лея. В настоящее время оба постулата теории относительности подтверждаются всей совокупностью экспериментальных данных, полученных при изучении атомных и ядерных процессов, движения быстрых частиц в приборах и инженерных сооружениях (ускорители) и т. п.

В дальнейшем мы приведем целый ряд примеров, иллюстрирующих последнее утверждение.

§ 5. Преобразования Лоренца

Исходя из сформулированных выше постулатов теории относительности Эйнштейна, можно найти закон преобразования, связывающий между собой пространственные координаты и время в двух системах отсчета, движущихся прямолинейно и равномерно относительно друг друга.

Пусть x, y, z, t и x', y', z', t' — координаты и время в инерциальных системах отсчета K и K', а v — скорость их относительного движения.

При этом нет никаких оснований полагать, что время в системе K' совпадает со временем в системе K, как это безоговорочно принималось в классической физике.

Для простоты выкладок мы выберем направление скорости за направление осей x и x', как это показано на рис. 22.

Предположим, что в некоторый момент времени t' в точке с координатами (x', y', z') происходит некоторый физический процесс, который мы для краткости будем именовать событием. Нашей задачей является нахождение «координат» этого события в системе отсчета K, т. е. нахождение величин (x, y, z, t), характеризующих тот же физический процесс в системе K.

Для установления аналитической связи между величинами (x, y, z, t) и (x', y', z', t') рассмотрим распространение сферической электромагнитной волны в обеих системах отсчета.

Выберем за начало отсчета времени $t=0$ тот момент, в который начало координат системы K' совпадало с началом координат системы K.

Пусть в момент $t = 0$ из начала координат начала распространяться сферическая электромагнитная волна. В системе K уравнение волновой поверхности имеет вид

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0. \tag{5,1}$$

Поскольку, согласно принципу относительности Эйнштейна, закон и скорость распространения волны должны быть одинаковыми во всех инерциальных системах отсчета, наряду с (5,1) с равным правом можно написать уравнение сферической волны в системе K':

$$(x')^2 + (y')^2 + (z')^2 - c^2 (t')^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0. \qquad (5,2)$$

Формулы преобразования координат и времени должны, во-первых, не нарушать соотношений (5,1) и (5,2), а во-вторых, быть линейными. Требование линейности связано с однородностью пространства, в котором не существует каких-либо точек, выделенных по своим свойствам.

Заметим прежде всего, что поскольку движение системы K' происходит только вдоль оси x, преобразование координат (y, z) должно иметь вид

$$y' = y; \quad z' = z. \qquad (5,3)$$

Закон преобразования x' через x можно написать, исходя из следующего соображения: если в момент времени $t=0$ начала систем координат K и K' совпадали, то координата плоскости $x' = 0$ в системе K запишется так: $x = vt$. Следовательно, в самом общем случае можно написать

$$x' = \alpha (v) (x - vt), \qquad (5,4)$$

где коэффициент $\alpha(v)$ может зависеть лишь от скорости относительного движения.

Не делая никаких произвольных допущений о совпадении времени в двух системах отсчета, мы можем представить t' в виде линейной однородной функции x и t:

$$t' = \beta t + \gamma x. \qquad (5,5)$$

Коэффициенты β и γ могут, вообще говоря, зависеть от скорости v. Если бы оказалось, что $\gamma=0$, а $\beta=1$, то мы вернулись бы к преобразованиям Галилея.

Для определения коэффициентов α, β и γ, отвечающих требованиям принципа относительности Эйнштейна, мы должны подставить (5,4) и (5,5) в (5,2). Это дает

$$\alpha^2 (x - vt)^2 + y^2 + z^2 - c^2 (\beta t + \gamma x)^2 \equiv x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2.$$

Для выполнения тождества необходимо приравнять коэффициенты при x^2, t^2 и xt:

$$\alpha^2 - c^2\gamma^2 = 1,$$
$$\alpha^2 v^2 - c^2\beta^2 = - c^2,$$
$$\alpha^2 v + c^2\beta\gamma = 0.$$

Из этих трех уравнений находим неизвестные величины α, β и γ:

$$\alpha=\beta=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

$$\gamma=-\frac{\alpha v}{c^2}=-\frac{v}{c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

При этом всюду мы выбрали положительный знак корня.

Подставляя значения α, β и γ в формулы преобразования координат (5,4) и (5,5) и учитывая (5,3), находим

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad (5,6а)$$

$$y'=y, \qquad (5,6б)$$

$$z'=z, \qquad (5,6в)$$

$$t'=\frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (5,6г)$$

Формулы (5,6а)—(5,6г) носят название формул преобразования Лоренца.

Согласно принципу относительности Эйнштейна эти преобразования должны заменить преобразования Галилея.

Прежде чем перейти к обсуждению следствий из преобразований Лоренца, напишем формулы обратного преобразования от штрихованных к нештрихованным величинам. На основании принципа относительности Эйнштейна системы отсчета K и K' совершенно равноправны. Мы могли бы повторить все предыдущие рассуждения, приняв за исходную систему K', а не K; при этом, однако, скорость относительного движения равна $(-v)$, а не v. Поэтому получаем

$$x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad (5,7а)$$

$$y=y', \qquad (5,7б)$$

$$z=z', \qquad (5,7в)$$

$$t=\frac{t'+\frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \qquad (5,7г)$$

Тот же результат получается, если уравнения (5,6а)—(5,6г) разрешить относительно нештрихованных величин.

Важность следствий, проистекающих из преобразований Лоренца, заставляет нас еще раз подчеркнуть, что в основу их вывода положен лишь принцип относительности Эйнштейна, принцип постоянства предельной скорости распространения взаимодействий и допущение об однородности всех точек пространства и времени. Эти положения в настоящее время подтверждены огромным опытным материалом и их обоснованность не подлежит сомнению.

Замечательной особенностью преобразований Лоренца является то, что при относительных скоростях движения, малых по сравнению со скоростью света, они переходят в преобразования Галилея. Действительно, при $v \ll c$ можно пренебречь величинами второго порядка малости, содержащими $\left(\frac{v}{c}\right)^2$, и написать

$$x \approx x' + vt, \qquad t' \approx t,$$

что совпадает с формулами (2,2) и (2,3).

Таким образом, в предельном случае $v \ll c$ законы преобразований теории относительности и классической механики совпадают. Это означает, что теория относительности не отвергает преобразования Галилея как неправильные, но включает их в истинные законы — преобразования Лоренца — как частный случай, справедливый при скоростях движения, малых по сравнению со скоростью света.

В дальнейшем мы увидим, что это отражает общую взаимосвязь между теорией относительности и классической физикой. Законы и соотношения теории относительности переходят в законы классической физики в предельном случае малых (по сравнению со скоростью света c) скоростей.

§ 6. Следствия из преобразований Лоренца. Пространственные и временные промежутки

Преобразования Лоренца приводят к выводам, коренным образом противоречащим привычным представлениям о свойствах пространства и времени, сложившимся на основе повседневного опыта и сформулированным нами в § 2. Действительно, из преобразований Лоренца непосредственно вытекает, что понятия пространственного и временнóго промежутков являются относительными. Иными словами, понятия «размер тела» или «время, прошедшее между двумя физическими явлениями», не имеют абсолютного характера и различны для разных систем отсчета.

Рассмотрим прежде всего понятие пространственной протяженности (длины). Пусть в некоторой системе K' покоится не-