему координат так, чтобы плоскость раздела была перпендикулярна координатной плоскости XOY, а направление распространения волн соответствовало направлениям, указанным на рис. VII.2.1 (AO — направление падающей, OB — отраженной, OC — проходящей волн).

Отражение от жесткой неограниченной плоскости. Пусть плоская волна падает на границу под углом θ к нормали и полностью отражается под углом θ'.

Падающую и отраженную волны можно представить с помощью выражения (VI.2.5) для фазы плоской волны:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= A_1 e^{i\,(\omega t - a_1 x - b_1 y)}\\ \varphi_2 &= A_2 e^{i\,(\omega t + a_1' x - b_1' y)},\end{aligned} \qquad \text{(VII.2.1)}$$

где

$$a_1 = k_{1x} = k_1 \cos\theta_1;\;\; b_1 = k_{1y} = k_1 \sin\theta_1,$$
$$a_1' = k_{1x}' = k_1 \cos\theta_1';\;\; b_1' = k_{1y}' = k_1 \sin\theta_1',$$