Магнитное поле как в стационарных, так и в нестационарных полях имеет число вихревой (соленоидальный) характер. Магнитных зарядов, на которых начинаются и заканчиваются линии магнитного поля, не существует ни в стационарных, ни в переменных полях.

§ 8. Система уравнений Максвелла — Лоренца

Полученная нами система уравнений (7,5)—(7,8) электромагнитного поля в вакууме носит название системы уравнений Максвелла—Лоренца. Она была установлена Максвеллом в 1873 г. для более общего случая электромагнитных полей в материальных средах и Лоренцем в 1895 г. для системы зарядов, движущихся в вакууме. Хочется еще раз подчеркнуть, что уравнения Максвелла—Лоренца не вытекают из каких-либо более общих теоретических положений, но являются обобщенной записью наблюдавшихся на опыте фактов.

Выпишем еще раз уравнения Максвелла, объединив их в две пары:

Дифференциальная форма — Интегральная форма

I пара

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}, \qquad \oint \boldsymbol{E}\, d\boldsymbol{l} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int \boldsymbol{H}\, d\boldsymbol{S}; \tag{8,1}$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{H} = 0, \qquad \oint \boldsymbol{H}\, d\boldsymbol{S} = 0. \tag{8,2}$$

II пара

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \frac{4\pi \boldsymbol{j}}{c}, \qquad \oint \boldsymbol{H}\, d\boldsymbol{l} = \frac{4\pi}{c} I + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int \boldsymbol{E}\, d\boldsymbol{S}; \tag{8,3}$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{E} = 4\pi\rho, \qquad \oint \boldsymbol{E}\, d\boldsymbol{S} = 4\pi e. \tag{8,4}$$

Считая известными распределения токов и зарядов, можно с помощью уравнений Максвелла найти шесть неизвестных компонент векторов поля $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$. Как мы видели в предыдущем параграфе, уравнения для дивергенции $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ следуют из уравнений для ротора и начальных условий. Поэтому в системе из восьми скалярных дифференциальных уравнений Максвелла имеется только шесть независимых уравнений.

Уравнение (8,1), представляющее обобщение закона индукции Фарадея, устанавливает, что изменение во времени магнитного поля порождает вихревое электрическое поле Уравнение (8,2) показывает, что магнитное поле имеет соленоидальный характер и линии магнитного поля либо замкнуты, либо уходят на бесконечность

Из уравнения (8,3) следует, что вихревое магнитное поле создается при движении зарядов и при изменении во времени электрического поля. По аналогии с электрическим током величину $\frac{1}{4\pi}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$ называют *током смещения*, а сумму обоих членов — полным током. Тогда можно сказать, что вихревое магнитное поле порождается полным током, в который оба слагаемых входят на равных правах. Наконец, уравнение (8,4) показывает, что источниками электрического поля служат электрические заряды. При заданном распределении плотности зарядов и токов уравнения Максвелла полностью определяют электрическое $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$ и магнитное $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}, t)$ поля.

Уравнения Максвелла представляют систему линейных дифференциальных уравнений в частных производных. В силу линейности уравнений Максвелла, имеет место принцип суперпозиции электромагнитных полей. Если $\boldsymbol{E}_i$ и $\boldsymbol{H}_i$ являются решениями уравнений Максвелла, то $\boldsymbol{E}=\sum \boldsymbol{E}_i$ и $\boldsymbol{H}=\sum \boldsymbol{H}_i$ также решения этих уравнений.

Задача об интегрировании уравнений в частных производных становится определенной только в том случае, когда задана система граничных и начальных условий. Граничные и начальные условия будут разобраны нами ниже, в § 24 этой части.

До сих пор мы ничего не говорили о распределении зарядов и характере их движения в пространстве. Между тем, распределение зарядов и скоростей их движения не может быть задано совершенно произвольно. Плотность заряда и плотность тока (скорость движения зарядов) связаны между собой законом сохранения заряда:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\operatorname{div}\boldsymbol{j}=0. \tag{8,5}$$

На движущиеся в электромагнитном поле заряды действует сила Лоренца. Уравнения движения заряда можно написать в виде

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt}=e\left(\boldsymbol{E}+\frac{1}{c}[\boldsymbol{vH}]\right), \tag{8,6}$$

где $\boldsymbol{p}$ — импульс частицы.

Поле, которое нужно подставлять в (8,6), представляет полное поле, как внешнее, создаваемое другими зарядами, так и поле, создаваемое самим зарядом. Последнее также должно оказывать влияние на движение частицы. Однако в большинстве случаев собственное поле можно считать слабым и не учитывать его (см. § 29). В этом приближении векторы $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ в (8,6) означают внешнее поле, действующее на частицу. Закон движения (8,6) можно записать и для непрерывно распределенных зарядов, если под $\boldsymbol{p}_0$ понимать импульс частиц в единице объема, а силу Лоренца заменить плотностью силы (т. е. силой, отнесенной к единице объема). Тогда

$$\frac{d}{dt}\int \boldsymbol{p}_0\,dV=\int \rho\left(\boldsymbol{E}+\frac{1}{c}[\boldsymbol{vH}]\right)dV, \tag{8,7}$$

или

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{p}_0=\rho\left(\boldsymbol{E}+\frac{1}{c}[\boldsymbol{vH}]\right). \tag{8,8}$$

Мы упоминали уже, что уравнения поля были первоначально сформулированы Максвеллом для электромагнитных процессов в веществе. Лоренц установил их применимость к системе, состоящей из поля и зарядов, и дополнил уравнением движения последних.

Поэтому полную систему уравнений (8,1)—(8,8) часто называют уравнениями Максвелла — Лоренца. Уравнения Максвелла — Лоренца заключают в себе полное описание поведения системы, состоящей из полей и зарядов. Если задано значение функций ρ и $\boldsymbol{v}$ и начальное значение полей $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$, то интегрирование этих уравнений позволяет найти распределение электрического и магнитного полей в пространстве в любой последующий момент времени. Таким образом, в электродинамике, как и в механике, задание состояния системы в начальный момент времени и закона изменения состояния позволяет однозначно определить ее состояние в последующие моменты времени.

Заметим, что в рамках этой главы сила Лоренца, действующая на движущийся заряд, должна быть принята как эмпирическая формула. В ч. II будет показано, что выражение для силы Лоренца вытекает как следствие из некоторых, более общих законов физики.

Область применимости уравнений Максвелла — Лоренца чрезвычайно широка. Они определяют характер электромагнитных процессов в космических масштабах, составляют основу современной электро- и радиотехники, позволяют исследовать электромагнитные явления, происходящие с отдельными зарядами. Но, тем не менее, как мы увидим в дальнейшем, уравнения Максвелла — Лоренца и основанная на них классическая теория поля не являются выражением универсальных законов природы и имеют свою ограниченную область применимости.

Целый ряд электромагнитных процессов, и прежде всего внутриатомных, лежит по ту сторону границ области применимости уравнений Максвелла — Лоренца. Вопрос об установлении этих границ мы будем неоднократно обсуждать в дальнейшем.

§ 9. Ток смещения

В отличие от электрического тока $\boldsymbol{j}$, имеющего весьма простой и наглядный смысл, ток смещения $\frac{1}{4\pi}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$ не связан с движением каких-либо зарядов.