стоянной угловой скоростью отвечает колебание плоского осциллятора

$$x=a\cos(\omega_0 t+\alpha), \quad y=a\sin(\omega_0 t+\alpha).$$

Поэтому модель осциллятора, колеблющегося с частотой ω_0 передает некоторые характерные черты атомного излучателя. Мы будем учитывать это обстоятельство и в дальнейшем подробно разбирать свойства осциллятора как классической модели атомной излучающей системы. С другой стороны, мы увидим на ряде примеров, что классическая электродинамика непосредственно неприменима к внутриатомным процессам и приводит к соотношениям, количественно и даже качественно противоречащим опытным данным.

Рассмотрим теперь систему, состоящую из двух частиц с зарядами e_1 и e_2 и массами m_1 и m_2. Для такой системы

$$\ddot{\boldsymbol{d}}=e_1\ddot{\boldsymbol{r}}_1+e_2\ddot{\boldsymbol{r}}_2=e_1\boldsymbol{w}_1+e_2\boldsymbol{w}_2.$$

Если система из двух частиц является замкнутой, ускорения могут быть написаны в виде

$$w_1=\frac{F}{m_1}, \quad w_2=-\frac{F}{m_2},$$

где $\boldsymbol{F}$ — сила взаимодействия между частицами. Поэтому

$$\ddot{\boldsymbol{d}}=\left(\frac{e_1}{m_1}-\frac{e_2}{m_2}\right)\boldsymbol{F}$$

и интенсивность излучения в угле $d\Omega$

$$dI=\frac{1}{4\pi c^3}\left(\frac{e_1}{m_1}-\frac{e_2}{m_2}\right)^2[\boldsymbol{Fn}]^2\,d\Omega. \qquad (28,11)$$

Важнейшим следствием формулы (28,11) является утверждение, что система, состоящая из одинаковых частиц, или система из различных частиц, но имеющих одинаковые отношения e/m, не может излучать в дипольном приближении. Для нахождения излучения таких систем необходимо учитывать эффекты старшего порядка (см. § 32).

§ 29. Реакция излучения

Мы видели в предыдущих параграфах, что одиночный заряд, движущийся ускоренно, теряет энергию на излучение. При составлении баланса энергии частицы, движущейся под действием внешних сил, необходимо учитывать потери на излучение.

Мы видели также, что поле излучения обладает не только энергией, но и импульсом. Благодаря этому, излучение сопровождается обратным силовым воздействием испускаемого поля на частицу. Это воздействие излучаемого поля на собственное движение частицы называется реакцией излучения.

Баланс сил с учетом действия излучения должен быть написан в виде

$$m\boldsymbol{w} = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_s = \int \rho\left(\boldsymbol{E} + \frac{[\boldsymbol{v}\boldsymbol{H}]}{c}\right) dV + \boldsymbol{F}_s.$$

Первое слагаемое представляет внешнюю силу, действующую на частицу, а $\boldsymbol{F}_s$ — силу реакции излучения, именуемую также силой лоренцева торможения.

Для вычисления силы реакции $\boldsymbol{F}_s$ можно, в принципе, поступить следующим образом. Представим, что излучающий заряд распределен в пространстве. Разбив его на элементы δe и $\delta e'$, можно вычислить действие поля, излучаемого элементом $\delta e'$, на элемент δe. Просуммировав затем по всем элементам $\delta e'$ и δe, мы найдем искомую полную силу самодействия. Описанное вычисление является довольно громоздким[1]). Кроме того, оно может быть проведено лишь на примере модели, ценность которой с точки зрения современной квантовой теории весьма невелика. Мы остановимся поэтому на другом рассуждении, приводящем к тому же выражению для силы $\boldsymbol{F}_s$.

Предположим, что сила лоренцева торможения $\boldsymbol{F}_s$ мала по сравнению с внешними силами. Смысл такого предположения мы подробно обсудим ниже, когда найдем $\boldsymbol{F}_s$. Если это допущение выполнено, то в первом приближении заряд совершает движение под действием сил внешнего поля $\boldsymbol{F}$. При движении он излучает энергию, определяемую формулой (27,9).

Допустим, кроме того, что заряд совершает периодическое движение или, в более общем виде, в некоторый момент времени t_1 возвращается в исходное состояние движения, в котором он находился в начальный момент времени t_0. Составим баланс энергии для системы, состоящей из заряда, совершающего подобное движение, и внешнего электромагнитного поля. Очевидно, что если бы заряд ничего не изучал, то по возвращении его в исходное состояние полная работа, произведенная над ним внешним полем $W = \int\limits_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{F}\boldsymbol{v}\, dt$, была бы равна нулю; было бы равно нулю и изменение энергии $\Delta E_{\text{вн поля}}$ внешнего поля.

Если в следующем приближении учесть, что полная сила, действующая на заряд, слагается из сил $\boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{F}_s$, то можно написать баланс энергии в виде

$$\int\limits_{t_0}^{t_1} (\boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_s)\, \boldsymbol{v}\, dt = \Delta E + \Delta E_{\text{вн. поля}},$$

[1]) В Гайтлер, Квантовая теория излучения, ИЛ, 1956, стр 41.

где ΔE — энергия, излученная зарядом за время $(t_1 - t_0)$. Учитывая, что в силу сказанного $\Delta E_{\text{вн. поля}} = \int\limits_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{F}\boldsymbol{v}\,dt = 0$, можно написать

$$\int\limits_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{F}_s\boldsymbol{v}\,dt = \Delta E = -\frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\int\limits_{t_0}^{t_1} w^2\,dt. \qquad (29,1)$$

Интегрируя правую сторону по частям, получаем

$$\int\limits_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{F}_s\boldsymbol{v}\,dt = -\frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\boldsymbol{w}\boldsymbol{v}\Big|_{t_0}^{t_1} + \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\int\limits_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{v}\ddot{\boldsymbol{v}}\,dt.$$

Поскольку в момент t_1 состояние движения совпадает с состоянием движения в момент t_0, так что $\boldsymbol{v}_{t_0} = \boldsymbol{v}_{t_1}$, $\boldsymbol{w}_{t_0} = \boldsymbol{w}_{t_1}$, имеем

$$\int\limits_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{F}_s\boldsymbol{v}\,dt = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\int\limits_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{v}\ddot{\boldsymbol{v}}\,dt.$$

Приравнивая подынтегральные выражения, находим

$$\boldsymbol{F}_s = \frac{2}{3}e^2\frac{\ddot{\boldsymbol{v}}}{c^3} = \frac{2}{3}\frac{e^2\dot{\boldsymbol{w}}}{c^3}. \qquad (29,2)$$

Сила реакции излучения оказывается зависящей от производной ускорения частицы. Согласно сделанному предположению, сила реакции излучения $\boldsymbol{F}_s$ мала по сравнению с внешней силой, действующей на частицу, так что под $\boldsymbol{w}$ в (29,1) нужно понимать ускорение частицы во внешнем поле сил. Если бы это было не так, т. е. если бы, например, выполнялось обратное неравенство $\boldsymbol{F}_s \gg \boldsymbol{F}$, то уравнение движения имело бы вид

$$mw \approx F_s = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\dot{w}.$$

Его решением служит

$$w = w_0 e^{\frac{3mc^3}{2e^2}t}.$$

Последняя формула показывает, что под действием обратной реакции излучения ускорение экспоненциально возрастает во времени — частица саморазгоняется. Такой саморазгон противоречит как законам классической механики, так и всем опытным данным.

Таким образом, допущение $|\boldsymbol{F}_s| \gg |\boldsymbol{F}|$ приводит к физически бессмысленному результату. Наоборот, при $|\boldsymbol{F}_s| \ll |\boldsymbol{F}|$ величину $\boldsymbol{w}$ можно с достаточной степенью точности считать равной ускорению во внешнем поле, приобретаемому частицей под действием лоренцевой силы $\boldsymbol{F}$. Считая последнюю периодической функцией времени с частотой ω, можем, очевидно, написать для абсолютной величины $\boldsymbol{F}_s$ следующее выражение

$$|\boldsymbol{F}_s| = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}|\dot{\boldsymbol{w}}| = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\left|\frac{\dot{\boldsymbol{F}}}{m}\right| = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\frac{\omega}{m}|\boldsymbol{F}|. \qquad (29,3)$$

Поэтому условие применимости выражения (29,3) для реакции излучения $|\boldsymbol{F}_s| \ll |\boldsymbol{F}|$ приобретает следующий вид:

$$\frac{e^2\omega}{mc^3} \ll 1. \qquad (29,4)$$

Невыполнение неравенства (29,4) означает, что реакция излучения не мала, а последнее ведет к физически неверному результату. Таким образом, неравенство (29,4) имеет фундаментальное значение для применимости теории излучения и законов классической теории поля вообще. Классическая теория поля приводит к разумным результатам, согласующимся с опытными данными, лишь при частотах

$$\omega \ll \frac{mc^3}{e^2}. \qquad (29,5)$$

Если под m понимать массу элементарного заряда-электрона, то условие (29,5) оказывается выполненным при всех оптических и рентгеновских частотах и даже для не слишком жестких γ-лучей. Однако, как будет подробнее сказано в § 17 ч. II, в случае жестких γ-лучей законы классической электродинамики оказываются более неприменимыми и квантовые эффекты играют основную роль.

Интересно переписать неравенство (29,5), введя в него длину волны $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$. Тогда вместо (29,5) имеем

$$\lambda \gg \frac{e^2}{mc^2} = r_0. \qquad (29,6)$$

Величина $r_0 \sim 2,5 \cdot 10^{-13}$ *см* по причинам, которые будут выяснены в § 13 ч. II, называется классическим радиусом электрона.

Неравенство (29,6) можно интерпретировать следующим образом: у электромагнитных явлений в масштабах $\sim r_0$ реакция излучения становится не малой по сравнению с другими силами. При этом соотношения классической теории поля оказываются неприменимыми. Таким образом, в классической теории поля имеется внутренний предел применимости — она пригодна к рассмотрению явлений, разыгрывающихся в области пространства протяженностью порядка классического радиуса электрона. В дальнейшем мы увидим, что фактическая область применимости классической теории поля не простирается до столь малых масштабов. Оказывается, что квантовые эффекты, кладущие предел применимости классических представлений к микрочастицам, начинают играть роль на расстояниях порядка $\Lambda = \frac{\hbar}{mc}$, где $\hbar$ — постоянная Планка, равная $1{,}05 \cdot 10^{-27}$ *эрг · сек*. Величина Λ, равная $2 \cdot 10^{-10}$ *см*, носит название **комптоновской длины волны**. С этой величиной мы столкнемся в § 17 ч. II, где будет рассмотрен так называемый эффект Комптона.

В квантовой механике будет подробно разобран вопрос о границах применимости соотношений классической теории и будет дано доказательство приведенного утверждения.

§ 30. Ширина излучаемых линий

Реакция излучения оказывает существенное влияние на свойства излучаемого поля. Именно, мы покажем, что излучатель, который без учета действия силы реакции излучал бы монохроматические электромагнитные волны с частотой ω_0, в действительности излучает совокупность частот близких, но не равных ω_0.

Иными словами, благодаря эффекту затухания монохроматическое излучение превращается в излучение непрерывного спектра волн со всевозможными частотами.

Доказательство этого утверждения мы проведем на простейшей модели излучающей системы — линейном гармоническом осцилляторе. Пусть заряженная частица движется под действием квазиупругой силы $(-kx)$ вдоль оси x, так что уравнение ее движения имеет вид

$$x = -\omega_0^2 x + \frac{F_s}{m},$$

или

$$x = -\omega_0^2 x + \frac{2}{3}\frac{e^2 \dot{w}}{mc^3},$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ — частота колебаний осциллятора в отсутствие силы F_s.

Считая F_s малой по сравнению с квазиупругой силой $(-kx)$, можно положить ускорение равным ускорению гармонического осциллятора без реакции излучения, т. е.

$$w = -\omega_0^2 x; \quad w = -\omega_0^2 x,$$

и написать

$$x + \gamma x + \omega_0^2 x = 0, \tag{30,1}$$

где обозначено

$$\gamma = \frac{2}{3}\frac{e^2 \omega_0^2}{mc^3}. \tag{30,2}$$