

В отличие от поля точечного источника поле диполя имеет некоторую направленность. Нетрудно показать, что функция направленности диполя

$$\Phi_p(\theta) = \frac{p(r, \theta)}{p(r, 0)} = \cos \theta. \quad (I.4.4)$$

Коэффициент осевой концентрации численно равен трем:

$$K = \frac{2}{\int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta} = 3.$$

§ 1.5. ЗВУКОВОЕ ПОЛЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ СФЕРЫ

Осциллирующей сферой называют поверхность шара неизменного радиуса, все точки которой могут совершать малые колебания в одном направлении.

Для нахождения параметров поля и характеристик осциллирующей сферы используем формулы акустического диполя, так как характер движения окружающей среды вблизи этих излучателей одинаков. Однако множитель B в (I.4.3) будет иным, и его можно определить на основании условия непрерывности скорости на поверхности сферы.

Допустим, что амплитуда скорости центра сферы \tilde{v}_0 . Нормальная составляющая скорости точки поверхности шара, имеющей полярный угол θ , равна $v_0 \cos \theta$ (рис. I.5.1).

На основании непрерывности нормальной составляющей скорости

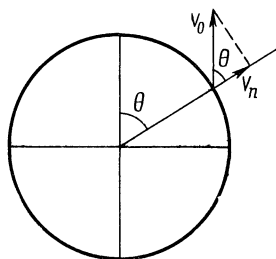


Рис. I.5.1

$$v_0 \cos \theta = - \left. \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right|_{r=a},$$

используя (I.4.3) при $r = a$, получим

$$B = - \frac{4\pi a}{k^2} \frac{v_0}{1 + 2/(jka) + 2/(jka)^2} e^{jka}. \quad (I.5.1)$$

Подставляя (I.5.1) в (I.4.2) и (I.4.3), находим для поля осциллирующей сферы:

$$\Psi = \frac{jka}{k^2 r} v_0 \frac{1 + 1/(jkr)}{1 + 2/(jka) + 2/(jka)^2} e^{j[\omega t - k(r-a)]} \cos \theta, \quad (I.5.2)$$

$$\tilde{v}_r = \frac{a}{r} v_0 \frac{1 + 2/(jkr) + 2/(jkr)^2}{1 + 2/(jka) + 2/(jka)^2} e^{j[\omega t - k(r-a)]} \cos \theta, \quad (I.5.3)$$

$$\tilde{v}_\theta = \frac{jka}{(jkr)^2} \frac{1 + 1/(jkr)}{1 + 2/(jka) + 2/(jka)^2} v_0 \sin \theta e^{j[\omega t - k(r-a)]}, \quad (I.5.4)$$

$$\tilde{p} = -\rho c \frac{a}{r} v_0 \frac{1 + 1/(jkr)}{1 + 2/(jka) + 2/(jka)^2} e^{j[\omega t - k(r-a)]} \cos \theta. \quad (I.5.5)$$

Основные характеристики осциллирующей сферы. 1. *Механический импеданс.* Для вычисления механического импеданса восполь-

звьемся общей формулой

$$z = \frac{1}{\bar{v}} \oint \bar{p} D_n df,$$

где \bar{v} и \bar{p} — комплексные амплитуды скорости точки приведения и звукового давления на поверхности сферы; D_n — приведенная скорость элемента поверхности сферы dS .

Примем в качестве точки приведения полюс сферы. В этом случае $D_n = \frac{v_0 \cos \theta}{v_0} = \cos \theta$. Подставив в формулу импеданса комплексные амплитуды \bar{v}_r и \bar{p} из (I.5.3) и (I.5.5) при $r = a$ и выбрав в качестве элемента поверхности площадь кругового пояса шириной $a d\theta$ и радиусом $a \sin \theta$, получим

$$z = -\frac{1}{v_0} \frac{\rho c v_0 [1 + 1/(jka)]}{1 + 2/(jka) + 2/(jka)^2} 2\pi a^2 \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = \frac{4\pi a^2 \rho c}{3} \frac{1 + 1/(jka)}{1 + 2/(jka) + 2/(jka)^2} = \frac{4\pi a^2}{3} \rho c \left(\frac{k^4 a^4}{4 + k^4 a^4} + 1 \frac{ka(2 + k^2 a^2)}{4 + k^4 a^4} \right). \quad (I.5.6)$$

Присоединенная масса осциллирующего шара определяется формулой

$$M = \frac{Y}{\omega} = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho \frac{2 + k^2 a^2}{4 + k^4 a^4}. \quad (I.5.7)$$

Для низких частот соотношения упрощаются и принимают вид

$$z \approx \frac{\pi a^2}{ka \ll 1} \frac{\rho c}{3} (ka)^4 + j \frac{2\pi a^2}{3} \rho c ka, \quad (I.5.8)$$

$$M \approx \frac{4\pi a^3 \rho}{3} \frac{1}{2}.$$

Таким образом, для низких частот присоединенная масса равна половине массы жидкости, вытесненной шаром.

Для высоких частот $ka \gg 1$; $X = 4\pi a^3 \rho c / 3$; $Y = 0$; $M = 0$.

Формула импеданса для акустического излучения осциллирующей сферы показывает, что для низких частот осциллирующая сфера как излучатель менее эффективна, чем пульсирующая.

На рис. I.5.2 показан график активного x_1 и реактивного y_1 удельных импедансов осциллирующего шара для воздуха в зависимости от отношения d/λ .

2. *Предельный коэффициент излучения.* Отношение $Y/(\pi X)$, входящее в формулу предельного коэффициента, найдем из (I.5.8):

$$\frac{Y}{\pi X} = \frac{1}{\pi} \frac{\lambda}{2\pi a} \left[1 + 2 \left(\frac{\lambda}{2\pi a} \right)^2 \right]. \quad (I.5.9)$$

Отсюда предельный коэффициент излучения осциллирующей сферы

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{1}{\pi} \frac{\lambda}{2\pi a} \left[1 + 2 \left(\frac{\lambda}{2\pi a} \right)^2 \right]} < 1. \quad (I.5.10)$$

Для случая $\lambda/(2\pi a) = 1$ значение $\eta \approx 0,5$. При том же значении $\lambda/(2\pi a)$ предельный коэффициент излучения пульсирующей сферы составляет $\approx 0,75$. В общем виде отношение предельных коэффици-

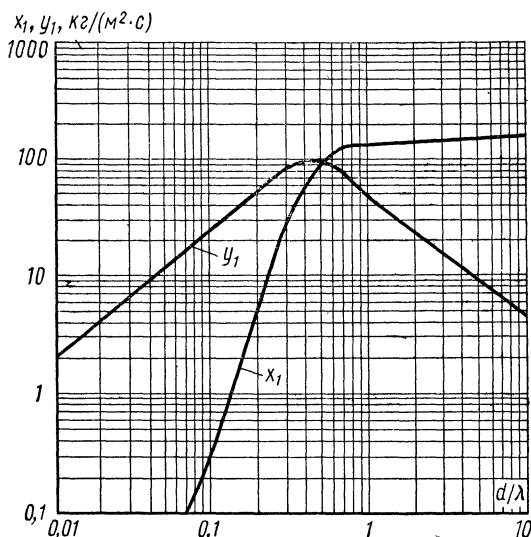


Рис. 1.5.2

ентов излучения осциллирующей и пульсирующей сферических излучателей определяется следующей формулой:

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \frac{1 + \frac{1}{\pi} \frac{\lambda}{2\pi a}}{1 + \frac{1}{\pi} \frac{\lambda}{2\pi a} \left[1 + 2 \left(\frac{\lambda}{2\pi a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} < 1.$$

Таким образом, осциллирующая сфера энергетически менее эффективна, чем пульсирующая.

§ 1.6. ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА ПРИ СЛОЖНОМ КОЛЕБАНИИ ПОВЕРХНОСТИ СФЕРЫ

Сферический источник может иметь колебания поверхности более сложные, чем пульсирующие или осциллирующие. В результате этих колебаний возникают звуковые волны, характер которых определяется сложными явлениями дифракции и интерференции волн, исходящих от отдельных участков колеблющейся поверхности. Если поверхность излучателя сферическая, то можно получить точное решение задачи, используя классические методы математической физики; оно приведено в приложении III данной книги.

Для сферического источника с осевой симметрией колебаний поверхности потенциал поля выражается в виде ряда [см. формулу (7)