или
$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{p}_0=\rho\left(\boldsymbol{E}+\frac{1}{c}[\boldsymbol{vH}]\right). \qquad (8,8)$$

Мы упоминали уже, что уравнения поля были первоначально сформулированы Максвеллом для электромагнитных процессов в веществе. Лоренц установил их применимость к системе, состоящей из поля и зарядов, и дополнил уравнением движения последних.

Поэтому полную систему уравнений (8,1)—(8,8) часто называют уравнениями Максвелла — Лоренца. Уравнения Максвелла — Лоренца заключают в себе полное описание поведения системы, состоящей из полей и зарядов. Если задано значение функций ρ и $\boldsymbol{v}$ и начальное значение полей $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$, то интегрирование этих уравнений позволяет найти распределение электрического и магнитного полей в пространстве в любой последующий момент времени. Таким образом, в электродинамике, как и в механике, задание состояния системы в начальный момент времени и закона изменения состояния позволяет однозначно определить ее состояние в последующие моменты времени.

Заметим, что в рамках этой главы сила Лоренца, действующая на движущийся заряд, должна быть принята как эмпирическая формула. В ч. II будет показано, что выражение для силы Лоренца вытекает как следствие из некоторых, более общих законов физики.

Область применимости уравнений Максвелла — Лоренца чрезвычайно широка. Они определяют характер электромагнитных процессов в космических масштабах, составляют основу современной электро- и радиотехники, позволяют исследовать электромагнитные явления, происходящие с отдельными зарядами. Но, тем не менее, как мы увидим в дальнейшем, уравнения Максвелла — Лоренца и основанная на них классическая теория поля не являются выражением универсальных законов природы и имеют свою ограниченную область применимости.

Целый ряд электромагнитных процессов, и прежде всего внутриатомных, лежит по ту сторону границ области применимости уравнений Максвелла — Лоренца. Вопрос об установлении этих границ мы будем неоднократно обсуждать в дальнейшем.

§ 9. Ток смещения

В отличие от электрического тока $\boldsymbol{j}$, имеющего весьма простой и наглядный смысл, ток смещения $\frac{1}{4\pi}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$ не связан с движением каких-либо зарядов.

Ток смещения был введен Максвеллом и интерпретирован им в терминах общепринятой в то время, но оставленной сейчас как ошибочной, теории эфира.

Нетрудно понять, почему в середине XIX века для получения формулы (7,6) нельзя было прибегнуть к данным эксперимента. Скорости движения электрических зарядов обычно очень велики. Поэтому ток ρv всегда велик по сравнению с током смещения $\frac{1}{4\pi}\frac{\partial E}{\partial t}$, если только электрическое поле не изменяется во времени очень быстро. Оценки показывают, что оба слагаемых в полном токе могут иметь одинаковый порядок величины при периодическом изменении вектора E во времени с частотой порядка 10^6—10^7 *сек*$^{-1}$ и выше.

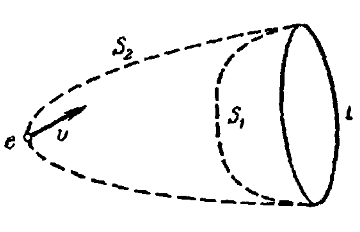

Рис 4.

Это — область радиочастот, неизвестных физике середины XIX века Лишь в 1888 г. Г. Герц, впервые экспериментально установивший существование электромагнитных волн, доказал тем самым реальность тока смещения.

То обстоятельство, что ток j не всегда может быть ответственным за появление магнитного поля, очень ясно иллюстрируется следующим рассуждением. Пусть в пространстве движется электричекий заряд e. Будем искать напряженность магнитного поля, создаваемого этим зарядом в некотором контуре L (рис. 4). Согласно теореме Стокса,

$$\oint \boldsymbol{H}\, d\boldsymbol{l} = \int \operatorname{rot} \boldsymbol{H}\, d\boldsymbol{S} = \frac{4\pi}{c}\int \boldsymbol{j}\, d\boldsymbol{S},$$

где поверхностью интегрирования является любая поверхность, опирающаяся на контур L.

Рассмотрим в некоторый момент времени две поверхности S_1 и S_2, опирающиеся на контур L. Совершенно ясно, что с точки зрения проходящего через них электрического тока они неэквивалентны. Через поверхность S_1 никакого тока в данный момент не проходит, поскольку заряд e ее еще не достиг. Наоборот, поверхность S_2 пересекается зарядом, и ток через нее отличен от нуля. Мы приходим, таким образом, к явному противоречию:

$$\int_{S_1} \operatorname{rot} \boldsymbol{H}\, d\boldsymbol{S}_1 = 0 \quad \text{и} \quad \int_{S_2} \operatorname{rot} \boldsymbol{H}\, d\boldsymbol{S}_2 \neq 0,$$

хотя, согласно теореме Стокса, эти интегралы должны быть равны между собой. В действительности, движущийся заряд создает на поверхности S_1 некоторое электрическое поле, изменяющееся во времени. Расчет, который будет выполнен в § 20 этой части, показывает, что производная от этого электрического поля по времени, проинтегрированная по поверхности S_1, даст точно такое же значение для $\oint \boldsymbol{H}\,d\boldsymbol{l}$ в контуре L, как и интеграл $4\pi \int \boldsymbol{j}\,d\boldsymbol{S}$ по поверхности S_2. Таким образом, с неизбежностью необходимо принять эквивалентность (в смысле создания циркуляции магнитного поля в некотором контуре) тока зарядов и изменения электрического поля для любого движущегося заряда.

Введение тока смещения может быть сделано на основе следующих формальных рассуждений: необходимо найти такое обобщение закона (6,3), которое не противоречило бы закону сохранения заряда (5,3) при нестационарном изменении поля. Написав (6,3) в виде

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \frac{4\pi}{c}(\boldsymbol{j} + \boldsymbol{C}), \tag{9,1}$$

где $\boldsymbol{C}$ — неизвестный вектор, и взяв дивергенцию от обеих частей (9,1), находим

$$\operatorname{div}\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = 0 = \frac{4\pi}{c}(\operatorname{div} \boldsymbol{j} + \operatorname{div} \boldsymbol{C}),$$

или

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{j} + \boldsymbol{C}) = 0. \tag{9,2}$$

Неизвестный вектор $\boldsymbol{C}$ дополняет плотность тока $\boldsymbol{j}$ так, чтобы суммарная величина $(\boldsymbol{j} + \boldsymbol{C})$ обладала свойствами соленоидального вектора, имеющего замкнутые линии тока.

Дивергенция вектора $\boldsymbol{C}$ может быть найдена из уравнений (9,2), (5,3) и (4,10). Имеем

$$\operatorname{div} \boldsymbol{C} = -\operatorname{div} \boldsymbol{j} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{div} \boldsymbol{E} = \frac{1}{4\pi}\operatorname{div}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t},$$

откуда следует, что сам вектор $\boldsymbol{C}$ равен

$$\boldsymbol{C} = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \boldsymbol{b}(\boldsymbol{r}, t),$$

где $\boldsymbol{b}(\boldsymbol{r}, t)$ — любой вектор, удовлетворяющий условию

$$\operatorname{div} \boldsymbol{b}(\boldsymbol{r}, t) = 0.$$

Нет каких-либо оснований заранее полагать вектор $\boldsymbol{b}$ равным нулю.

Гениальная идея Максвелла заключалась в том, что между электрическим и магнитным полями существует глубокая симметрия и взаимосвязь. Эта симметрия была подчеркнута нами при рассмотрении свойств уравнений Максвелла. Для получения симметрии между полями необходимо положить $\boldsymbol{b} \equiv 0$. Тогда

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \tag{9,3}$$

и, в частности, в той области пространства, где нет движущихся зарядов, $\boldsymbol{j} = 0$ и уравнения для $\operatorname{rot} \boldsymbol{H}$ имеет вид

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}.$$

Ротор вектора $\boldsymbol{H}$ определяется быстротой изменения вектора $\boldsymbol{E}$, тогда как, согласно закону индукции Фарадея (7,5), ротор вектора $\boldsymbol{E}$ определяется быстротой изменения вектора $\boldsymbol{H}$. Только в тех областях пространства, в которых плотность тока отлична от нуля, симметрия между электрическим и магнитным полем нарушается. Поскольку истинных магнитных зарядов не существует и магнитное поле всегда имеет чисто соленоидальный характер, в уравнении для электромагнитной индукции (7,5) нет члена, аналогичного $\frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j}$ в уравнении (9,3). Наоборот, если бы вектор $\boldsymbol{b}$ был отличен от нуля, никакой симметрии между электрическим и магнитным полями не существовало бы.

В заключение подчеркнем, что поскольку ток смещения в пустоте $\frac{1}{4\pi}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$ не связан с перемещением или изменением состояния каких-либо частиц, ему нельзя сопоставить какую-либо механическую модель, позволяющую наглядно представить себе эту физическую величину. С понятиями «плотность зарядов» или «плотность тока» мы для наглядности сопоставляем покоящиеся или движущиеся частицы — шарики или дробинки. Векторы поля $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ изображались силовыми линиями или линиями поля, которые раньше было принято наглядно представлять в виде некоторых натяжений в упругой среде — электромагнитном эфире. Такие механические модели были, несомненно, полезны, поскольку они помогали ясному пониманию смысла соответствующих величин. Ток смещения в пустоте — первая из встретившихся нам величин, которую невозможно описать при помощи механической аналогии, придав ей, тем самым, наглядный характер. В дальнейшем нам придется иметь дело с очень большим числом важных физических понятий и величин, не имеющих механических аналогов, которым, как и току смещения в пустоте, нельзя сопоставить какую-либо наглядную модель.