

На рис. II.4.2 приведены диаграммы направленности $\Phi(\theta)$ в вертикальной плоскости для цилиндра с радиусом $a = 24/k$ ($ak = 24$) и $hk = 3$; $hk = 12$ и $hk = 24$, из которых следует, что увеличение параметра hk (т. е. волнового размера высоты кольца) сопровождается возрастанием направленности излучения и появлением добавочных максимумов. Расчеты, произведенные для других значений ka , позволяют отметить, что диаграмма направленности мало изменяется с изменением радиуса цилиндра. Например, при $a_1 k = 12$ диаграмма направленности кольца высотой $h = 12/k$ такая же, как и для кольца той же высоты, но на цилиндре с радиусом, в два раза большим, т. е. $a_2 = 24/k$.

§ II.5. ИЗЛУЧЕНИЕ СИСТЕМЫ КОЛЕЦ, РАСПОЛОЖЕННЫХ НА ЦИЛИНДРЕ

Акустическое поле системы пульсирующих колец на цилиндре получается путем суперпозиции полей отдельных колец.

Допустим, что имеется n ($n = 1, 2, 3, \dots$) несинфазно пульсирующих колец, расположенных на расстоянии d одно от другого. Предполагается, что кольцо 1 расположено симметрично плоскости $z = 0$, а все остальные (2, 3, 4) — в положительном направлении оси Z (рис. II.5.1). При таком расположении колец соотношения

$$0 \leq \varphi \leq 2\pi; \quad \rho = a;$$

$$(l-1)d - h \leq z \leq (l-1)d + h$$

$$(l = 1, 2, 3, \dots, m, \dots)$$

определяют участки поверхности цилиндра, занятые излучателями. Будем считать, что каждое кольцо пульсирует со

скоростью $v_0 e^{-j(\omega t - \alpha)}$ и создает в направлении θ звуковое поле. Первое кольцо создает в направлении θ потенциал

$$\Psi_1(R, \theta, t) \underset{kR \gg 1}{=} \frac{2v_0 \sin(kh \sin \theta) e^{(kR + \pi/2)} e^{-j(\omega t + \alpha)}}{\pi k^2 \sin \theta \cos \theta H_1(ka \cos \theta)}. \quad (\text{II.5.1})$$

Потенциал l -го кольца в направлении θ имеет отставание по фазе на $AB = kd(l-1)\sin\theta$, а потенциал поля, создаваемого этим кольцом, отличается от (II.5.1) фазовым множителем $e^{-jk(l-1)d\sin\theta}$. Поле, создаваемое системой m колец, является суперпозицией полей (II.5.1) и выражается формулой

$$\Psi(r, \theta, t) = \frac{2v_0 \sin(kh \sin \theta) e^{j(kr + \pi/2)}}{\pi k^2 \cos \theta \sin \theta H_1(ka \cos \theta)} \cdot \frac{1}{r} \sum_{l=1}^m e^{j[\omega t - k(l-1)d \sin \theta + d_l]}, \quad (\text{II.5.2})$$

где $\alpha_l = k d \sin \gamma = k d (l - 1) \sin \gamma$; $l = 1, 2, 3, \dots, m$; γ — угол компенсации.

Сумма, входящая в равенство (II.5.2), приобретает вид геометрической прогрессии со знаменателем $e^{i2\Delta} \left[\Delta = \frac{kd}{2} (\sin \theta - \sin \gamma) \right]$. Тогда (II.5.2) преобразуется к виду

$$\Psi(r, \theta, t) = \frac{2v_0 e^{i(kr + \pi/2 - \Delta m + \Delta)} \sin(m\Delta) \sin(kh \sin \theta)}{\pi r k^2 \sin \Delta \sin \theta \cos \theta H_1(ka \cos \theta)}. \quad (\text{II.5.3})$$

В направлении $\theta = \gamma$ потенциал имеет максимальное значение, поскольку $\lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\sin(m\Delta)}{\sin \Delta} \approx m$.

Характеристику направленности многоэлементной излучающей системы берут от γ . Угол отсчета можно изменять с помощью электрических устройств, выполняющих в питании отдельных кольцевых излучателей задержку поступающего сигнала $\delta t = \frac{k d \sin \gamma}{\omega} = \frac{d}{c} \sin \gamma$. Следовательно, угол компенсации γ определяют временем задержки сигналов, поступающих от генераторов электрических колебаний:

$$\sin \gamma = \frac{c \delta t}{d}. \quad (\text{II.5.4})$$

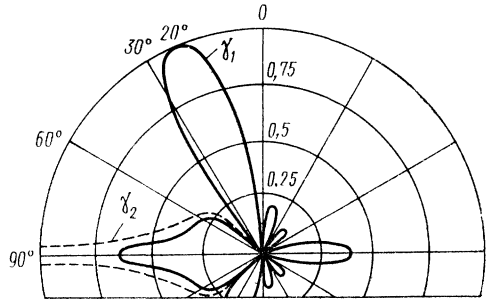


Рис. II.5.2

В направлении угла компенсации комплексное выражение потенциала

$$\Psi(R, \gamma, t) = \frac{2v_0 e^{i(kR + \pi/2)} m \sin(k d \sin \theta)}{\pi R k^2 \sin \gamma \cos \gamma H_1(ka \cos \gamma)} e^{-i\omega t},$$

откуда характеристика направленности системы колец на цилиндре

$$\Phi(\theta) = \frac{\Psi(R, \theta, t)}{\Psi(R, \gamma, t)} = M \Phi_1(\theta) \Phi_2(\theta), \quad (\text{II.5.5})$$

где $M = \frac{kh \sin \gamma \cos \gamma H_1(ka \cos \gamma)}{\sin(kh \sin \gamma) H_1(ka)}$ — нормирующий множитель; $\Phi_1(\theta) = \frac{\sin(m\Delta)}{m \sin \Delta} e^{-i\Delta(m-1)}$ — характеристика направленности линейной системы точечных излучателей, расположенных на расстоянии d один от другого, когда их излучение скомпенсировано в направлении угла γ ; $\Phi_2(\theta) = \frac{\sin(kh \sin \theta) H_1(ka)}{kh \sin \theta \cos \theta H_1(ka \cos \theta)}$ — характеристика направленности пульсирующего кольца, расположенного на жестком цилиндре.

Таким образом, характеристика направленности системы колец на цилиндре пропорциональна произведению характеристик направленности линейной системы точечных излучателей и характеристики направленности кольца на жестком цилиндре. На рис. II.5.2 и II.5.3

показаны характеристики направленности системы пульсирующих колец на цилиндре ($m = 10$), рассчитанные по (II.5.5) при значениях параметров $ka = 14$; $kd = \pi$; $kh = 0,49\pi$; $\gamma_1 = 20^\circ$; $\gamma_2 = 80^\circ$ и $ka = 14$; $kd = 0,5\pi$; $kh = 0,24\pi$; $\gamma_1 = 20^\circ$; $\gamma_2 = 88^\circ$. Пространственную картину направленности системы получают при вращении фигур вокруг оси Z . Из графиков видно, что с приближением направления компенсации к оси цилиндра ($\gamma = 80^\circ$) возникает излучение по направлению оси

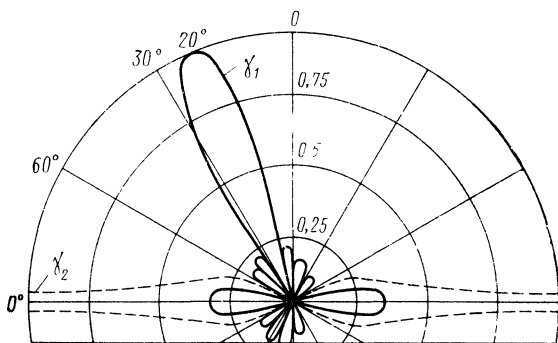


Рис. II.5.3

цилиндра (пунктирная кривая). При $d = \pi\lambda/4$ существует только одностороннее излучение. Если $d = \lambda/2$, то излучение по оси цилиндра направлено в противоположные стороны. Характеристики направленности сужаются тем сильнее, чем больше kh . Если создать угол компенсации, близкий к 90° (направление совпадает с осью цилиндра), то возникает следующая закономерность направленности вдоль оси: с увеличением ka острота диаграммы направленности увеличивается.

ГЛАВА III

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОБ ИЗЛУЧЕНИИ

§ III.1. ТЕОРЕМА ОСТРОГРАДСКОГО—ГАУССА. ФОРМУЛА ГРИНА

Для непрерывной, однозначной и конечной функции, имеющей непрерывные и конечные производные, справедлива теорема Остроградского—Гаусса:

$$\int_V (\nabla \mathbf{A}) dV = \oint_{(V)} (\mathbf{A} \mathbf{n}) df, \quad (\text{III.1.1})$$

где V — объем области G , в которой определена функция \mathbf{A} ; (V) — поверхность, ограничивающая этот объем; df — элемент поверхности с единичной внешней нормалью \mathbf{n} ; $\nabla = i_x \frac{\partial}{\partial x} + i_y \frac{\partial}{\partial y} + i_z \frac{\partial}{\partial z}$ — дифферен-