

## II. СОКРАЩЕННЫЕ ТАБЛИЦЫ СПЕЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Т а б л и ц а П. II. 1

### Значения функций Лежандра для сферических координат

θ, град	P <sub>-1</sub> = P <sub>0</sub>	P <sub>1</sub> (cos θ)	P <sub>2</sub> (cos θ)	P <sub>3</sub> (cos θ)	P <sub>4</sub> (cos θ)
0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
5	1,0000	0,9962	0,9886	0,9773	0,9623
10	1,0000	0,9848	0,9548	0,9106	0,8532
15	1,0000	0,9659	0,8995	0,8042	0,6847
20	1,0000	0,9397	0,8245	0,6649	0,4750
25	1,0000	0,9063	0,7321	0,5016	0,2465
30	1,0000	0,8660	0,6250	0,3248	0,0234
35	1,0000	0,8192	0,5065	0,1454	0,1714
40	1,0000	0,7660	0,3802	-0,0252	0,3190
45	1,0000	0,7071	0,2500	-0,1768	-0,4063
50	1,0000	0,6428	0,1198	-0,3002	-0,4275
55	1,0000	0,5736	-0,0065	-0,3886	-0,3852
60	1,0000	0,5000	-0,1250	-0,4375	-0,2891
65	1,0000	0,4226	-0,2321	-0,4452	-0,1552
70	1,0000	0,3420	-0,3245	-0,4130	-0,0038
75	1,0000	0,2588	-0,3995	-0,3449	+0,1434
80	1,0000	0,1736	-0,4548	-0,2474	-0,2659
85	1,0000	0,0872	-0,4886	-0,1291	-0,3468
90	1,0000	0,0000	-0,5000	-0,0000	-0,3750

θ, град	P <sub>5</sub> (cos θ)	P <sub>6</sub> (cos θ)	P <sub>7</sub> (cos θ)	P <sub>8</sub> (cos θ)	P <sub>9</sub> (cos θ)
0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
5	0,9437	0,9216	0,8962	0,8675	0,8358
10	0,7840	0,7045	0,6164	0,5218	0,4228
15	0,5471	0,3983	0,2455	0,0962	-0,0428
20	0,2715	0,0719	-0,1072	-0,2518	-0,3517
25	0,0009	-0,2040	-0,3441	-0,4062	-0,3896
30	-0,2233	-0,3740	-0,4102	-0,3388	-0,1896
35	-0,3691	-0,4114	-0,3096	-0,1154	+0,0965
40	-0,4197	-0,3236	-0,1006	+0,1386	0,2900
45	-0,3757	-0,1484	+0,1271	0,2983	0,2855
50	-0,2545	+0,0564	0,2854	0,2947	0,1041
55	-0,0868	0,2297	0,3191	0,1422	-0,1296
60	+0,0898	0,3232	0,2231	-0,0736	-0,2679
65	0,2381	0,3138	0,0422	-0,2411	-0,2300
70	0,3281	0,2089	-0,1485	-0,2780	-0,0478
75	0,3427	0,0431	-0,2731	-0,1702	+0,1595
80	0,2810	-0,1321	-0,2835	+0,0233	0,2596
85	0,1577	-0,2638	-0,1778	0,2017	0,1913
90	0,0000	-0,3125	0,0000	0,2734	0,0000

## Амплитуды и фазы цилиндрических функций Бесселя

При  $x \rightarrow 0$  и  $m > 0$ 

$$C'_m \approx (1/2) C_{m+1} \approx 0,1592ml (2/x)^{m+1},$$

$$\delta_m \approx -\delta'_m \approx \frac{180m}{(ml)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m},$$

$$C_0 \approx \sqrt{1 + (2/\pi)^2 (\ln x)^2}, \quad C'_0 \approx 0,6366/x,$$

$$\delta_0 \approx -90/\ln x, \quad \delta'_0 \approx 45x^2.$$

При  $x \rightarrow \infty$ 

$$C_m \approx C'_m \approx \sqrt{2/(\pi x)},$$

$$\delta_m \approx x - \frac{1}{4} \pi (2m - 1), \quad \delta'_m \approx x - \frac{1}{4} \pi (2m + 1).$$

$x$	$C_0(x)$	$\delta_0(x)$ , град	$C'_0(x)$	$\delta'_0(x)$ , град	$C_1(x)$	$\delta_1(x)$ , град	$C'_1(x)$	$\delta'_1(x)$ , град
0,0	$\infty$	00,00	$\infty$	00,00	$\infty$	00,00	$\infty$	00,00
0,1	1,8300	33,03	6,4591	0,44	6,4591	0,44	63,057	-0,45
0,2	1,4659	42,48	3,3253	1,71	3,3253	1,71	15,546	1,82
0,3	1,2679	50,45	2,2979	3,70	2,2979	3,70	6,8535	4,04
0,4	1,1356	57,75	1,7916	6,28	1,7916	6,28	3,8748	6,97
0,5	1,0384	64,65	1,4913	9,35	1,4913	9,35	2,5393	-10,30
0,6	0,9628	71,31	1,2926	12,82	1,2926	12,82	1,8440	13,62
0,7	0,9016	77,79	1,1513	16,60	1,1513	16,60	1,4451	16,53
0,8	0,8507	84,14	1,0454	20,66	1,0454	20,66	1,1994	18,73
0,9	0,8075	90,40	0,9629	24,94	0,9629	24,94	1,0388	20,07
1,0	0,7703	96,58	0,8966	29,39	0,8966	29,39	0,9283	-20,50
1,2	0,7088	108,77	0,7963	38,74	0,7963	38,74	0,7884	18,94
1,4	0,6599	120,80	0,7234	48,52	0,7234	48,52	0,7035	14,80
1,6	0,6198	132,71	0,6675	58,62	0,6675	58,62	0,6453	8,84
1,8	0,5861	144,54	0,6230	68,96	0,6230	68,96	0,6019	-1,61
2,0	0,5573	156,31	0,5866	79,49	0,5866	79,49	0,5676	+6,52
2,2	0,5323	168,04	0,5560	90,15	0,5560	90,15	0,5392	15,31
2,4	0,5104	179,72	0,5298	100,93	0,5298	100,93	0,5152	24,57
2,6	0,4910	191,37	0,5071	111,81	0,5071	111,81	0,4944	34,20
2,8	0,4736	203,00	0,4872	122,75	0,4872	122,75	0,4760	44,11
3,0	0,4579	214,61	0,4694	133,76	0,4694	133,76	0,4597	54,24
3,2	0,4436	226,20	0,4536	144,82	0,4536	144,82	0,4450	64,55
3,4	0,4306	237,78	0,4392	155,92	0,4392	155,92	0,4317	75,01
3,6	0,4187	249,34	0,4262	167,06	0,4262	167,06	0,4195	85,58
3,8	0,4077	260,90	0,4143	178,23	0,4143	178,23	0,4084	96,25
4,0	0,3975	272,44	0,4034	189,42	0,4034	189,42	0,3980	107,01
4,2	0,3881	283,98	0,3933	200,64	0,3933	200,64	0,3885	117,83
4,4	0,3792	295,51	0,3839	211,88	0,3839	211,88	0,3796	128,72
4,6	0,3710	307,04	0,3752	223,14	0,3752	223,14	0,3713	139,65
4,8	0,3633	318,56	0,3670	234,42	0,3670	234,42	0,3635	150,64
5,0	0,3560	330,07	0,3594	245,71	0,3594	245,71	0,3562	161,66

$x$	$C_2(x)$	$\delta_2(x)$ , град	$C'_2(x)$	$\delta'_2(x)$ , град	$C_3(x)$	$\delta_3(x)$ , град	$C'_3(x)$	$\delta'_3(x)$ , град
0,1	127,65	00,00	2546,4	00,00	5099,3	00,00	152 852	00,00
0,2	32,157	0,01	318,25	-0,01	639,82	0,00	9 565,1	0,00
0,4	8,2984	0,14	39,711	0,14	81,203	0,00	600,72	0,00

$x$	$C_2(x)$	$\delta_2(x)$ , град	$C'_2(x)$	$\delta'_2(x)$ , град	$C_3(x)$	$\delta_3(x)$ , град	$C'_3(x)$	$\delta'_3(x)$ , град
0,6	3,8930	0,64	11,716	0,69	24,692	0,01	119,57	-0,01
0,8	2,3598	1,84	4,9215	2,09	10,815	0,05	38,196	0,06
1,0	1,6547	3,98	2,5289	-4,77	5,8216	0,19	15,814	-0,20
1,2	1,2733	7,19	1,5025	8,91	3,5901	0,52	7,7118	0,57
1,4	1,0432	11,46	1,0117	14,06	2,4425	1,18	4,2116	1,35
1,6	0,8927	16,73	0,7627	19,03	1,7911	2,32	2,5037	2,77
1,8	0,7879	22,87	0,6309	22,49	1,3931	4,07	1,5963	5,08
2,0	0,7111	29,75	0,5573	-23,69	1,1351	6,52	1,0860	-8,44
2,2	0,6526	37,26	0,5130	22,56	0,9597	9,74	0,7898	12,71
2,4	0,6065	45,29	0,4836	19,45	0,8354	13,72	0,6158	17,32
2,6	0,5691	53,76	0,4624	14,75	0,7441	18,43	0,5136	21,41
2,8	0,5381	62,59	0,4457	8,84	0,6749	23,83	0,4535	24,15
3,0	0,5119	71,74	0,4319	-1,99	0,6209	29,85	0,4175	-25,09
3,2	0,4894	81,14	0,4198	+5,59	0,5778	36,42	0,3952	24,19
3,4	0,4698	90,77	0,4090	13,73	0,5426	43,49	0,3804	21,64
3,6	0,4525	100,58	0,3992	22,33	0,5132	50,98	0,3698	17,71
3,8	0,4371	110,55	0,3901	31,29	0,4884	58,86	0,3617	12,66
4,0	0,4233	120,67	0,3816	40,55	0,4671	67,06	0,3549	-6,72
4,2	0,4108	130,90	0,3737	50,06	0,4486	75,56	0,3489	-0,04
4,4	0,3995	141,24	0,3662	59,77	0,4322	84,32	0,3434	+7,22
4,6	0,3891	151,68	0,3592	69,66	0,4178	93,30	0,3383	14,97
4,8	0,3795	162,19	0,3525	79,70	0,4048	102,49	0,3334	23,13
5,0	0,3706	172,78	0,3462	89,87	0,3931	111,85	0,3287	31,62

$x$	$C_4(x)$	$\delta_4(x)$ , град	$C'_4(x)$	$\delta'_4(x)$ , град	$C_5(x)$	$\delta_5(x)$ , град	$C'_5(x)$	$\delta'_5(x)$ , град
0,4	1209,7	00,00	12016	00,00	24114	00,00	300210	00,00
0,6	245,02	0,00	1595,5	0,00	3215,6	0,00	26554	0,00
0,8	78,751	0,00	382,94	0,00	776,70	0,00	4775,6	0,00
1,0	33,278	0,00	127,29	0,00	260,41	0,00	1268,8	0,00
1,2	16,686	0,02	52,031	-0,02	107,65	0,00	431,86	0,00
1,4	9,4432	0,05	24,539	0,06	51,519	0,00	174,55	0,00
1,6	5,8564	0,15	12,851	0,16	27,492	0,01	80,057	-0,01
1,8	3,9060	0,34	7,2904	0,37	15,970	0,02	40,455	0,02
2,0	2,7662	0,70	4,4045	-0,79	9,9360	0,04	22,074	-0,04
2,2	2,0609	1,32	2,8012	1,55	6,5462	0,10	12,817	0,10
2,4	1,6037	2,30	1,8612	2,80	4,5296	0,21	7,8343	0,22
2,6	1,2954	3,72	1,2872	4,73	3,2717	0,41	4,9989	0,45
2,8	1,0805	5,67	0,9265	7,46	2,4550	0,75	3,3086	0,86
3,0	0,9261	8,20	0,6965	-11,01	1,9064	1,29	2,2607	-1,53
3,2	0,8122	11,34	0,5496	15,13	1,5270	2,11	1,5896	2,59
3,4	0,7260	15,11	0,4566	19,29	1,2576	3,27	1,1486	4,18
3,6	0,6593	19,47	0,3987	22,81	1,0619	4,84	0,8534	6,41
3,8	0,6065	24,42	0,3631	25,11	0,9167	6,88	0,6539	9,35
4,0	0,5640	29,90	0,3412	-25,90	0,8067	9,42	0,5190	-12,92
4,2	0,5291	35,87	0,3275	25,14	0,7219	12,49	0,4287	16,83
4,4	0,5000	42,29	0,3187	22,95	0,6553	16,09	0,3693	20,62
4,6	0,4753	49,12	0,3126	19,54	0,6022	20,21	0,3312	23,74
4,8	0,4542	56,32	0,3081	15,10	0,5590	24,83	0,3071	25,76
5,0	0,4359	63,84	0,3044	-9,81	0,5235	29,92	0,2921	-26,44

$x$	$C_6(x)$	$\delta_6(x),$ $\Gamma_{\text{par}}$	$C_6'(x)$	$\delta_6'(x),$ $\Gamma_{\text{par}}$	$C_7(x)$	$\delta_7(x),$ $\Gamma_{\text{par}}$	$C_7'(x)$	$\delta_7'(x),$ $\Gamma_{\text{par}}$
1,0	2570,8	00,00	15164	00,00	30589	00,00	211552	00,00
1,2	880,41	0,00	4294,4	0,00	8696,4	0,00	49849	0,00
1,4	358,55	0,00	1485,4	0,00	3021,8	0,00	14750	0,00
1,6	165,97	0,00	594,89	0,00	1217,3	0,00	5159,6	0,00
1,8	84,816	0,00	266,75	0,00	549,47	0,00	2052,0	0,00
2,0	46,914	0,00	130,81	0,00	271,55	0,00	903,50	0,00
2,2	27,695	0,00	68,986	0,00	144,52	0,00	432,13	0,01
2,4	17,271	0,01	38,648	-0,01	81,825	0,00	221,39	0,00
2,6	11,290	0,03	22,783	0,03	48,837	0,00	120,20	0,00
2,8	7,6918	0,06	14,028	0,06	30,510	0,00	68,583	0,00
3,0	5,4565	0,12	8,9670	-0,13	19,840	0,01	40,857	-0,01
3,2	3,9723	0,23	5,9221	0,25	13,373	0,02	25,275	0,02
3,4	2,9921	0,42	4,0245	0,47	9,3044	0,03	16,154	0,04
3,6	2,3179	0,72	2,8051	0,83	6,6677	0,07	10,647	0,07
3,8	1,8431	1,19	2,0001	1,41	4,9090	0,13	7,2002	0,15
4,0	1,5015	1,87	1,4564	-2,30	3,7063	0,23	4,9853	-0,26
4,2	1,2510	2,83	1,0822	3,60	2,8650	0,40	3,5256	0,46
4,4	1,0640	4,11	0,8211	5,42	2,2647	0,67	2,5417	0,77
4,6	0,9220	5,77	0,6374	7,85	1,8284	1,06	1,8649	1,26
4,8	0,8127	7,85	0,5081	10,08	1,5059	1,63	1,3911	2,00
5,0	0,7272	10,38	0,4177	-14,40	1,2640	2,42	1,0543	-3,06

$x$	$C_8(x)$	$\delta_8(x),$ $\Gamma_{\text{par}}$	$C_8'(x)$	$\delta_8'(x),$ $\Gamma_{\text{par}}$	$C_9(x)$	$\delta_9(x),$ $\Gamma_{\text{par}}$	$C_9'(x)$	$\delta_9'(x),$ $\Gamma_{\text{par}}$
1,6	10485	00,00	51209	00,00	103635	00,00	572462	00,00
1,8	4188,9	0,00	18068	0,00	36685	0,00	179235	0,00
2,0	1853,9	0,00	7144,1	0,00	14560	0,00	63665	0,00
2,2	891,96	0,00	3099,0	0,00	6342,5	0,00	25055	0,00
2,4	460,04	0,00	1451,6	0,00	2985,1	0,00	10734	0,00
2,6	251,68	0,00	725,56	0,00	1500,0	0,00	4940,5	0,00
2,8	144,86	0,00	383,37	0,00	797,25	0,00	241,77	0,00
3,0	87,150	0,00	212,56	0,00	444,96	0,00	124,77	0,00
3,2	54,522	0,00	122,93	0,00	259,24	0,00	67,4,59	0,00
3,4	35,330	0,00	73,802	0,00	156,91	0,00	380,03	0,00
3,6	23,612	0,00	45,804	0,00	98,275	0,00	222,08	0,00
3,8	16,243	0,01	29,287	-0,01	63,483	0,00	134,11	0,00
4,0	11,471	0,02	19,236	-0,02	42,178	0,00	83,430	0,00
4,2	8,3005	0,04	12,946	0,04	28,756	0,00	53,319	0,00
4,4	6,1442	0,07	8,9067	0,08	20,078	0,01	34,924	-0,01
4,6	4,6463	0,13	6,2524	0,14	14,338	0,01	23,396	0,01
4,8	3,5855	0,22	4,4705	0,25	10,446	0,02	16,001	0,02
5,0	2,8209	0,37	3,2506	-0,42	7,7639	0,04	11,154	-0,04

## Амплитуды и фазы сферических функций Бесселя

При  $x \rightarrow 0$ 

$$D_m \simeq \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \dots (2m-1)}{x^{m+1}}, \quad D'_m \simeq \frac{m+1}{x} D_m,$$

$$\delta_m \simeq \frac{57,30x^{2m+1}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2m+1) \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \dots (2m+1)}, \quad \delta'_m = -\frac{m}{m+1} \delta_m,$$

$$D_0 = 1/x, \quad \delta_0 = 57,296x, \quad \delta'_0 = 19,098x^2.$$

При  $x \rightarrow \infty$ 

$$D_m \simeq D'_m \simeq 1/x,$$

$$\delta_m \simeq x - (1/2) m\pi, \quad \delta'_m \simeq x - (1/2) (m+1) \pi_0.$$

$x$	$D_0(x)$	$\delta_0(x)$ , град	$D'_0(x)$	$\delta'_0(x)$ , град	$D_1(x)$	$\delta_1(x)$ , град	$D'_1(x)$	$\delta'_1(x)$ , град
0,1	10,000	05,73	100,50	00,02	100,50	00,02	2000,0	-00,01
0,2	5,0000	11,46	25,495	0,15	25,495	0,15	250,05	0,08
0,3	3,3333	17,19	11,600	0,49	11,600	0,49	74,149	0,25
0,4	2,5000	22,92	6,7315	1,12	6,7315	1,12	34,350	0,58
0,5	2,0000	28,65	4,4721	2,08	4,4721	2,08	16,125	-1,10
0,6	1,6667	34,38	3,2394	3,41	3,2394	3,41	9,4081	1,82
0,7	1,4285	40,11	2,4911	5,10	2,4911	5,11	6,0034	2,73
0,8	1,2500	45,86	2,0010	7,18	2,0010	7,18	4,1014	3,80
0,9	1,1111	51,57	1,6609	-9,58	1,6609	9,58	2,9599	4,96
1,0	1,0000	57,30	1,4142	12,30	1,4142	12,30	2,2361	-6,14
1,2	0,8333	68,75	1,0848	18,56	1,0848	18,56	1,4262	8,11
1,4	0,7143	80,21	0,8778	25,75	0,8778	25,75	1,0205	8,97
1,6	0,6250	91,67	0,7370	33,68	0,7370	33,68	0,7931	8,25
1,8	0,5556	103,13	0,6355	42,19	0,6355	42,19	0,6529	5,87
2,0	0,5000	114,59	0,5590	51,16	0,5590	51,16	0,5590	-1,97
2,2	0,4545	126,05	0,4993	60,49	0,4993	60,49	0,4918	+3,21
2,4	0,4167	137,51	0,4514	70,13	0,4514	70,13	0,4411	9,44
2,6	0,3846	148,97	0,4121	80,01	0,4121	80,01	0,4011	16,50
2,8	0,3571	160,43	0,3792	90,08	0,3792	90,08	0,3686	24,23
3,0	0,3333	171,89	0,3514	100,32	0,3514	100,32	0,3415	32,49
3,2	0,3125	183,35	0,3274	110,70	0,3274	110,70	0,3184	41,18
3,4	0,2941	194,81	0,3066	121,20	0,3066	121,20	0,2985	50,23
3,6	0,2778	206,25	0,2883	131,79	0,2883	131,79	0,2811	59,57
3,8	0,2632	217,72	0,2721	142,47	0,2721	142,47	0,2657	69,15
4,0	0,2500	229,18	0,2577	153,22	0,2577	153,22	0,2519	78,92
4,2	0,2081	240,64	0,2448	164,03	0,2448	164,03	0,2396	88,88
4,4	0,2273	252,10	0,2331	174,91	0,2331	174,91	0,2285	98,97
4,6	0,2174	263,56	0,2225	185,83	0,2225	185,83	0,2184	109,20
4,8	0,2083	275,02	0,2128	196,78	0,2128	196,78	0,2091	119,55
5,0	0,2000	286,48	0,2040	207,79	0,2040	207,79	0,2006	129,98

  

$x$	$D_2(x)$	$\delta_2(x)$ , град	$D'_2(x)$	$\delta'_2(x)$ , град	$D_3(x)$	$\delta_3(x)$ , град	$D'_3(x)$	$\delta'_3(x)$ , град
0,1	3005,0	00,00	90050	00,00	150150	00,00	6003000	00,00
0,2	377,53	0,00	5637,4	0,00	9412,6	0,00	187875	0,00
0,4	48,174	0,01	354,57	-0,01	595,44	0,00	5906,2	0,00
0,6	14,793	0,09	70,730	0,06	120,04	0,00	785,47	0,00

$x$	$D_2(x)$	$\delta_2(x)$ , град	$D_2'(x)$	$\delta_2'(x)$ , град	$D_3(x)$	$\delta_3(x)$ , град	$D_3'(x)$	$\delta_3'(x)$ , град
0,8	6,5741	0,36	22,667	0,25	39,102	0,01	188,94	-0,01
1,0	3,6056	0,9	9,4340	-0,70	16,643	0,03	62,968	-0,02
1,2	2,2705	2,18	4,6457	1,59	8,4253	0,10	25,816	0,08
1,4	1,5768	4,12	2,5833	3,07	4,8265	0,28	12,217	0,22
1,6	1,1768	6,91	1,5836	5,19	3,0376	0,64	6,4256	0,51
1,8	0,9268	10,59	1,0572	7,77	2,0803	1,29	3,6669	1,05
2,0	0,7603	15,13	0,7629	-10,40	1,4856	2,34	2,2361	-1,97
2,2	0,6434	20,47	0,5901	12,49	1,1268	3,92	1,4436	3,38
2,4	0,5578	26,54	0,4837	13,51	0,8913	6,10	0,9823	5,34
2,6	0,4927	33,23	0,4148	13,14	0,7298	8,94	0,7036	7,80
2,8	0,4416	40,48	0,3676	11,31	0,6149	12,46	0,5308	10,54
3,0	0,4006	48,20	0,3333	-8,11	0,5303	16,66	0,4214	-13,16
3,2	0,3669	56,32	0,3071	-3,73	0,4661	21,52	0,3508	15,17
3,4	0,3388	64,80	0,2862	+1,65	0,4161	26,95	0,3042	16,17
3,6	0,3149	73,59	0,2688	7,86	0,3762	32,94	0,2723	15,94
3,8	0,2943	82,62	0,2540	14,75	0,3437	39,43	0,2496	14,41
4,0	0,2764	91,89	0,2411	22,20	0,3168	46,36	0,2326	-11,67
4,2	0,2607	101,36	0,2296	30,12	0,2941	53,68	0,2193	7,84
4,4	0,2468	111,00	0,2194	38,44	0,2747	61,36	0,2084	-3,08
4,6	0,2343	120,79	0,2101	47,08	0,2579	69,36	0,1992	+2,47
4,8	0,2231	130,72	0,2016	56,00	0,2433	77,63	0,1912	8,70
5,0	0,2130	140,77	0,1939	65,16	0,2303	86,16	0,1840	15,48

$x$	$D_4(x)$	$\delta_4(x)$ , град	$D_4'(x)$	$\delta_4'(x)$ , град	$D_5(x)$	$\delta_5(x)$ , град	$D_5'(x)$	$\delta_5'(x)$ , град
0,6	1385,7	00,00	11427	00,00	20665	00,00	205264	00,00
0,8	335,57	0,00	2058,2	0,00	3736,4	0,00	27685	0,00
1,0	112,90	0,00	547,85	0,00	999,44	0,00	5883,7	0,00
1,2	46,879	0,00	186,90	0,00	343,17	0,00	1668,9	0,00
1,4	22,559	0,01	75,742	-0,01	140,20	0,00	578,29	0,00
1,6	12,121	0,03	34,839	0,02	65,140	0,00	232,16	0,00
1,8	7,0994	0,08	17,661	0,06	33,437	0,00	104,36	0,00
2,0	4,4613	0,18	9,6689	-0,15	18,591	0,01	51,313	-0,01
2,2	2,9741	0,38	5,6351	0,32	11,042	0,02	27,141	0,02
2,4	2,0859	0,74	3,4594	0,64	6,9354	0,05	15,253	0,04
2,6	1,5294	1,32	2,2198	1,18	4,5716	0,11	9,0209	0,10
2,8	1,1660	2,22	1,4811	2,02	3,1446	0,22	5,5733	0,20
3,0	0,9201	3,50	1,0242	-3,27	2,2471	0,42	3,5758	-0,37
3,2	0,7483	5,25	0,7334	5,00	1,6622	0,74	2,3714	0,68
3,4	0,6248	7,51	0,5443	7,23	1,2690	1,25	1,6198	1,16
3,6	0,5336	10,33	0,4195	9,83	0,9972	1,99	1,1367	1,91
3,8	0,4646	13,72	0,3364	12,58	0,8045	3,05	0,8183	2,99
4,0	0,4112	17,68	0,2807	-15,10	0,6648	4,47	0,6043	-4,48
4,2	0,3690	22,19	0,2432	17,00	0,5613	6,30	0,4583	6,43
4,4	0,3350	27,22	0,2174	17,95	0,4831	8,60	0,3577	8,79
4,6	0,3071	32,73	0,1994	17,79	0,4228	11,38	0,2881	11,45
4,8	0,2838	38,69	0,1863	16,47	0,3755	14,66	0,2399	14,15
5,0	0,2642	45,06	0,1764	-14,04	0,3378	18,43	0,2065	-16,56

$x$	$D_6(x)$	$\delta_6(x)$ , град	$D'_6(x)$	$\delta'_6(x)$ , град	$D_7(x)$	$\delta_7(x)$ , град	$D'_7(x)$	$\delta'_7(x)$ , град
1,0	10881	00,00	75167	00,00	140453	00,00	1112740	00,00
1,2	3098,8	0,00	17733	0,00	33227	0,00	218416	0,00
1,4	1079,0	0,00	5254,7	0,00	9879,0	0,00	55372	0,00
1,6	435,72	0,00	1841,1	0,00	3475,1	0,00	16940	0,00
1,8	197,24	0,00	733,60	0,00	1391,1	0,00	5985,2	0,00
2,0	97,792	0,00	323,68	0,00	617,05	0,00	2370,4	0,00
2,2	52,238	0,00	155,17	0,00	297,64	0,00	1030,1	0,00
2,4	29,702	0,00	79,694	0,00	153,95	0,00	483,46	0,00
2,6	17,812	0,01	43,385	-0,01	84,491	0,00	242,16	0,00
2,8	11,189	0,01	24,827	0,01	48,802	0,00	128,25	0,00
3,0	7,3207	0,03	14,835	-0,03	29,476	0,00	71,282	0,00
3,2	4,9682	0,06	9,2059	0,06	18,521	0,00	41,335	0,00
3,4	3,4852	0,13	5,9066	0,11	12,057	0,01	24,884	-0,01
3,6	2,5202	0,23	3,9037	0,21	8,1040	0,02	15,489	0,02
3,8	1,8743	0,41	2,6493	0,38	5,6086	0,04	9,9334	0,03
4,0	1,4311	0,70	1,8415	-0,66	3,9878	0,07	6,5446	-0,06
4,2	1,1198	1,13	1,3083	1,09	2,9075	0,13	4,4184	0,12
4,4	0,8967	1,75	0,9486	1,73	2,1704	0,23	3,0499	0,22
4,6	0,7336	2,62	0,7015	2,65	1,6567	0,39	2,1483	0,37
4,8	0,6124	3,78	0,5290	3,92	1,22916	0,64	1,5417	0,61
5,0	0,5206	5,29	0,4072	-5,58	1,0276	1,00	1,1256	-0,98

$x$	$D_8(x)$	$\delta_8(x)$ , град	$D'_8(x)$	$\delta'_8(x)$ , град	$D_9(x)$	$\delta_9(x)$ , град	$D'_9(x)$	$\delta'_9(x)$ , град
2,0	4530,1	00,00	19768	00,00	37889	00,00	184915	00,00
2,2	1977,1	0,00	7790,5	0,00	14980	0,00	66113	0,00
2,4	932,47	0,00	3342,8	0,00	6451,1	0,00	25947	0,00
2,6	468,63	0,00	1541,1	0,00	2986,2	0,00	11016	0,00
2,8	250,25	0,00	755,58	0,00	1470,6	0,00	5001,8	0,00
3,0	140,06	0,00	390,70	0,00	764,20	0,00	2407,3	0,00
3,2	81,850	0,00	211,68	0,00	416,31	0,00	1219,1	0,00
3,4	49,707	0,00	119,52	0,00	236,48	0,00	645,82	0,00
3,6	31,246	0,00	70,012	0,00	139,45	0,00	356,11	0,00
3,8	20,265	0,00	42,388	0,00	85,051	0,00	203,55	0,00
4,0	13,523	0,01	26,440	-0,00	53,485	0,00	120,19	0,00
4,2	9,2642	0,01	16,944	-0,01	34,591	0,00	73,094	0,00
4,4	6,5027	0,02	11,131	0,02	22,954	0,00	45,665	0,00
4,6	4,6692	0,04	7,4788	0,04	15,599	0,00	29,242	0,00
4,8	3,4251	0,07	5,1305	0,07	10,839	0,01	19,156	0,00
5,0	2,5638	0,13	3,5874	-0,12	7,6895	0,01	12,815	-0,01

### III. РЕШЕНИЕ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ В СФЕРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

Волновое уравнение

$$\Delta_{r,\theta,\varphi} U - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$$

в переменных  $r, \theta, \varphi, t$  для функции  $U = ve^{j\omega t}$  можно привести к уравнению Гельмгольца:

$$\Delta_{r,\theta,\varphi} v + \frac{\omega^2}{c^2} v = 0, \quad (1)$$

где  $\Delta_{r,\theta,\varphi}$  — оператор Лапласа в сферической системе координат: