В системе CGSE, которой мы будем пользоваться в дальнейшем, элементарный заряд равен $|e| = 4{,}77 \cdot 10^{-10}$ $г^{1/2} \cdot см^{3/2} \cdot сек^{-1}$.

Второй особенностью заряда, выражающей его фундаментальное значение как характеристики частиц, является свойство сохранения. Во всех процессах, происходящих в природе, алгебраическая сумма зарядов не изменяется (закон сохранения заряда). Закон сохранения заряда является одним из самых важных законов природы.

Большинство тел в земных условиях построено из атомов и молекул — квазинейтральных систем, у которых положительный заряд ядра равен отрицательному заряду электронной оболочки. При ионизации, т. е. при переходе в заряженное состояние, атом теряет один или несколько электронов. В силу закона сохранения заряда при ионизации возникает положительный ион с зарядом $N|e|$ и N электронов с зарядом $-|e|$, где N — целое число. При присоединении к атому лишнего электрона он может превращаться в отрицательный ион с зарядом $-|e|$. Таким образом, заряд всякой системы является целочисленным, кратным элементарному заряду e.

В микроскопической классической теории поля мы будем изучать поведение систем, состоящих из сравнительно небольшого числа частиц, например, отдельных электронов или протонов, ионов и т. д. Будем считать отдельные элементарные частицы не имеющими протяженности и движущимися по законам классической механики. Внутренней структурой элементарных частиц мы интересоваться не будем. Такая идеализация, как это будет ясно из дальнейшего, в ряде случаев является чрезмерно грубой. Законы классической физики имеют ограниченную применимость к микросистемам, а иногда и вовсе не применимы к ним. В частности, они непригодны для рассмотрения явлений, происходящих в весьма малой области пространства вблизи заряда. Поэтому в ряде случаев, которые будут обсуждаться ниже, наши упрощающие предположения приведут к трудностям и противоречиям.

В квантовой механике (часть пятая курса) представления о законах, определяющих движение и свойства микроскопических частиц, будут существенно развиты и усовершенствованы.

Поскольку нас пока будут интересовать только свойства частиц, связанные с их электромагнитным взаимодействием, мы будем просто говорить о взаимодействии зарядов.

§ 4. Поле неподвижных зарядов

Пусть в некоторых точках пространства $\mathbf{r}_i$ закреплены заряды e_i. Поместим в область пространства вблизи этой совокупности зарядов некоторый заряд ε, настолько малый, что изменением свойств системы, вызываемым внесением в него заряда ε, можно пренебречь. Такой заряд мы будем называть пробным. Наблюдая за пробным зарядом, мы обнаружим, что в каждой точке пространства $\boldsymbol{r}$ на него действует сила $\boldsymbol{F}$, пропорциональная величине заряда ε, т. е.

$$\boldsymbol{F}=\varepsilon \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}). \tag{4,1}$$

Строго говоря, сила $\boldsymbol{F}$ действует на пробный заряд, расположенный на любом расстоянии от фиксированных зарядов. Однако, поскольку величина силы быстро уменьшается (см. ниже) с расстоянием, практически лишь вблизи зарядов проявляется действие силы $\boldsymbol{F}$. Ту область пространства, в которой на пробный заряд действует сила $\boldsymbol{F}$, мы будем называть электрическим полем неподвижных зарядов или электростатическим полем. Достаточно удаленные области пространства, в которых сила $\boldsymbol{F}$ становится пренебрежимо малой, мы будем приближенно считать бесконечно удаленными и считать, что в них поле отсутствует.

Поскольку пробный заряд не влияет на свойства поля системы зарядов, вектор $\boldsymbol{E}$ характеризует свойства этого поля. Мы впредь будем именовать $\boldsymbol{E}$ напряженностью электрического поля или, для краткости, электрическим полем.

Исследуя силу $\boldsymbol{F}$, действующую на пробный заряд, можно определить значение вектора $\boldsymbol{E}$ в каждой точке поля и тем самым установить свойства электрического поля неподвижных зарядов. При этом оказывается возможным найти некоторые общие свойства полей неподвижных зарядов, не зависящие от конкретного характера расположения и величин зарядов, создающих поле.

Опыт показывает, что электрическое поле системы неподвижных зарядов обладает аддитивными свойствами: напряженность суммарного электрического поля, образованного несколькими зарядами, равна векторной сумме полей $\boldsymbol{E}_i$, созданных каждым зарядом, т. е.

$$\boldsymbol{E}=\sum \boldsymbol{E}_i. \tag{4,2}$$

Это важнейшее свойство электрических полей именуется обычно свойством суперпозиции.

Изучая движение пробного заряда, можно найти векторные линии электростатического поля $\boldsymbol{E}$.

Зная распределение поля $\boldsymbol{E}$ в пространстве, можно определить распределение и взаимодействие создающих его зарядов. Естественно, может показаться, что введение поля есть некоторый математический прием, удобный способ описания взаимодействия. Ниже мы увидим, что в действительности это не так и что поле обладает той же степенью реальности, что и частицы.

Полю можно приписать те же характеристики, что и частицам — энергию, импульс, массу и т. д. Более того, мы покажем, что пространственно разделенные частицы не могут действовать друг на друга непосредственно (нет так называемого дальнодействия). Частица изменяет состояние поля в непосредственной близости от себя. Это изменение состояния поля — возмущение — движется в пространстве от точки к точке и доходит до другой частицы. Такова концепция полевого взаимодействия, или теория близкодействия. Более подробно теория близкодействия будет рассмотрена в § 24 ч. I и § 8 ч. II.

Оказывается, что работа, совершаемая электростатическим полем над пробным зарядом при перемещении его из точки $\boldsymbol{r}_1$ в точку $\boldsymbol{r}_2$, не зависит от пути, по которому происходило это перемещение. Это означает, что работа перемещения заряда по замкнутому контуру равна нулю, т. е.

$$W = e\oint \boldsymbol{E}\,d\boldsymbol{l} = 0.$$

Таким образом, для линий электростатического поля всегда имеет место равенство

$$\oint \boldsymbol{E}\,d\boldsymbol{l} = 0 \tag{4,3}$$

при интегрировании по произвольному замкнутому контуру.

В соответствии со сказанным выше мы должны от равенства (4,3) перейти к дифференциальной характеристике поля. Для этого воспользуемся теоремой Стокса, которая дает

$$\oint \boldsymbol{E}\,d\boldsymbol{l} = \int \operatorname{rot}\boldsymbol{E}\,d\boldsymbol{S} = 0. \tag{4,4}$$

Поскольку поверхность интегрирования в (4,4) является произвольной, из (4,4) следует

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{E} = 0. \tag{4,5}$$

Формула (4,5) показывает, что электростатическое поле является безвихревым. В электростатическом поле не существует замкнутых линий. Следовательно, должны существовать источники и стоки, на которых начинаются и заканчиваются линии поля.

Опыт показывает, что в электростатическом поле источниками и стоками линий напряженности поля служат электрические заряды. Условно считают, что линии поля начинаются на положительных и оканчиваются на отрицательных зарядах. Поскольку заряды являются источниками и стоками, поток вектора $\boldsymbol{E}$ по любой замкнутой поверхности, окружающей каждый заряд, отличен от нуля. Если внутрь поверхности интегрирования S попадает некоторый заряд $\sum e_i$, где суммирование означает алгебраическое суммирование по всем зарядам, то поток вектора $\boldsymbol{E}$ должен быть пропорционален этой сумме, т. е.

$$\oint \boldsymbol{E}\,d\boldsymbol{S} = \text{const} \sum e_i. \tag{4,6}$$

Это утверждение носит название теоремы Гаусса.

Мы подчеркиваем, что в рамках нашего приближения заряды имеют точечный харатер, а величина заряда любой системы кратна элементарному заряду.

Для упрощения математических выкладок нам необходимо сделать важный шаг и перейти от дискретного, прерывного распределения зарядов к непрерывному.

Пусть в некотором малом объеме δV находится достаточно большое число зарядов. Поскольку заряды находятся на малых расстояниях друг от друга, для математического описания зарядов удобно заменить истинное распределение точечных дискретных зарядов фиктивным непрерывным распределением. Именно, заменяя объем δV бесконечно малым объемом dV и полагая, что в бесконечно малом обьеме заключен бесконечно малый заряд de, можно написать

$$de = \rho\, dV,$$

где $\rho = \frac{de}{dV}$ — плотность заряда, т. е. заряд в данной точке пространства, отнесенный к единице объема. В случае неподвижных зарядов ρ является непрерывной функцией точки $\rho(\boldsymbol{r})$.

Подчеркнем, что переход к непрерывной плотности имеет чисто математический характер. Его не следует смешивать с аналогичной операцией, с которой мы познакомимся в ч. IV, посвященной электромагнитным процессам в веществе.

Связь между математическим описанием дискретного распределения точечных зарядов и непрерывной функцией $\rho(\boldsymbol{r})$ можно установить с помощью аппарата δ-функции (см. приложение III). Именно, поскольку полный заряд в произвольном объеме может быть выражен в виде

$$e = \int \rho(\boldsymbol{r})\, dV = \sum e_i,$$

где суммирование ведется по всем зарядам, находящимся в объеме V, мы можем написать

$$\rho(\boldsymbol{r}) = \sum_i e_i \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i),$$

где $\boldsymbol{r}_i$ — радиус-вектор i-го заряда. Действительно, подставляя это значение $\rho(\boldsymbol{r})$, имеем

$$\int \rho(\boldsymbol{r})\,dV = \sum_i e_i \int \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i)\,dV = \sum e_i.$$

В частности, плотность заряда, отвечающая одному заряду, находящемуся в точке $\boldsymbol{r}_0$, может быть представлена в виде

$$\rho(\boldsymbol{r}) = e\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0).$$

Важно отметить, что введение непрерывной плотности заряда позволяет как само поле, так и распределение зарядов описать непрерывными функциями точки.

Пользуясь определением плотности заряда, можем представить (4,6) в виде

$$\oint \boldsymbol{E}\,d\boldsymbol{S} = \mathrm{const} \int \rho\,dV, \tag{4,7}$$

где интеграл справа берется по объему, охватываемому поверхностью S. По теореме Гаусса—Остроградского

$$\oint \boldsymbol{E}\,d\boldsymbol{S} = \int \mathrm{div}\,\boldsymbol{E}\,dV. \tag{4,8}$$

Поэтому из формул (4.7) и (4.8) получаем

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{E} = \mathrm{const}\cdot\rho. \tag{4,9}$$

Формула (4,9) определяет дивергенцию поля в каждой точке пространства. Значение коэффициента пропорциональности в формуле (4,9) может быть определено только из опытных данных (наример, при опытной проверке закона Кулона).

В системе CGSE эта постоянная равна 4π, так что

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{E} = 4\pi\rho. \tag{4,10}$$

По причинам, которые будут пояснены ниже, уравнения (4,5) и (4,10) мы будем именовать уравнениями Максвелла для электростатического поля или, кратко, уравнениями электростатики.

Поскольку электростатическое поле является безвихревым, в соответствии с общими приемами описания векторного поля, можно ввести скаляр φ, именуемый электростатическим потенциалом и определяемый соотношением

$$\boldsymbol{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi. \tag{4,11}$$

Знак минус означает, что вектор $\boldsymbol{E}$ направлен в сторону быстрейшего убывания потенциала φ. Выбор такого направления является условным.

Величина

$$\int_1^2 E\,dl = -\int_1^2 \operatorname{grad}\varphi\,dl = \varphi_1 - \varphi_2, \tag{4,12}$$

называемая электродвижущей силой или, кратко, э. д. с., будет часто встречаться в дальнейшем. (Подчеркнем, что электродвижущая сила не является силой ни по своей природе, ни по размерности. Название э. д. с. имеет характер исторической традиции.)

В электростатическом поле электродвижущая сила равна разности электростатических потенциалов в соответствующих точках.

Подставляя определение (4,11) в уравнения электростатического поля (4,5) и (4,10), мы видим, что первое из них удовлетворяется тождественно, тогда как второе дает

$$\operatorname{div}\operatorname{grad}\varphi = -4\pi\rho,$$

или, на основании формулы (I, 49),

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho. \tag{4,13}$$

Полученное нами уравнение Пуассона будет обсуждаться в § 14.

§ 5. Уравнение непрерывности

В дальнейшем нам надо будет перейти к рассмотрению более сложного случая полей движущихся зарядов. Движение электрических зарядов в пространстве приводит к переносу заряда, именуемому электрическим током, или, для краткости, просто током. Электрический ток мы будем характеризовать вектором плотности тока $j(r, t)$, определяемым равенством

$$j = \sum e_i v_i,$$

где e_i — величина заряда, а v_i — вектор скорости i-го заряда. Суммирование ведется по всем зарядам, находящимся в момент времени t в единичном объеме, окружающем точку r.

При непрерывном распределении заряда плотность тока можно представить в виде

$$j = \rho v. \tag{5,1}$$

Вектор плотности тока представляет, очевидно, величину заряда, пересекающего за 1 *сек* воображаемую единичную площадку, находящуюся в момент времени t в точке r.

Значения функции ρ и v, т. е. плотности заряда и скорости его перемещения, не могут быть произвольными, но должны удовлетворять требованиям закона сохранения заряда.