

После небольших преобразований получаем следующее приближенное выражение для поправочного коэффициента:

$$\beta \approx \alpha \approx \sqrt{\frac{h\rho_s}{a\rho_0}} \left(1 - \frac{h\rho_s}{2a\rho_0} + \frac{a\rho}{6h\rho_s} \right)$$

(ρ — плотность газа, заполняющего пузырь). Например, при $\rho/\rho_s = 0,001$; $a/h = 100$; $\rho_s/\rho_0 = 2$ получаем $\beta \approx \alpha = 0,14$ и $\omega \approx 0,14\omega_0$.

§ 1.4. ДВОЙНОЙ ИСТОЧНИК ИЛИ АКУСТИЧЕСКИЙ ДИПОЛЬ

Акустический диполь представляет собой двойной источник, состоящий из двух точечных источников, расположенных близко один от другого и имеющих одинаковые производительности и противоположные фазы. В некоторой точке A пространства каждый точечный источник создает звуковое поле с потенциалами

$$\Psi_+ = \frac{Q}{4\pi r_+} e^{j(\omega t - kr_+)},$$

$$\Psi_- = -\frac{Q}{4\pi r_-} e^{j(\omega t - kr_-)}.$$

Результирующее поле определяется суммой этих потенциалов:

$$\Psi = \frac{Q}{4\pi} \left(\frac{1}{r_+} e^{-jkr_+} - \frac{1}{r_-} e^{-jkr_-} \right) e^{j\omega t}.$$

(I.4.1)

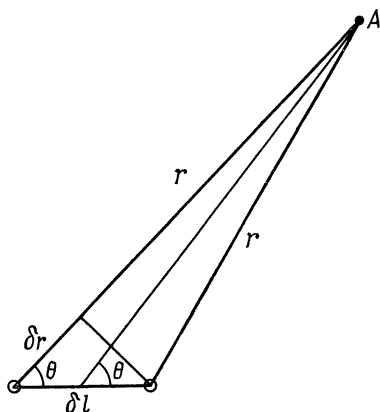


Рис. I.4.1

Поскольку расстояние между точечными источниками диполя очень мало, заменим разность в (I.4.1) полным дифференциалом:

$$\Psi = \frac{Q}{4\pi} d \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) = \frac{Q}{4\pi} \frac{d}{dr} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) \frac{dr}{dl} \delta l e^{j\omega t}.$$

Производная вектора \mathbf{r} по направлению l равна $\cos \theta$ (рис. I.4.1). После дифференцирования получим формулу потенциала скорости в точке A :

$$\Psi = -\frac{B}{4\pi} \frac{jk}{r} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) \cos \theta e^{j(\omega t - kr)}, \quad (I.4.2)$$

где $B = Q\delta l$ — объемный акустический момент диполя.

Использование обычных соотношений приводит к формулам звукового давления и колебательной скорости диполя. Эти формулы запишем в виде комплексных функций:

$$\begin{aligned} p &= \rho j\omega \Psi = +\rho c \frac{Bk^2}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) \cos \theta e^{j(\omega t - kr)}, \\ v_\theta &= -\frac{\partial \Psi}{r \partial \theta} = +\frac{Bjk}{4\pi r^2} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) \sin \theta e^{j(\omega t - kr)}, \\ v_r &= -\frac{\partial \Psi}{\partial r} = -\frac{Bk^2}{4\pi r} \left(1 + \frac{2}{jkr} + \frac{2}{(jkr)^2} \right) \cos \theta e^{j(\omega t - kr)}. \end{aligned} \quad (I.4.3)$$

В отличие от поля точечного источника поле диполя имеет некоторую направленность. Нетрудно показать, что функция направленности диполя

$$\Phi_p(\theta) = \frac{p(r, \theta)}{p(r, 0)} = \cos \theta. \quad (1.4.4)$$

Коэффициент осевой концентрации численно равен трем:

$$K = \frac{2}{\int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta} = 3.$$

§ 1.5. ЗВУКОВОЕ ПОЛЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ СФЕРЫ

Осциллирующей сферой называют поверхность шара неизменного радиуса, все точки которой могут совершать малые колебания в одном направлении.

Для нахождения параметров поля и характеристик осциллирующей сферы используем формулы акустического диполя, так как характер движения окружающей среды вблизи этих излучателей одинаков. Однако множитель B в (1.4.3) будет иным, и его можно определить на основании условия непрерывности скорости на поверхности сферы.

Допустим, что амплитуда скорости центра сферы \tilde{v}_0 . Нормальная составляющая скорости точки поверхности шара, имеющей полярный угол θ , равна $v_0 \cos \theta$ (рис. 1.5.1).

На основании непрерывности нормальной составляющей скорости

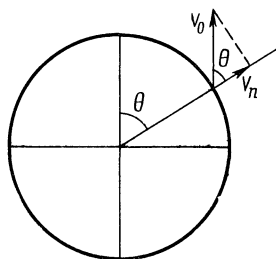


Рис. 1.5.1

$$v_0 \cos \theta = - \left. \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right|_{r=a},$$

используя (1.4.3) при $r = a$, получим

$$B = - \frac{4\pi a}{k^2} \frac{v_0}{1 + 2/(jka) + 2/(jka)^2} e^{jka}. \quad (1.5.1)$$

Подставляя (1.5.1) в (1.4.2) и (1.4.3), находим для поля осциллирующей сферы:

$$\Psi = \frac{jka}{k^2 r} v_0 \frac{1 + 1/(jkr)}{1 + 2/(jka) + 2/(jka)^2} e^{j[\omega t - k(r-a)]} \cos \theta, \quad (1.5.2)$$

$$\tilde{v}_r = \frac{a}{r} v_0 \frac{1 + 2/(jkr) + 2/(jkr)^2}{1 + 2/(jka) + 2/(jka)^2} e^{j[\omega t - k(r-a)]} \cos \theta, \quad (1.5.3)$$

$$\tilde{v}_\theta = \frac{jka}{(jkr)^2} \frac{1 + 1/(jkr)}{1 + 2/(jka) + 2/(jka)^2} v_0 \sin \theta e^{j[\omega t - k(r-a)]}, \quad (1.5.4)$$

$$\tilde{p} = -\rho c \frac{a}{r} v_0 \frac{1 + 1/(jkr)}{1 + 2/(jka) + 2/(jka)^2} e^{j[\omega t - k(r-a)]} \cos \theta. \quad (1.5.5)$$

Основные характеристики осциллирующей сферы. 1. *Механический импеданс.* Для вычисления механического импеданса восполь-