

Первый корень этого уравнения меньше, чем 3,83, и начало переходной зоны определяется этим корнем. Обозначим его A_1 . Отсюда

$$\frac{ka^2}{z_0} = \frac{2\pi a^2}{\lambda z_0} = A_1, \quad z_0(a) = \frac{2\pi a^2}{A_1 \lambda},$$

причем $2\pi/A_1 > 1$, поэтому переходная область на линиях $\delta = a$ начинается дальше, чем осевая переходная область.

3. Можно показать, что при любом соотношении δ/a первый корень $\mathcal{S}_1(x)$ всегда больше первого корня уравнения $\cos \alpha(x) = V_0(x)$. Поэтому начало переходной области для $\delta/a \neq 0$ расположено дальше, чем начало переходной области на оси.

§ IV.6. ДИФРАКЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ СКОРОСТИ И ПОГЛОЩЕНИЯ ЗВУКА

Наиболее точные методы измерения скорости распространения и коэффициента поглощения звука в веществе основаны на предположении, что в экспериментальной установке создается плоская волна. Однако излучатели конечных размеров создают в ближней области плоское поле, искаженное дифракционными эффектами на краях излучателя даже в случае, если излучатель вставлен в бесконечный жесткий экран. Обычно в измерениях скорости распространения и коэффициента поглощения звука в веществе используют пьезоэлектрические пластины. В эхо-методах и в методе акустического интерферометра излучающая и приемная пластины могут быть совмещены.

Рассмотрим в общем виде возможные ошибки в определении скорости и поглощения звука, которые вносятся дифракционными искажениями плоской волны, действующей на пьезоэлектрический датчик давления.

В эхо-методах измерения скорости и поглощения звука отраженная от рефлектора волна, искаженная дифракционными явлениями на краях рефлектора и излучателя, возвращается к передающему кристаллу и возбуждает на его клеммах электрическое напряжение, пропорциональное среднему давлению на поверхности пьезоэлемента. Это давление отличается от давления \bar{p} , усредненного по поверхности перпендикулярной направлению распространения волны. Между этими величинами существует линейная зависимость

$$\langle p \rangle = D\bar{p},$$

где D — коэффициент дифракции, который определяется размерами и покрытием приемного преобразователя и практически не зависит от расстояния между излучателем и приемником звуковых волн.

Для неискаженного плоского поля величина \bar{p} , очевидно, выражается формулой идеальной плоской волны в среде с затуханием

$$\bar{p} = p_0 e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - kz)},$$

где α — коэффициент поглощения волн. Для поля, искаженного дифракционными эффектами на краях излучающей и приемной пластин, выражение давления \bar{p} можно получить путем усреднения по поверх-

ности приемной пластины звукового давления, соответствующего ближней зоне излучения:

$$\bar{p} = \frac{1}{S_1} \int_{S_1} p_M dS_1.$$

В результате интегрирования и последующих преобразований получается выражение давления \bar{p} , которое отличается от формулы идеальной плоской волны тем, что амплитуда имеет дополнительную зависимость от z и появится дополнительное искажение фазы, которое является функцией расстояния z :

$$\bar{p} = A(z) p_0 e^{j[\omega t - kz - \psi(z)]}.$$

В этом случае зависимость от расстояния z электрического напряжения на приемном кварце определяется формулой

$$U(z) = BA(z) p_0 e^{-\alpha z} e^{j[\omega t - kz - \psi(z)]}, \quad (\text{IV.6.1})$$

где B — коэффициент пропорциональности, включающий коэффициент дифракции D и параметр преобразования механических величин в электрическое напряжение.

При изменении расстояния от z_1 до z_2 напряжение изменится от U_1 до U_2 . Отношение этих напряжений определяется формулой

$$\begin{aligned} U_2/U_1 &= \frac{A(z_2)}{A(z_1)} e^{-\alpha(z_2 - z_1)} e^{-j[k(z_2 - z_1) - \psi(z_2) + \psi(z_1)]} = \\ &= B(z_1, z_2) e^{-i(k + \Delta k)(z_2 - z_1)}, \end{aligned}$$

где

$$B(z_1, z_2) = \frac{A(z_2)}{A(z_1)} e^{-\alpha(z_2 - z_1)}, \quad \Delta k = \frac{\psi(z_1) - \psi(z_2)}{z_2 - z_1}.$$

Для получения формул коэффициента поглощения и скорости распространения с учетом поправок на искажение идеальной плоской волны преобразуем величину $B(z_1, z_2)$ к виду

$$B(z_1, z_2) = e^{-\left[\alpha(z_2 - z_1) + \ln \frac{A(z_1)}{A(z_2)}\right]} = e^{-\left[\alpha + \frac{\ln \frac{A(z_1)}{A(z_2)}}{z_2 - z_1}\right](z_2 - z_1)}, \quad (\text{IV.6.2})$$

а дополнительное изменение волнового числа запишем с учетом зависимости $k = \frac{\omega}{c}$ как

$$\Delta k = (\omega/c) (\Delta c/c) = [\psi(z_2) - \psi(z_1)]/(z_2 - z_1). \quad (\text{IV.6.2}')$$

Очевидно, второе слагаемое (VI.6.2) содержит поправку на коэффициент поглощения, которая выражается формулой

$$\Delta \alpha = [\ln A(z_1) - \ln A(z_2)]/(z_2 - z_1). \quad (\text{IV.6.3})$$

Из (IV.6.2') следует относительная поправка к фазовой скорости

$$\Delta c/c = [\psi(z_2) - \psi(z_1)] \left[\frac{\omega}{c} (z_2 - z_1) \right]^{-1}. \quad (\text{IV.6.3}')$$

Формулы (IV.6.3) и (IV.6.3') позволяют произвести вычисления поправок к коэффициенту поглощения и скорости распространения,

которые необходимо учитывать в измерениях по методикам, где допускается, что в установках распространяются идеальные плоские волны. Для получения окончательных формул допустим, что форма датчика представляет круг с радиусом b . Используя формулу (IV.5.20), получаем

$$U(z) = DB_1 \langle p \rangle = B_1 e^{-jkz_0} \frac{D}{\pi b^2} \int_0^b \rho_M 2\pi \delta d\delta. \quad (\text{IV.6.4})$$

Здесь D — коэффициент дифракции приемной пластины, ρ_M — звуковое давление на ее поверхности (IV.5.17):

$$\rho_M = -\rho c v_0 e^{j(\omega t - kz_0)} \left[e^{-\frac{\pi(a^2 + \delta^2)}{\lambda z_0}} (V_0 + jV_1) - 1 \right], \quad (\text{IV.6.5})$$

где V_0 и V_1 — ряды Ломмеля (IV.5.17).

Интеграл, входящий в (IV.6.4), приводится к следующей формуле:

$$\int_0^b 2\pi \rho_M \delta d\delta = \rho c v_0 \pi b^2 I(z_0),$$

где

$$I(z_0) = 1 - \frac{z_0 \lambda}{\pi b^2} e^{-j \frac{\pi(a^2 + b^2)}{\lambda z_0}} \{ V_1(kab/z_0) - j [V_1(kab/z_0) - \mathcal{I}_0(kab/z_0)] \},$$

$$|I(z_0)| = [(A - \cos \gamma)^2 + (B - \sin \gamma)^2]^2$$

— модуль этой функции, $\psi = -\text{arctg} [(B \cos \gamma + A \sin \gamma)/(1 - A \cos \gamma + B \sin \gamma)]$ — ее фаза, $A = [(z_0 \lambda / (\pi b^2)) V_1(kab/z_0)]$,

$$B = [z_0 \lambda / (\pi b^2)] [V_0(kab/z_0) - \mathcal{I}_0(kab/z_0)],$$

$$\gamma = \frac{\pi(a^2 + b^2)}{\lambda z_0}.$$

Подставляя (IV.6.5) в (IV.6.2) и (IV.6.3), находим дифракционные поправки на поглощение и скорость распространения упругих волн:

$$\Delta \alpha = \frac{1}{2\Delta z} \ln \frac{(A_1 - \cos \gamma_1)^2 + (B_1 - \sin \gamma_1)^2}{(A_2 - \cos \gamma_2)^2 + (B_2 - \sin \gamma_2)^2}, \quad (\text{IV.6.6})$$

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{1}{k} \left[\text{arctg} \frac{A_1 \sin \gamma_1 + B_1 \cos \gamma_1}{1 - A_1 \cos \gamma_1 + B_1 \sin \gamma_1} - \text{arctg} \frac{A_2 \sin \gamma_2 + B_2 \cos \gamma_2}{1 - A_2 \cos \gamma_2 + B_2 \sin \gamma_2} \right],$$

где A_1, A_2, B_1, B_2 и γ_1, γ_2 — значения величин при $z = z_1, z = z_2$.

На рис. IV.6.1 представлены графики отношения среднего давления на приемном преобразователе $\langle p \rangle$ к давлению p_0 в идеальной плоской волне в зависимости от расстояния $s = (x\lambda)/a^2$ до излучателя для $ka = 400$ (кривая 1) и $ka = 40$ (кривая 2). Значения давления рассчитаны для случая, когда радиусы приемного b и передающего a

преобразователей равны $b = a = 10$ мм; частота $f = \omega/2\pi = 1$ МГц; скорость звука $c = 1,6 \cdot 10^3$ м/с.

На рис. IV.6.2 показаны графики зависимости $\langle p \rangle / \rho$ от s для различных размеров b приемного преобразователя [26].

Приведенные кривые $\langle p \rangle / \rho$ позволяют оценить дифракционные поправки к коэффициенту поглощения.

Например, если при измерении поглощения изменить положение кварца меж-

$|\langle p \rangle / \rho|$

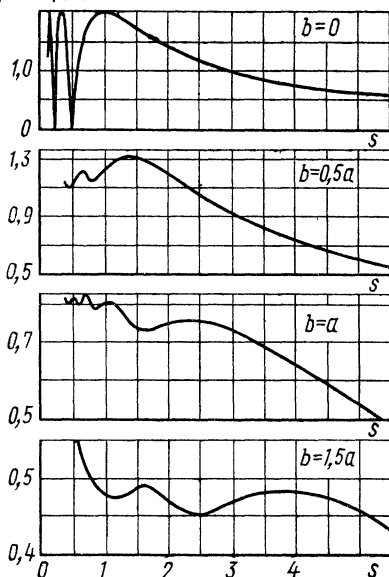


Рис. IV.6.2

$|\langle p \rangle / \rho|$

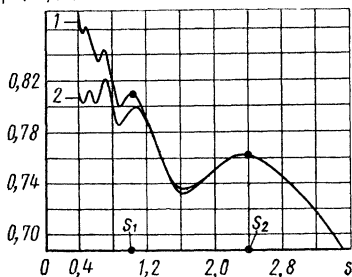


Рис. IV.6.1

ду $s_1 = 1,05$ и $s_2 = 2,4$ (см. рис. IV.6.1, кривая 1), то амплитуда давления на этом расстоянии изменится от 0,81 до 0,76, т. е. от 1,8 до 2,3 дБ. В этом случае дифракционная поправка (в децибелах) к коэффициенту поглощения составляет

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= \frac{1}{1,4s_0} (2,3 - 1,8) = \\ &= \frac{1,5}{1,4} \frac{1}{s_0} \approx 1 \frac{\text{дБ}}{s_0}, \end{aligned}$$

где $s_0 = a^2/\lambda$.

В частности, для измерений затухания в жидкости при частоте $f = 15$ МГц, когда $a = b = 0,1$ см, длина $s_0 = a^2/\lambda = 150$ см. Подставляя это значение в формулу дифракционного затухания, получаем

$$\Delta\alpha = \frac{1}{150} \frac{\text{дБ}}{\text{см}}.$$

Экспериментально установлено, что средняя поправка при измерениях коэффициента затухания в эхо-методе, когда приемный пьезо-

$\Delta c, \text{ м/с}$

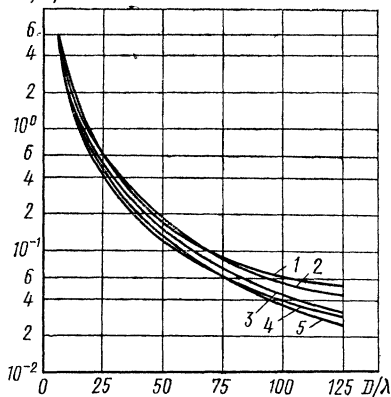


Рис. IV.6.3

кварц перемещается в области $s=1$, составляет 1 дБ на единицу a^2/λ .

На рис. IV.6.3 приведены абсолютные значения дифракционной поправки к длине волны λ , к скорости звука идеальной плоской волны в зависимости от отношения диаметра излучателя D , вычисленные при различных расстояниях между преобразователями для случая $a=b=10$ мм и $c=1,6 \cdot 10^3$ м/с. Графики 1—5 соответствуют расстояниям, соответственно равным 50, 100, 150, 200, 250 мм [26]. Видно, что поправки тем больше, чем меньше радиус излучателя. С уменьшением расстояния поправки к скорости также увеличиваются.

Обычно измерение скорости звука проводят при расстояниях $x\lambda/a^2 \approx 1$ и при волновых размерах излучателя ≈ 100 . Это соответствует $D/\lambda \approx 30$. При этом абсолютная ошибка в измерении скорости звука в воде равна, как следует из рис. IV.6.3 (кривая 5), 0,4 м/с, что составляет $2,5 \cdot 10^{-2}\%$.

ГЛАВА V РАССЕЯНИЕ ВОЛН

Среда, в которой распространяются волны, не бывает однородной. В жидкости или газе всегда имеются отклонения от средних значений температуры, плотности, сжимаемости и других физических параметров. Эти флуктуации вызывают местные изменения свойств среды. Если в среде будет распространяться волна, то вследствие нерегулярных изменений свойств среды возникают вторичные волны, исходящие от областей, где появились неоднородности. Эти волны называют *рассеянными*, а процесс их образования — *явлением рассеяния волн*.

Рассеянные волны, складываясь в точке наблюдения с падающей волной, создают в каждый момент времени интерференционную картину. Вследствие нерегулярности распределения рассеивателей в пространстве и во времени рассеянные волны, исходящие от отдельных рассеивателей, некогерентны между собой и с падающей волной, так что за время измерения интерференционная картина смазывается. Вместо образования устойчивой интерференционной картины в каждой точке происходит сложение интенсивностей волн.

К явлениям рассеяния волн относятся также процессы рассеяния от неподвижных неоднородностей, хаотически распределенных в сплошной среде. Вследствие неизменного характера неоднородностей все они являются источниками когерентных волн, которые дают четкую интерференционную картину. Явление когерентного рассеяния, строго говоря, следовало бы назвать дифракцией на совокупности стационарных неоднородностей. Однако поскольку при некогерентном и когерентном рассеянии существенную роль играют статистические закономерности, в обоих случаях применяют термин *рассеяние волн*.

В литературе часто к явлениям рассеяния волн относят также процессы образования вторичных волн на отдельных стационарных неоднородностях, например явления отражения звуковых волн от подводных объектов, электромагнитных волн от радиолокационных целей и т. д. Эффект рассеяния зависит от соотношения между длиной волны и размерами рассеивателя. Если длина волны сравнима с размерами рассеивающего предмета, то в этом случае рассеяние, по существу, есть дифракция волн.

К дифракции принадлежит рассеяние на периодических структурах, а также на периодически шероховатых поверхностях. Среди исследований этого направления известны работы [18], [19], [20] и др.

Некогерентное рассеяние, т. е. рассеяние на случайных неоднородностях с установившимся распределением, а также с распределением, меняющимся во времени, проявляется в другой области явлений рассеяния, где преимущест-