Величина

$$\int_1^2 \boldsymbol{E}\,d\boldsymbol{l} = -\int_1^2 \operatorname{grad}\varphi\, d\boldsymbol{l} = \varphi_1 - \varphi_2, \tag{4,12}$$

называемая электродвижущей силой или, кратко, э. д. с., будет часто встречаться в дальнейшем. (Подчеркнем, что электродвижущая сила не является силой ни по своей природе, ни по размерности. Название э. д. с. имеет характер исторической традиции.)

В электростатическом поле электродвижущая сила равна разности электростатических потенциалов в соответствующих точках.

Подставляя определение (4,11) в уравнения электростатического поля (4,5) и (4,10), мы видим, что первое из них удовлетворяется тождественно, тогда как второе дает

$$\operatorname{div}\operatorname{grad}\varphi = -4\pi\rho,$$

или, на основании формулы (I, 49),

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho. \tag{4,13}$$

Полученное нами уравнение Пуассона будет обсуждаться в § 14.

§ 5. Уравнение непрерывности

В дальнейшем нам надо будет перейти к рассмотрению более сложного случая полей движущихся зарядов. Движение электрических зарядов в пространстве приводит к переносу заряда, именуемому электрическим током, или, для краткости, просто током. Электрический ток мы будем характеризовать вектором плотности тока $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}, t)$, определяемым равенством

$$\boldsymbol{j} = \sum e_i \boldsymbol{v}_i,$$

где e_i — величина заряда, а $\boldsymbol{v}_i$ — вектор скорости i-го заряда. Суммирование ведется по всем зарядам, находящимся в момент времени t в единичном объеме, окружающем точку $\boldsymbol{r}$.

При непрерывном распределении заряда плотность тока можно представить в виде

$$\boldsymbol{j} = \rho\boldsymbol{v}. \tag{5,1}$$

Вектор плотности тока представляет, очевидно, величину заряда, пересекающего за 1 *сек* воображаемую единичную площадку, находящуюся в момент времени t в точке $\boldsymbol{r}$.

Значения функции ρ и $\boldsymbol{v}$, т. е. плотности заряда и скорости его перемещения, не могут быть произвольными, но должны удовлетворять требованиям закона сохранения заряда.

Рассмотрим замкнутую поверхность, внутри которой помещен некоторый заряд $e=\int \rho\, dV$, и найдем производную $-\frac{\partial}{\partial t}\int \rho\, dV$. Здесь интегрирование ведется по объему V, заключенному внутри поверхности S. Величина производной (взятая со знаком минус) представляет убыль заряда, заключенного внутри поверхности S, в единицу времени. Поскольку электрические заряды не исчезают и не возникают вновь, убыль заряда в объеме V равна потоку заряда, выходящему за 1 *сек* через поверхность S, охватывающую этот объем. Следовательно, имеет место равенство

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int \rho\, dV = \oint \rho \boldsymbol{v}\, d\boldsymbol{S}. \tag{5,2}$$

Переходя в последнем интеграле к интегрированию по объему, получаем

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int \rho\, dV = \int \operatorname{div}(\rho \boldsymbol{v})\, dV.$$

Изменяя порядок независимых операций интегрирования по объему и дифференцирования по времени, имеем

$$-\int \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV = \int \operatorname{div}(\rho \boldsymbol{v})\, dV.$$

Ввиду произвольности объема интегрирования, последнее равенство дает

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \boldsymbol{v}) = 0, \\ \text{или}\qquad &\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \boldsymbol{j} = 0. \end{aligned}\right\} \tag{5,3}$$

Формулы (5,3), представляющие математическое выражение закона сохранения заряда, носят название уравнения непрерывности.

При стационарных процессах, когда распределение плотности заряда не изменяется во времени, уравнение непрерывности гласит:

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{div}(\rho \boldsymbol{v}) = 0, \\ \text{или}\qquad &\operatorname{div} \boldsymbol{j} = 0. \end{aligned}\right\} \tag{5,4}$$

Равенства (5,4) показывают, что при стационарных процессах векторное поле плотности тока имеет соленоидальный характер.

Траектории движущихся зарядов являются замкнутыми, а векторные линии вектора j образуют замкнутые, не пересекающиеся между собой трубки тока[1]).

В дальнейшем мы будем пользоваться понятием полного тока I через поверхность S. По определению,

$$I = \int \boldsymbol{j}\, d\boldsymbol{S} = \int j_n\, dS,$$

где интегрирование ведется по поверхности S. Ток I дает величину полного заряда, проходящего за 1 *сек* через поверхность S.

§ 6. Электромагнитное поле зарядов, движущихся с постоянной скоростью

Мы перейдем теперь к изучению поля движущихся зарядов. Поле движущихся зарядов мы будем именовать электромагнитным полем. Свойства электромагнитного поля существенно сложнее свойств электростатического поля. Установление основных закономерностей, определяющих поведение электромагнитных полей, явилось частично результатом экспериментального изучения электромагнитных явлений (Эрстед, Ампер, Ом и Фарадей), частично результатом теоретического предвидения (Максвелл), которое лишь позднее было подтверждено на опыте (Герц).

Изложение истории развития электромагнетизма выходит за рамки этой книги. Подчеркнем, однако, что поскольку атомистический характер заряда был открыт лишь в конце XIX — начале XX века, все опыты и теоретическая их интерпретация относились к явлениям в материальных средах. Мы изложим результаты этих опытов на языке микроскопической физики, имеющей дело с зарядами, движущимися в пустоте. Иными словами, не останавливаясь на постановке самих опытов, мы представим их результат в некоторой обобщенной форме, в которой исключено влияние среды и конкретных условий проведения экспериментов.

Основные законы электромагнитного поля, которые будут изложены ниже, в настоящее время опираются не только на многочисленные и разнообразные опытные данные, но составляют основу современной электро- и радиотехники.

Рассмотрим прежде всего движение некоторой совокупности зарядов вдоль трубки или контура l, происходящее с постоянной скоростью. Иными словами, предположим, что в некотором контуре идет электрический ток, плотность которого j не

[1]) В частном случае системы растекающихся зарядов трубки тока не замкнуты, а уходят одним концом на бесконечность