определится интегралом

$$\psi = \int lG\rho\, d\varphi = l\frac{e^{-jkz}}{2r} e^{-jkz^* \sin\theta}\Big[\mathscr{J}_0(k\rho^* \cos\theta) - \frac{\mathscr{J}_0(ka\cos\theta) H_0(k\rho\cos\theta)}{H_0(ka\cos\theta)}\Big], \qquad (III.6.6)$$

где l — линейная плотность излучателей на кольце.

Наконец, дифференцируя (III.6.5) по ρ^* и подставляя $\rho^* = a$, получаем

$$\frac{\partial G}{\partial \rho^*}\Big|_{\rho^*=a} = \frac{e^{-j\left(kr - \frac{\pi}{2}\right)}}{\pi^2 ra} e^{-jkz^* \sin\theta} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-jm(\varphi-\varphi^*)} e^{j\frac{\pi m}{2}}}{H_m(ka\cos\theta)}. \qquad (III.6.7)$$

Таким образом, если известно распределение звукового давления в непосредственной близости к поверхности цилиндра, то, применяя формулу поля первой краевой задачи (III.6.1), получаем формулы для пересчета функции ближнего поля в функции для областей, удаленных от поверхности излучателя.

ГЛАВА IV
ИЗЛУЧЕНИЕ ПЛОСКИМИ ИСТОЧНИКАМИ

§ IV.1. ДАЛЬНЕЕ ПОЛЕ ПЛОСКОГО ПОРШНЕВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

Допустим, что в плоский жесткий экран на одном уровне с ним вставлен плоский излучатель, все точки которого имеют нормальную составляющую скорости, соответствующую реальной части функции $v_n e^{j\omega t}$. Требуется найти звуковое поле в полупространстве, ограниченном плоским экраном.

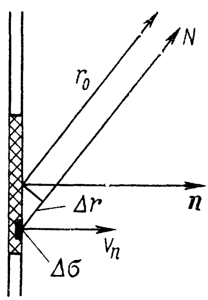

Рис. IV.1.1

Для решения задачи воспользуемся интегралом Рэлея (III.4.10). Сначала найдем потенциал поля в точке P, находящейся на большом расстоянии от источника.

Если точка наблюдения лежит от плоского источника на большом расстоянии, то направления из этой точки на любой элемент поверхности излучателя составляют с нормалью одинаковый угол. На рис. IV.1.1 показано общее для всех элементов направление на точку наблюдения N. Обозначив расстояние от начала координат через r_0, расстояние от элемента $\Delta\sigma$ — через $r = r_0 + \Delta r$, получим интеграл в виде

$$\Psi = \frac{v_n}{2\pi} \int\limits_{\sigma} \frac{e^{-jk(r_0+\Delta r)}}{r_0 + \Delta r}\, d\sigma. \qquad (IV.1.1)$$

Поскольку $\Delta r/r_0 \ll 1$, то величиной $\Delta r/r_0$ в знаменателе $r_0 + \Delta r = r_0(1 - \Delta r/r_0)$ можно пренебречь, но в показателе степени такое пренебрежение недопустимо, так как небольшие значения Δr вызывают значительные изменения фазы.

Исходя из этих соображений, (IV.1.1) можно представить в виде

$$\Psi(r,\ t) = \frac{v_n}{2\pi}\frac{e^{j(\omega t - kr_0)}}{r_0}\int\limits_{\sigma} e^{-jk\Delta r}\, d\sigma,$$

где σ — площадь источника.

Обозначая объемную скорость поверхности источника $Q = v_n\sigma$, получаем

$$\Psi(r,\ t,\ \theta) = \frac{Q}{2\pi}\frac{e^{j(\omega t - kr_0)}}{r_0}\frac{1}{\sigma}\int\limits_{\sigma} e^{-jk\Delta r}\, d\sigma. \qquad (IV.1.2)$$

Если направления нормалей к плоскости и на источник совпадают, то $\Delta r = 0$ и потенциал в точках, лежащих в области дальнего поля на оси преобразователя, определяется формулой

$$\Psi_0(r,\ t) = \frac{Q}{2\pi r_0} e^{j(\omega t - kr_0)}. \qquad (IV.1.3)$$

Исходя из этого, легко определить общее выражение для функции направленности плоского поршневого излучателя в экране:

$$\Phi(\theta) = \frac{\Psi}{\Psi_0} = \frac{1}{\sigma}\int\limits_{\sigma} e^{-jk\Delta r}\, d\sigma. \qquad (IV.1.4)$$

Используя (IV.1.4), записываем простые соотношения для основных характеристик дальнего поля плоского преобразователя в жестком экране:

$$\Psi(r,\ \theta,\ t) = \frac{Q}{2\pi r}\Phi(\theta)\cos(\omega t - kr), \qquad (IV.1.5)$$

$$v(r,\ \theta,\ t) = \frac{Q}{r\lambda}\Phi(\theta)\sin(\omega t - kr), \qquad (IV.1.6)$$

$$p(r,\ \theta,\ t) = \rho c\frac{Q}{r\lambda}\Phi(\theta)\sin(\omega t - kr), \qquad (IV.1.7)$$

$$\mathcal{I}(r,\ \theta,\ t) = \frac{1}{T}\int\limits_0^T pv\, dt = \frac{Q^2\rho c}{2\lambda^2 r^2}\Phi^2(\theta), \qquad (IV.1.8)$$

$$\mathcal{P} = \frac{Q^2\rho c}{\lambda^2}\pi\int\limits_0^\pi \Phi^2\sin\theta\, d\theta, \qquad (IV.1.9)$$

где $v(r,\ \theta,\ t)$ — колебательная скорость среды; λ — $c\omega/(2\pi)$ — длина волны; $p(r,\ \theta,\ t)$ — звуковое давление; $\mathcal{I}(r,\ \theta,\ t)$ — интенсивность; $\mathcal{P}$ — акустическая мощность поршневого излучателя.

Нетрудно показать, что применение формул (IV.1.5) и (IV.1.9) для вычисления коэффициента осевой концентрации $K = \mathcal{I}/\mathcal{I}_m$ приводит к общей формуле

$$K = \frac{2}{\int\limits_0^{\pi} \Phi^2(\theta) \sin\theta \, d\theta}. \qquad (IV.1.10)$$

Внимательное исследование этих соотношений позволяет сделать следующие выводы о свойствах дальнего поля поршневого плоского излучателя в экране: амплитуды колебательной скорости и звукового давления убывают с расстоянием по такому же закону, который имеется для сферической волны, возбуждаемой пульсирующим шаром. Отличие от закона шаровой волны заключается в том, что амплитуда волны поршневого излучателя зависит от направления. По осевому направлению амплитуда имеет наибольшее значение: она вдвое больше, чем амплитуда волны, создаваемой пульсирующим шаром той же производительности, но без экрана. Это значит, что фаза волн, отраженных от экрана в направлении оси, совпадает с фазой бегущих волн, так что в результате интерференции амплитуда волны удваивается. В других направлениях такого совпадения фаз не существует, поэтому интерференция волн приводит к определенной зависимости амплитуды от направления, выражаемой характеристикой направленности $\Phi(\theta)$.

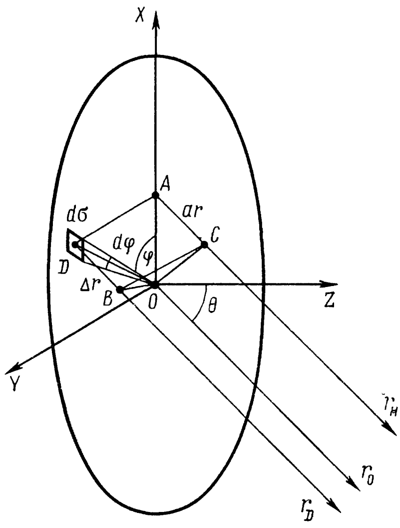

Рис. IV.2.1

§ IV.2. ДАЛЬНЕЕ ПОЛЕ КРУГЛОГО И ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ В ЭКРАНЕ

Формулы (IV.1.5) – (IV.1.9) применимы к плоским поршневым излучателям: круглому, прямоугольному, эллиптическому и др. При этом необходимо, чтобы излучатель был вмонтирован в бесконечно протяженный жесткий звуконепроницаемый плоский экран.

Отличие полей излучения в дальней зоне, создаваемых различными плоскими излучателями, состоит в различии функций направленности. Функции направленности круглого, прямоугольного, эллиптического, щелевого и других излучателей можно вычислить с помощью (IV.1.4).

Найдем функции направленности круглого и прямоугольного излучателей.

Функция направленности круглого поршневого излучателя в экране. На рис. IV.2.1 показано геометрическое построение, из которого следует:

$$d\sigma = \rho \, d\rho \, d\varphi, \quad \sigma = \pi a^2,$$

$$\Delta r = DB = AC = OA \sin\theta, \quad OA = \rho\cos\varphi, \quad \Delta r = \rho\cos\varphi\sin\theta.$$