Полный поток энергии, излучаемый системой, именуемый обычно полной интенсивностью излучения, равен

$$-\frac{dE}{dt} = I = \int \sigma\, d\Sigma = \frac{\ddot{d}^2}{4\pi c^3} \int_0^\pi \sin^3\theta\, d\theta \int_0^{2\pi} d\psi = \frac{2}{3}\frac{\ddot{d}^2}{c^3}. \qquad (27,9)$$

Здесь $\left(-\frac{dE}{dt}\right)$ — убыль энергии излучающей системы за 1 секунду.

Интенсивность излучения в дипольном приближении определяется только значением $\ddot{d}\left(t-\frac{r}{c}\right)$. Иными словами, в момент времени t значение I в данной точке зависит от величины $\ddot{d}$ в предыдущий момент времени $t-\frac{r}{c}$. В остальном же интенсивность излучения не зависит от расстояния до излучающей системы, как это и следовало ожидать на основании закона сохранения энергии: поток энергии, проходящий в единицу времени через любую замкнутую поверхность, окружающую излучающую систему, имеет одно и то же значение.

В заключение укажем на соотношение, имеющее место для плотности энергии и импульса излучения. В силу формул (27,6) и (13,11) можем написать

$$\boldsymbol{g} = \frac{1}{c^2}\,\boldsymbol{\sigma} = \frac{u_0}{c}\,\boldsymbol{n}. \qquad (27,10)$$

С этим важным соотношением мы неоднократно будем встречаться в дальнейшем.

Мы видим, что при излучении излучающая система теряет не только энергию, но и импульс, которые превращаются в энергию и импульс излучения.

§ 28. Дипольное излучение простейших систем

В качестве примера использования формул дипольного излучения рассмотрим несколько простейших систем.

Для одиночного заряда, получающего ускорение под действием силы $\boldsymbol{F}$, можем написать

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{d} &= e\boldsymbol{r}, \\ \ddot{\boldsymbol{d}} &= e\ddot{\boldsymbol{r}} = e\frac{\boldsymbol{F}}{m}, \end{aligned}\right\} \qquad (28,1)$$

где $\ddot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{w}$ — ускорение, с которым движется заряд. Поэтому

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{c}{4\pi} H^2 \boldsymbol{n} = \frac{e^2 w^2 \sin^2\theta}{4\pi c^3 r^2}\,\boldsymbol{n}. \qquad (28,2)$$

Поток энергии в направлении вектора ускорения ($\theta=0$) отсутствует и имеет наибольшую величину в направлении, перпендикулярном к вектору ускорения $\left(\theta=\frac{\pi}{2}\right)$. Полная излучаемая за единицу времени в телесном угле $d\Omega$ энергия (полная интенсивность излучения в угле $d\Omega$) равна

$$dI=\frac{e^2w^2}{4\pi c^3}\sin^2\theta\,d\Omega \tag{28,3}$$

и пропорциональна квадрату ускорения. Полная интенсивность, излучаемая одиночным зарядом во всех направлениях, равна (см. (27,9))

$$I=\frac{2}{3}\frac{e^2w^2}{c^3}. \tag{28,4}$$

Она определяется величиной квадрата ускорения и квадрата заряда.

Мы видим, что всякий заряд, движущийся ускоренно, излучает энергию в виде электромагнитных волн.

Применение формулы (28,2) к единичному заряду требует некоторого пояснения. При выводе формулы (27,6) производилось разложение по малому параметру — собственному времени запаздывания, который теряет смысл в случае системы, состоящей из одного заряда. Однако в § 25 мы нашли выражения для потенциалов поля произвольно движущегося одиночного заряда. Если заменить в (25,7)

$$e\boldsymbol{v}_0=\int\rho\boldsymbol{v}_0\,dV=\int\boldsymbol{j}\,dV=\dot{\boldsymbol{d}}$$

и рассмотреть случай движения со скоростью, малой по сравнению со скоростью света, так что $\lambda(\tau)\approx r$, то выражение для вектора-потенциала точечного заряда будет тождественно с формулой (26,13).

Таким образом, вдали от медленного движущегося заряда его поле будет совпадать с полем системы зарядов в дипольном приближении.

Вычислим еще потерю импульса излучающей частицей. В силу формул (13,11) и (28,2) мы видим, что полная потеря импульса заряда при излучении

$$-\frac{dP}{dt}=\int g\,d\Omega=\frac{1}{c^2}\int\sigma\,d\Omega=0. \tag{28,5}$$

Смысл этого результата заключается в том, что излучение заряда под углами θ и $\pi-\theta$ одинаково. Импульсы излучения в противоположных направлениях взаимно компенсируются. Подчеркнем, что формулы (28,4) и (28,5) относятся к заряду, который в момент излучения покоился. Только для такого заряда имеет место соотношение (28,1).

Рассмотрим несколько простейших примеров расчета излучения движущегося одиночного заряда.

Пусть, например, заряд движется в однородном магнитном поле. Для простоты будем считать, что начальная скорость заряда v_0 перпендикулярна к вектору $\boldsymbol{H}$. Движущийся в магнитном поле заряд обладает ускорением

$$\boldsymbol{w} = \frac{F}{m} = \frac{e}{mc}[\boldsymbol{vH}]$$

и соответственно этому непрерывно получает электромагнитные волны. Полная интенсивность излучения равна

$$I = \frac{2}{3}\frac{e^4}{m^2c^5}[\boldsymbol{vH}]^2. \tag{28,6}$$

Если считать потерю энергии малой, то можно приближенно считать скорость заряда постоянной: $v \approx v_0$. При этом $[v\boldsymbol{H}] \approx \approx [v_0\boldsymbol{H}] \approx v_0H$. Поэтому

$$I = \frac{2}{3}\frac{e^4v_0^2H^2}{m^2c^5} = \frac{4}{3}\frac{e^4H^2}{m^3c^5}\left(\frac{mv_0^2}{2}\right). \tag{28,6'}$$

Излучаемая энергия обратно пропорциональна c^5 и весьма мала. Однако она растет с энергией и эффект излучения становится существенным при очень больших энергиях частиц, например, для частиц космических лучей в магнитном поле Земли или быстрых электронов, движущихся в магнитных полях современных бетатронов. Расчеты показали, что именно потери энергии на излучение в магнитном поле являются основным источником потерь, определяющих достижимые энергии частиц в бетатроне. Следует, однако, иметь в виду, что формула (28,6) применима лишь при скоростях $v \ll c$. Случай $v \sim c$ будет нами разобран в § 26 ч. II.

В качестве второго примера рассмотрим излучение заряда, колеблющегося по гармоническому закону:

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0\cos(\omega_0 t + \alpha). \tag{28,7}$$

Ускорение заряда равно

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = -\omega_0^2\boldsymbol{r} = -\omega_0^2\boldsymbol{r}_0\cos(\omega t + \alpha). \tag{28,8}$$

Поэтому интенсивность, излучаемая в телесном угле $d\Omega$, равна

$$dI = \frac{e^2\omega_0^4}{4\pi c^3}[\boldsymbol{nr}_0]^2\cos^2(\omega t + \alpha)\,d\Omega.$$

Средняя (за один период) интенсивность излучения в угле $d\Omega$

$$d\overline{I}=\frac{1}{T}\int\limits_0^T dI=\frac{e^2\omega_0^4}{8\pi c^3}[\boldsymbol{n}\boldsymbol{r}_0]^2\,d\Omega. \qquad (29,9)$$

Формула (28,9) определяет, в частности, угловое распределение излучаемой интенсивности. Полная интенсивность, излучаемая осциллятором, дается формулой

$$\overline{I}=\int d\overline{I}=\frac{e^2\omega_0^4 r_0^2}{3c^3}. \qquad (28,10)$$

Осциллятор излучает электромагнитные волны, частоты которых совпадают с его собственной частотой ω_0. Интенсивность излучения пропорциональна квадрату амплитуды и четвертой степени частоты. Особая важность этого примера заключается в следующем

В начале развития электронной теории была предложена известная модель атома Томсона. Предполагалось, что электрон находится в центре сферы, образованной непрерывно распределенным положительным зарядом. Излучение атома в модели Томсона связывалось с малыми колебаниями электрона около положения равновесия в центре атома Таким образом, атом как излучающая система сводился к излучающему осциллятору, и формула (28,10) давала интенсивность атомного излучения. В 1911 г. опыты Резерфорда показали непригодность модели Томсона и она была оставлена Однако оказалось, что гармонический осциллятор как модель излучающей атомной системы приводил в ряде случаев к совершенно правильным результатам, находившим подтверждение на опыте. Важнейшим из них является существование определенных частот ω_0 излучения, характерных для данного атома. Поэтому осциллятор оставался в классической физике моделью излучающей атомной системы, хотя в рамках классической теории невозможно было понять, почему такая далекая от действительности модель может правильно передавать важные особенности атомных излучателей. Ситуация была разъяснена с появлением квантовой теории излучения. В квантовой механике мы увидим, что квантовая теория излучения приводит в ряде случаев к соотношениям, формально совпадающим с выражениями, полученными для классической модели излучателя. Причина такого совпадения, грубо говоря, заключается в следующем: ряд свойств атомных излучателей определяется не конкретным законом движения излучающих частиц, а фактом периодичности процесса С другой стороны, круговому периодическому движению электрона с постоянной угловой скоростью отвечает колебание плоского осциллятора

$$x = a\cos(\omega_0 t + \alpha), \quad y = a\sin(\omega_0 t + \alpha).$$

Поэтому модель осциллятора, колеблющегося с частотой ω_0 передает некоторые характерные черты атомного излучателя. Мы будем учитывать это обстоятельство и в дальнейшем подробно разбирать свойства осциллятора как классической модели атомной излучающей системы. С другой стороны, мы увидим на ряде примеров, что классическая электродинамика непосредственно неприменима к внутриатомным процессам и приводит к соотношениям, количественно и даже качественно противоречащим опытным данным.

Рассмотрим теперь систему, состоящую из двух частиц с зарядами e_1 и e_2 и массами m_1 и m_2. Для такой системы

$$\ddot{\boldsymbol{d}} = e_1\ddot{\boldsymbol{r}}_1 + e_2\ddot{\boldsymbol{r}}_2 = e_1\boldsymbol{w}_1 + e_2\boldsymbol{w}_2.$$

Если система из двух частиц является замкнутой, ускорения могут быть написаны в виде

$$\boldsymbol{w}_1 = \frac{\boldsymbol{F}}{m_1}, \quad \boldsymbol{w}_2 = -\frac{\boldsymbol{F}}{m_2},$$

где $\boldsymbol{F}$ — сила взаимодействия между частицами. Поэтому

$$\ddot{\boldsymbol{d}} = \left(\frac{e_1}{m_1} - \frac{e_2}{m_2}\right)\boldsymbol{F}$$

и интенсивность излучения в угле $d\Omega$

$$dI = \frac{1}{4\pi c^3}\left(\frac{e_1}{m_1} - \frac{e_2}{m_2}\right)^2 [\boldsymbol{F}\boldsymbol{n}]^2\, d\Omega. \qquad (28,11)$$

Важнейшим следствием формулы (28,11) является утверждение, что система, состоящая из одинаковых частиц, или система из различных частиц, но имеющих одинаковые отношения e/m, не может излучать в дипольном приближении. Для нахождения излучения таких систем необходимо учитывать эффекты старшего порядка (см. § 32).

§ 29. Реакция излучения

Мы видели в предыдущих параграфах, что одиночный заряд, движущийся ускоренно, теряет энергию на излучение. При составлении баланса энергии частицы, движущейся под действием внешних сил, необходимо учитывать потери на излучение.

Мы видели также, что поле излучения обладает не только энергией, но и импульсом. Благодаря этому, излучение сопровождается обратным силовым воздействием испускаемого поля на частицу. Это воздействие излучаемого поля на собственное движение частицы называется реакцией излучения.